

N° d'ordre NNT: **2017LYSE1106**



THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON

Opérée au sein de
L'Université Claude Bernard Lyon 1

Ecole Doctorale N° 486
Sciences Economiques et de Gestion

Spécialité de doctorat: Sciences de Gestion
Discipline: Sciences Actuarielle et Financière

Soutenue publiquement le 10/Juillet/2017, par :
Florent KANGA GBONGUE

Outils actuariels adaptés au pilotage technique des risques en Afrique subsaharienne francophone

—

Application aux régimes de retraite

Devant le jury composé de :

FOLUS Didier, Professeur des universités, Université Paris Nanterre (Rapporteur).

ARNOLD Séverine, Professeure titulaire, HEC Lausanne (Rapporteur).

HABART Marine, Chercheure, EURIA, AXA (Examineur).

KAMEGA Aymric, Chercheur, EURIA, ACAM Vie (Examineur).

LOISEL Stéphane, Professeur des universités, Université Lyon 1 (Examineur).

PLANCHET Frédéric, Professeur des universités, Université Lyon 1 (Directeur de thèse).

Résumé

Le pilotage technique des risques en Afrique subsaharienne francophone est une notion souvent absente dans la pratique. En effet, dans cette zone, il est très facile de rencontrer des banques, compagnies d'assurance et institutions de retraite, menées leurs activités sans intégrer le risque¹ au cœur de leur gestion. Cette situation explique, a priori, l'absence des bases de données fiables pour des études quantitatives.

La présente thèse, qui se veut complémentaire aux travaux de KAMEGA A², s'intéresse à la conception des outils actuariels *pertinents* adaptés au pilotage technique des risques en Afrique subsaharienne francophone, qui peuvent être utilisés aussi bien par les gouvernements de cette zone que dans l'industrie des assurances et des banques.

Au regard du développement progressif des pays de la zone CIPRES, nous estimons que le générateur de scénarios économiques (GSE) est l'outil commun au pilotage technique des risques liés aux activités des États et de l'industrie des banques et des assurances.

Notons que le GSE est un outil capable de projeter les variables économiques et financières dans un système cohérent. Cette information riche permettra, par exemple, aux gouvernements de ces pays, d'élaborer leurs budgets, de mobiliser des ressources sur le marché financier local et de piloter techniquement la dette publique.

Dans le contexte de la conception du GSE, l'apport de cette thèse consiste à spécifier dans un premier temps des modèles mathématiques, adaptés au contexte de la zone CIPRES, couvrant un nombre important de variables économiques et financières. Dans un second temps, des méthodes de calibrage sont présentées dans le contexte d'absence de données (avis des experts) ou de présence des données (approches statistiques). Une attention particulière est accordée à l'extension du GSE dans l'optique de prendre en compte les besoins futurs des professionnels de la zone CIPRES.

Cette thèse accorde également une importance aux applications du GSE dans le développement des pays de la zone CIPRES à travers l'apport de la courbe des taux dans l'analyse et la conduite de la politique monétaire, la prévision des grandeurs économiques et financières, l'estimation des probabilités de défaut implicites et des taux de recouvrement des États et des

¹ Dans une perspective quantitative.

² Aymric Kamega a travaillé sur la modélisation des risques biométriques. Cette thèse vise à élargir le périmètre en abordant la quantification des risques économiques et financiers dans l'espoir de fournir une boîte à outils complète à la zone CIPRES / CIMA.

entreprises dans un contexte de notation en monnaie locale et d'application du dispositif Bâle II/III dans le courant de 2018.

Dans le cadre des régimes de retraite, ces outils actuariels sont utiles pour déterminer les paramètres de pilotage du régime, notamment l'évaluation « *best estimate* » des engagements du régime, le financement et la stratégie d'allocation des actifs.

Mots-clés : Outils actuariels, Pilotage technique, Courbe des taux, Générateur de scénarios économiques, CIPRES, paramètres de pilotage.

ABSTRACT

The technical management of risks in sub-Saharan Africa is often lacking in practice. In fact, in this zone, it is very easy to meet banks, insurance companies and pension institutions, doing their activities without integrating risk at the core of their management. This situation explains, a priori, the absence of reliable databases for quantitative studies.

This thesis, which is complementary to work of KAMEGA A., focuses on the design of relevant actuarial tools adapted to technical risk management in sub-Saharan Africa, which can be used by both the governments of this zone and the insurance and banks industry.

In view of the gradual development of the countries in the CIPRES zone, we believe that the economic scenario generator (ESG) is the common tool for the technical management of risks linked to the activities of the states and the banking and insurance industry.

Note that the GSE is a tool able to forecast the economic and financial variables into a coherent system. This rich information will allow, for example, the governments of these countries to draw up their budgets mobilize resources on the local financial market and manage technically the public debt.

In the context of the design of the GSE, the contribution of this thesis consists to specify initially mathematical models, adapted to the context of the CIPRES zone, covering a large number of economic and financial variables. In a second step, calibration methods are presented in the context of lack of data (expert opinion) or presence of data (statistical approaches). Particular attention is given to the extension of the GSE in order to take into account the future needs of professionals of the CIPRES zone.

This thesis also gives importance to the application of the GSE in the development of the countries of the CIPRES zone through the contribution of the yield curve in the analysis and conduct of monetary policy, the forecasting of economic and financial quantities, Estimation of the probabilities of implicit defaults and the recovery rates of states and firms in the context of a local currency rating and the application of the Basel II / III framework in the course of 2018.

Under the pension plans, these actuarial tools are useful in determining of the management parameters of the plan, including the "best estimate" of plan commitments, funding and asset allocation strategy.

Keywords: Actuarial tools, technical management, yield curve, Economic scenario generator, CIPRES, control parameters.

Remerciements

Je ne saurais commencer la rédaction de cette thèse de doctorat sans remercier mon directeur de mémoire Pr. Frédéric PLANCHET pour la confiance placée en ma personne. Dès le commencement de ce projet ambitieux, mais difficilement réalisable dans un contexte CIPRES, caractérisé par une absence de données ou un accès difficile aux informations, il n'a pas cessé de me prodiguer des conseils précieux, qui m'ont aidé à circonscrire ce projet de doctorat et à réorienter tout doucement nos axes de réflexions.

Je tiens également à remercier M. Abderrahim OULIDI, avec qui nous avons coécrit notre première publication scientifique sur l'état des lieux des régimes de retraite en Afrique subsaharienne francophone et dont les suggestions, ont été particulièrement profitables pour le développement de la première partie de cette thèse.

Je souhaite sincèrement remercier les membres du jury à qui je suis reconnaissant pour l'honneur qu'ils me font de juger ce travail.

Mes remerciements s'adressent aussi aux professeurs et doctorants du laboratoire de Sciences Actuarielle et Financière. Principalement, ma pensée va à l'endroit de M. Christian Robert, directeur du Laboratoire SAF, pour le soutien qu'il m'a apporté lors de ma participation à des conférences scientifiques internationales.

Pour finir, je tiens à remercier ma famille en l'occurrence mon père, ma mère, mon frère, mes sœurs, mon épouse ainsi que mes amis, pour leurs soutiens indéfectibles tout le long de cette thèse.

Table des matières

Résumé.....	2
ABSTRACT	4
Remerciements.....	6
Introduction Générale.....	11
Motivations	12
Contexte de l'étude.....	16
Organisation de la thèse	17
Partie I : Étude approfondie des systèmes de retraite de la zone CIPRES	20
Chapitre 1 : Analyse comparative des régimes de retraite dans la zone CIPRES	21
1. Le contexte de la retraite en zone CIPRES.	21
1.1. Vue synoptique du régime de retraite en Afrique	21
1.2. Analyse de la situation économique et sociale des pays de la zone CIPRES.....	25
1.3. Présentation du marché de la retraite en zone CIPRES	27
2. Panorama des systèmes de retraite en zone CIPRES	34
2.1. La Côte d'Ivoire	34
2.2. Le Sénégal	39
2.3. Le Burkina Faso	44
2.4. Le Niger	48
2.5. Le Cameroun	51
3. Conclusion du chapitre 1	54
Chapitre 2 : Analyse du pilotage technique et des réformes des régimes de retraite de la zone CIPRES	55
1. Analyse des paramètres de pilotage des régimes de retraite.....	55
1.1. Le financement.....	55
1.2. Les dépenses	61
1.3. La politique de placement	69
2. Analyse des réformes.....	71
2.1. Réformes du régime de retraite ivoirien.....	71
2.2. Réformes du régime de retraite sénégalais.....	75
2.3. Quelques réformes observées dans la zone CIPRES.....	76
3. Conclusion du chapitre 2	78
Conclusion de la partie 1	78
Partie II : Conception d'un générateur de scénarios économiques -Application au développement de la zone CIPRES	82
Chapitre 3 : Analyse comparative des modèles de construction d'une courbe des taux sans risque en Afrique subsaharienne francophone.....	84
1. Introduction générale	84
1.1. Introduction.....	84
1.2. Vue synoptique des pratiques européennes.....	87
2. Modélisation de la structure par terme des taux d'intérêt	89
2.1. Revue de littérature	89
2.2. Modélisation de la courbe des taux zéro-coupon	93
2.3. Application numérique.....	108
2.4. Discussion.....	117

3.	Analyse de sensibilité.....	120
3.1.	<i>Sensibilité de la courbe des taux à la date de cotation</i>	120
3.2.	<i>Sensibilité de la courbe des taux aux hypothèses de construction</i>	125
4.	Conclusion du chapitre 3	127

Chapitre 4 : Application de la courbe des taux sans risque au développement économique de la zone CIPRES.129

1.	Introduction générale	130
2.	Le contenu informationnel et les taux à termes implicites.....	131
2.1.	<i>Le contenu informationnel</i>	131
2.2.	<i>Les taux à terme implicites</i>	134
3.	Application de la courbe des taux au développement de la zone CIPRES	135
3.1.	<i>Application de la courbe des taux au pilotage technique de la dette publique</i>	136
3.2.	<i>Application de la courbe des taux à la gestion technique de la politique monétaire de la zone CIPRES</i>	140
3.3.	<i>Apport de la courbe des taux dans l'analyse de l'activité économique</i>	147
3.4.	<i>La courbe des taux et les anticipations de change</i>	149
4.	Analyse de sensibilité.....	151
4.1.	<i>Analyse comparative des taux forwards</i>	152
4.2.	<i>Prévision de l'inflation anticipée</i>	153
5.	Application aux autres secteurs de l'économie	154
5.1.	<i>Développement de l'assurance</i>	154
5.2.	<i>Développement de la banque</i>	155
6.	Conclusion du chapitre 4	156

Chapitre 5 : Proposition d'un modèle de projection des scénarios économiques pour le développement de la zone CIPRES158

1.	Introduction	159
2.	Proposition d'un générateur de scénarios économiques en zone CIPRES.....	162
2.1.	<i>Générateur de scénarios économiques en zone CIPRES</i>	163
2.2.	<i>Spécification et calibrage des modèles du GSE</i>	164
3.	Génération de trajectoires des variables et extension du GSE	186
3.1.	<i>Génération de trajectoires</i>	186
3.2.	<i>Proposition d'une extension du GSE</i>	192
4.	Application du GSE	195
4.1.	<i>Méthodologie</i>	195
4.2.	<i>Application numérique</i>	197
4.3.	<i>Représentation graphique</i>	198
4.4.	<i>Notation en monnaie locale</i>	199
4.5.	<i>Extension</i>	201
5.	Analyse de sensibilité.....	203
5.1.	<i>Sensibilité des probabilités de défaut implicites à la date de cotation</i>	203
5.2.	<i>Sensibilité des écarts de taux implicites à la date de cotation</i>	204
6.	Conclusion du chapitre 5	206
7.	Annexes	208
7.1.	<i>Structure des GSE étudiés</i>	208
7.2.	<i>Rappel des outils mathématiques</i>	210
7.3.	<i>Impact du GSE sur la valeur des engagements d'un régime de retraite simplifié</i>	221
	Conclusion de la partie 2	225

Conclusion générale228

Bibliographie232

LISTE DES FIGURES	240
LISTE DES TABLEAUX	242

Introduction Générale

Motivations

La nécessité de concevoir des outils actuariels, adaptés au pilotage technique des risques en Afrique subsaharienne francophone, prend tout son sens au regard des incertitudes³ que l'on peut observer, par exemple, dans les paramètres de pilotage des systèmes de retraite de la zone CIPRES⁴.

Dans le contexte des régimes de retraite de base, à prestations définies, financées par répartition⁵, un tour d'horizon de la situation économique en Afrique subsaharienne francophone, montre un déficit actuel de ces caisses de retraite. Pour comprendre cette situation profonde, nous devons en identifier les causes qui sont d'ordre interne et d'ordre externe au régime de retraite par répartition.

Les causes internes du déficit sont nombreuses à savoir la mauvaise gouvernance dans certains cas, l'augmentation du nombre des retraités, la baisse du nombre des actifs⁶ d'où une dégradation du ratio de dépendance⁷ et implicitement des problèmes administratifs qui entraînent une incitation faible à participer au régime.

En outre, les causes externes sont politiques⁸, démographiques⁹, économiques¹⁰ et financières¹¹. En clair, elles concernent l'évolution de la population nationale et la stratégie générale mise en place par les dirigeants de ces pays.

Si dans le passé, il n'existait pas des régimes de retraite complémentaires, en revanche, les dispositifs de retraite ont évolué de nos jours. Cette mutation n'est pas indifférente aux sociétés d'assurance, qui proposent des offres privées en complément des dispositifs publics.

³Notons que ces incertitudes sont, par exemple, à l'origine des réformes paramétriques des régimes de retraite, ce qui mérite une attention particulière

⁴Ainsi, le déficit actuel de ces régimes, que nous relèverons plus bas, s'explique techniquement par l'absence des outils actuariels, qui limite la capacité à mener des analyses prospectives.

⁵De facto, ces régimes sont exposés aux risques économiques et démographiques.

⁶Malgré des taux de croissance élevé, le niveau du chômage est important, notamment chez les jeunes.

⁷Indicateur d'ajustement d'un système de retraite par répartition

⁸Au plan politique, nous évoquons surtout les crises politico-militaires qui ont touché un certain nombre de pays en occurrence la Côte d'Ivoire et le Mali.

⁹Au plan démographique, nous observons principalement une diminution de la mortalité et une augmentation de l'espérance de vie dues en partie aux progrès de la médecine et à d'autres facteurs connexes comme la lutte contre le VIH/SIDA, la mortalité infantile et la mortalité maternelle.

¹⁰Au niveau économique, nous pouvons citer une augmentation du niveau de l'**inflation**, un taux de **chômage** élevé (occasionné par une stabilité **politique** fragile), une politique macro-économique peu incitative. De plus, la fragilisation de ces économies est due aux multiples crises économiques, aux politiques d'ajustements structurels à partir des années 1980 freinant ainsi le développement de certains secteurs générateurs d'emplois.

¹¹Au plan financier, nous évoquons un système financier moins développé qui ne fournit pas une flexibilité dans le choix de placement des ressources collectées. Dans cette thèse, nous étudierons profondément les facteurs de risques économiques et financiers.

En plus, nous constatons la création des régimes de retraite complémentaire pour des secteurs¹² ou certains corps de métiers particuliers¹³.

Cette situation est favorable car l'Afrique affiche de belles perspectives économiques. Selon la banque africaine de développement (BAD) (cf. Perspectives économiques en Afrique 2016), l'économie africaine a enregistré une légère décroissance¹⁴ de +3,6 % en 2015 contre +3,7 % en 2014. En outre, les perspectives macroéconomiques tablent sur une reprise progressive de l'économie mondiale et un lent raffermissement des cours des produits de base. Au vu de cette conjoncture internationale, l'Afrique devrait connaître une croissance¹⁵ moyenne modérée de 3,7 % en 2016, mais qui devrait rebondir à 4,5 % en 2017¹⁶.

En plus de disposer d'une croissance forte, l'Afrique, en particulier, la partie subsaharienne francophone pérennise peu à peu sa stabilité politique grâce à un travail remarquable des organisations sous régionales¹⁷ et un soutien de plusieurs pays occidentaux.

Aussi, un changement s'opère petit à petit au niveau de la politique de gestion des dirigeants de ces pays. Par exemple, la Côte d'Ivoire ambitionne être un pays émergent à l'horizon 2020. Pour atteindre cet objectif, un plan national de développement (PND)¹⁸ a été mis en place dans le but de réduire la pauvreté, qui touche une partie de la population ivoirienne.

Dans le cadre de l'application du PND, le gouvernement ivoirien a aussi entrepris la réforme du système de retraite¹⁹ des secteurs public et privé en 2012, dans l'optique de stimuler la croissance économique.

En effet, dans cette zone, la retraite peut être un levier pour améliorer la croissance économique. Le régime de retraite par répartition est un moyen de redistribution intergénérationnelle des ressources, ce qui permet de lutter contre la pauvreté. Si la redistribution est optimale par la couverture des retraités contre les risques sociaux (invalidité,

¹² Nous pouvons citer le fonds de pension de la FANAF, la CRRAE pour le secteur bancaire de la zone UEMOA.

¹³ Par exemple, nous avons le fonds de prévoyance militaire de Côte d'Ivoire et plus récemment le régime de retraite complémentaire des agents du trésor public de Côte d'Ivoire.

¹⁴ En outre, pendant les 15 dernières années, l'Afrique a connu une croissance économique impressionnante : la croissance du produit intérieur brut (PIB) en volume a plus que doublé en moyenne, passant d'un taux à peine supérieur à 2% dans les années 1980 et 1990 à plus de 5 % entre 2001 et 2014.

¹⁵ Les pays d'Afrique de l'Ouest notamment la Sierra Leone, la Côte d'Ivoire et le Ghana, sont parmi ceux qui ont connu la plus forte croissance de leur produit intérieur brut (PIB) en 2013-2014.

¹⁶ Ces prévisions néanmoins entachées d'une forte incertitude, étant donné le caractère incertain de la reprise mondiale et la forte volatilité des cours des matières premières.

¹⁷ La CEDEAO, la CEMAC, etc.

¹⁸ Le Sénégal dispose d'un programme économique appelé Plan Sénégal Emergent (PSE)

¹⁹ Notons que cette réforme a entraîné des contestations sociales dans le courant de l'année 2017.

maladie, décès, etc.), les pensions servies serviront principalement à la consommation d'où une augmentation du niveau de la consommation. Dans ce contexte, cette augmentation entraînera une hausse de la production financée par des investissements provenant de la hausse du niveau de l'épargne²⁰. Ces évolutions amélioreront le Produit Intérieur Brut (PIB) annuel et par conséquent le taux de croissance.

Les réformes entreprises dans le système de sécurité sociale ivoirien s'appliquent principalement aux paramètres des régimes de retraite²¹ et apportent des changements sur l'âge de départ à la retraite, le taux de cotisation, le calcul de la pension de retraite de base, le plafond de cotisation et l'âge limite de l'enfant donnant droit à la bonification. En pratique, le choix politique opéré pour sauver la branche retraite ivoirienne est de repousser l'âge de départ à la retraite pour réduire le nombre des retraités, augmenter le niveau de financement pour disposer des ressources suffisantes destinés à payer les prestations immédiates et enfin diminuer le niveau de la pension des retraités pour réduire les charges financières (*cf.* Article 150 de la réforme)²².

Ces dispositions sont classiques dans les problématiques de la retraite et ne résolvent pas fondamentalement le problème des risques auxquels est soumis le régime²³. Celles-ci sont rencontrées dans de nombreuses réformes de système de retraite de la zone CIPRES / CIMA. En outre, elles sont temporaires et le déséquilibre surviendra à long terme sous l'influence des chocs démographiques, économiques et politiques²⁴.

Comme on le voit plus haut, le problème de la défaillance des systèmes de retraite de base en Afrique subsaharienne francophone est dû principalement aux risques techniques, économiques et politiques évoqués *supra*.

²⁰Car les retraités épargneront une petite partie de leurs pensions

²¹Il est bien de noter que dans la nouvelle disposition de la CNPS (régime de retraite du secteur privé), les salariés peuvent également décider d'anticiper la date de leur retraite à partir de 55 ans. Désormais, une règle progressive d'abattement s'appliquera sur la pension. Concrètement, et pour l'année 2012, tout salarié désireux de prendre sa retraite et ayant déjà atteint l'âge de 55 ans, ne subira que 5% d'abattement dans la mesure où les dispositions transitoires fixent l'âge de la retraite à 56 ans pour cette année. Par ailleurs, l'âge pris en compte en 2013 sera de 57 ans, 58 ans en 2014... Dans cette logique, la pleine application de l'âge de 60 ans comme âge limite de la retraite n'interviendra qu'à l'horizon 2016. Cette disposition transitoire apparaît théoriquement plus avantageuse que l'ancienne disposition qui frappait de façon automatique la pension de 5% d'abattement par année d'anticipation à partir de 50 ans.

²²Selon certains responsables, ces mesures doivent permettre aux régimes de réduire leurs déficits sur plusieurs années.

²³ Sur ce point, le Sénégal est un exemple. Une réforme paramétrique peu judicieuse peut entraîner des remous sociaux, comme c'est le cas en Côte d'Ivoire dans le courant de 2017.

²⁴ Cette situation sera abordée dans le chapitre suivant.

La problématique des risques associés aux systèmes de retraite est centrale pour assurer la stabilité du régime et le respect de ses engagements futurs. Pour preuve, comme évoqué dans PLANCHET et GUIBERT (2013), au stade des grandes avancées sur ce sujet, les experts de la retraite se posent toujours la question suivante : « Quels sont les risques associés à un régime de retraite ? ». Par cette interrogation, nous pouvons comprendre la nécessité pour le régime, d'identifier, d'évaluer, de quantifier et de manager l'ensemble de ses facteurs de risques afin d'assurer sa solvabilité sur le long terme. Ainsi, elle démontre toute son importance dans la gestion et le pilotage technique du régime.

Dans la pratique, la quantification des risques auxquels sont soumis les régimes de retraite s'avère être un exercice délicat. Il existe une incertitude sur leurs projections à long terme. Dans le contexte subsaharien francophone, cette incertitude est plus grande que celle que l'on peut avoir par exemple dans les pays développés, notamment sur les mesures de longévité²⁵ (cf. PLANCHET et KAMEGA [2012]), les évolutions socio-économiques, la solvabilité des contreparties, le niveau de rendement des placements, l'inflation, le chômage, etc. (cf. GBONGUE et al. [2017]).

Comme le souligne PLANCHET et THEROND (2007), ces incertitudes de mesure influencent naturellement l'estimation des paramètres de pilotage²⁶ des régimes de retraite, financés par répartition ou par capitalisation²⁷.

En pratique, la prise en compte de ces incertitudes implique d'une part de réfléchir sur une réforme *structurelle* du système de retraite²⁸ et d'autre part sur les mécanismes de participations aux bénéficiaires, qui permettront d'anticiper l'avenir des régimes sur des bases prudentes et si la prudence est effective, de redistribuer ex-post les excédents constitués²⁹.

²⁵ Pour des raisons de disponibilité des données

²⁶ Ce sont la charge financière, le niveau de financement et la stratégie d'allocation des actifs.

²⁷ Par conséquent la prise en compte de celles-ci dans les hypothèses de projection est nécessaire dans un contexte subsaharien francophone.

²⁸ Par exemple, nous pouvons imaginer un nouveau système de retraite à prestations définies, financé par répartition, couplé à un régime de retraite complémentaire, financé par capitalisation.

²⁹ Au regard de ce qui précède, une attention particulière doit être accordée au problème de la retraite en Afrique subsaharienne francophone. Les incertitudes sur la mesure des risques doivent être prises en compte pour résoudre ce problème, ce qui passe nécessairement par la conception des outils actuariels adaptés au pilotage technique des risques en Afrique subsaharienne francophone.

Contexte de l'étude

Si KAMEGA (2011) s'intéresse principalement aux incertitudes sur les mesures de longévité³⁰, notre étude se veut complémentaire à ces travaux récents. Comme le mentionne le sujet de la thèse, notre objectif principal est de concevoir des outils techniques capables :

- d'appréhender le comportement des autres facteurs de risque, notamment les facteurs économiques et financiers pouvant influencer la solvabilité des régimes de retraite et des compagnies d'assurance de la zone CIPRES / CIMA,
- de soutenir le développement économique et
- d'éclairer la politique monétaire des espaces économiques de cette zone.

En pratique, à partir des données disponibles³¹, nous nous intéresserons principalement à la spécification et au calibrage des modèles mathématiques, qui permettront par la suite, d'appréhender la dynamique des variables économiques (l'inflation, le taux de croissance et le taux de chômage) et financières (les taux d'intérêt³², les *écarts* de taux³³, les rendements des actifs financiers³⁴ et le taux de change).

Ces variables seront regroupées au sein d'une boîte à outils appelée générateur de scénarios économiques (GSE)³⁵. Par la suite, nous verrons qu'elles pourront être utilisées pour le développement de la zone CIPRES à savoir :

- Le pilotage technique des banques, compagnies d'assurance et institutions de retraite.
- L'analyse technique de la politique monétaire et de la dette publique.

³⁰KAMEGA propose des tables de mortalité d'expérience et prospective pour la zone CIMA.

³¹ Par exemple, en présence des données historiques, notre choix portera sur des modèles stochastiques.

³² Une attention particulière sera accordée à la construction des courbes de taux réels et nominaux.

³³ Nous présenterons deux méthodes (dites directe et indirecte) pour déterminer les *écarts* de taux.

³⁴ Nous nous intéresserons aux actifs financiers classiques que sont les actions, les obligations (publique et privé), l'immobilier et le monétaire.

³⁵ Cf. Chapitre 5.

Organisation de la thèse

Rappelons que cette thèse vise principalement à concevoir des outils actuariels capables de soutenir, dans un premier temps, le développement économique et la politique monétaire des pays de la zone CIPRES. Dans un second temps, ils contribueront à assurer la pérennité³⁶ des régimes de retraite et des compagnies d'assurance³⁷ de cette zone. Pour ce faire, nous organisons nos réflexions en deux parties.

Dans la première partie, nous introduirons le sujet en faisant un état des lieux des systèmes de retraite, que l'on peut rencontrer dans les pays d'Afrique subsaharienne francophone. Dans ce contexte, nous analyserons l'évolution actuelle des paramètres³⁸ de pilotage des régimes de retraite de quelques pays de la zone CIPRES, pour les salariés du secteur formel (public et privé). Aussi, focaliserons-nous notre attention sur les changements (réformes) apportés aux régimes pour assurer leur stabilité sur le long terme.

Dans la deuxième partie, nous comparerons, en premier lieu, les modèles de construction d'une courbe des taux sans risque dans la zone CIPRES. En effet, la modélisation des taux d'intérêt³⁹ mérite une attention particulière, en amont de la construction du GSE. Dans la littérature, aucune étude ne proposait une méthode de construction d'une courbe des taux sans risque⁴⁰ adaptée à la zone CIPRES, excepté la note méthodologique⁴¹ récente proposée par la BEAC⁴². Ainsi, ce travail vise à combler ce déficit et à proposer une méthode pertinente à l'attention du monde professionnel et académique. En second lieu, nous essayerons d'étudier l'application de cette courbe des taux au développement économique, à l'analyse et la conduite de la politique monétaire de la zone CIPRES⁴³.

En troisième lieu, nous aborderons le fond du problème, en concevant des outils techniques capables d'appréhender la dynamique des variables économiques et financières (GSE) à partir des informations disponibles. En effet, le manque des données dans la zone CIPRES ne

³⁶En l'état actuel, cette pérennité sera possible grâce à la maîtrise des paramètres de pilotage du régime.

³⁷ En l'état actuel, cette boîte à outils viendra renforcer les bases techniques à disposition des assureurs de la zone CIMA.

³⁸ Ces paramètres de pilotage sont : la charge financière, le financement et l'allocation des actifs.

³⁹ Dans le cadre *statique*.

⁴⁰ Nous nous sommes intéressés ici à la détermination des taux d'intérêt nominaux issus des titres publics.

⁴¹ Cette note propose une construction de la courbe des taux de la zone CEMAC à partir du modèle de Brandt.

⁴² Banque des États de l'Afrique Centrale.

⁴³ En outre, l'application numérique se fera sur les données de la zone UEMOA.

permet pas souvent l'utilisation de certains modèles⁴⁴ proposés dans la littérature. Dans ce contexte, cette partie vise à mettre en lumière les données disponibles et les modèles mathématiques pouvant s'appliquer sur ces données⁴⁵.

En pratique, à partir des données disponibles, nous proposerons des modèles pour tous les variables du GSE à savoir l'indice des prix à la consommation⁴⁶, les taux d'intérêt nominaux et réels⁴⁷, les *écarts* de taux⁴⁸, les rendements des actions⁴⁹, de l'immobilier, du monétaire et des obligations des entreprises. Si le calibrage des variables du GSE s'est fait sur des données⁵⁰, en revanche, l'approche experte a été proposée pour le calibrage de l'immobilier en raison de l'absence des données.

Pour terminer, une attention particulière sera portée sur une application intéressante du GSE à savoir : la détermination des probabilités de défaut implicites et des taux de recouvrement pour les entreprises et les États de la zone CIPRES, à partir des données du marché financier.

Cette étude s'inscrit, dans un premier temps, dans l'application du dispositif Bâle II/III dans la zone CIPRES dans le courant de 2018. Dans ce contexte, elle vise à fournir les paramètres de risque Bâlois⁵¹, indispensables au régulateur⁵² et aux banques⁵³.

Dans un second temps, elle intervient dans le contexte de la notation en monnaie locale des pays de la zone CIPRES, qui constitue un sujet important car ceux-ci lèvent des fonds sur le marché financier régional, dans le but de financer leur plan national de développement (PND).

En outre, nous constatons que cette notation n'est rien d'autre que le point de vue de l'agence de notation, qui est souvent différent du point de vue de l'investisseur⁵⁴. Par conséquent, nous nous sommes intéressés à la notation en monnaie locale des pays de la zone CIPRES, du point de vue de l'investisseur. Cette appréciation du risque s'obtient par la quantification du risque

⁴⁴ Par exemple, nous pouvons penser au modèle de Hull et white à deux facteurs proposé par Hilbert et al. (2000) pour la modélisation des taux d'intérêt réels de court terme.

⁴⁵ À l'image de ce qui avait été proposé dans AHLGRIM et al. [2005]

⁴⁶ Dans la zone UEMOA, il s'agit de l'indice harmonisé des prix à la consommation (IHPC).

⁴⁷ Ces taux d'intérêt seront extraits des titres publics en circulation sur le marché financier régional.

⁴⁸ Ils proviendront des titres des entreprises.

⁴⁹ Nous nous intéresserons à la modélisation des indices BRVM 10 et BRVM composite.

⁵⁰ Il s'agit dans certains cas des données historiques ou à une seule date.

⁵¹ Probabilité de défaut (PD) et la perte en cas de défaut (LGD).

⁵² Dans le cadre de l'IRB fondation ou IRB avancé.

⁵³ Dans le cadre de la tarification et de la fixation des limites de crédit.

⁵⁴ En réalité, cette notation en monnaie locale vise à réduire le coût d'emprunt des pays de la zone CIPRES. Fort est de constater que ceux-ci ont tendance à renchérir le coût d'emprunt afin de réussir la mobilisation de leurs ressources financières, ce qui nous fait penser à l'existence d'un risque de défaut implicite.

de défaut implicite, que l'on peut observer sur les titres publics, en circulation sur le marché financier régional.

Il est important de souligner que les travaux menés dans le cadre de cette thèse ont fait l'objet de plusieurs publications scientifiques et professionnelles dans des revues africaines et internationales, dont nous pouvons citer :

Gbongué, F., Planchet, F., Oulidi, A. (2015d) : État des lieux des systèmes de retraite en Afrique subsaharienne francophone. Revue subsaharienne d'économie et de finance, n° 5, pp 37-60.

Gbongué, F. (2015e) : Un modèle de projection des taux sans risque dans la zone CIPRES. Financial Afrik.

Gbongué, F., Planchet, F. (2015f) : Analyse comparative des modèles de construction d'une courbe de taux sans risque dans la zone CIPRES. Bulletin Français d'Actuariat, Vol 15 n°30, pp 129-168.

Gbongué, F. (2016a) : Quel modèle de taux pour le marché bancaire de l'UEMOA ? Financial Afrik.

Gbongué, F. (2016d) : Apport de la courbe des taux sans risque au développement de l'assurance dans la zone CIMA. L'assureur Africain, n°102.

Gbongué, F., Planchet, F., AHOUSSE A., (2017) : Proposition d'un modèle de projection des scénarios économiques pour le développement de la zone CIPRES. Assurances et gestion des risques, Vol.84 (1-2).

Partie I : Étude approfondie des systèmes de retraite de la zone CIPRES⁵⁵

Cette partie s'intéresse au contexte de la retraite dans la zone CIPRES. Héritage de la colonisation, les systèmes de retraite que l'on peut rencontrer dans les pays d'Afrique subsaharienne francophone, s'adressent aux salariés du secteur formel (les agents de l'état, les employés du secteur privé et certains corps de métier particuliers). Toutefois la majorité de ces régimes sont déficitaires et de nombreuses réformes ont été menées dans l'optique de :

- réduire le déficit financier des systèmes de retraite de base,
- concevoir un régime de retraite complémentaire obligatoire pour le second pilier,
- et étendre la protection sociale aux travailleurs indépendants (secteur informel).

⁵⁵ Cette partie est tirée de l'article de **Gbongué, F.**, Planchet, F., Oulidi, A. (2015d) : État des lieux des systèmes de retraite en Afrique subsaharienne francophone. **Revue subsaharienne d'économie et de finance**, n° 5, pp 37-60. De plus, elle a été présentée dans la section PBSS, au cours de la conférence internationale des actuaires, qui s'est tenue à Oslo, dans le courant de Juin 2016.

Chapitre 1 : Analyse comparative des régimes de retraite dans la zone CIPRES

Dans ce chapitre, nous nous intéressons globalement au contexte de la retraite dans la zone CIPRES. Pour ce faire, nous allons présenter les *modèles de retraite* que nous rencontrons dans ces pays, ainsi que les *institutions de retraite* qui assurent la gestion de la retraite des salariés des secteurs public et privé.

1. Le contexte de la retraite en zone CIPRES.

Malgré les difficultés que connaît le continent en l'occurrence le manque de dynamisme de l'économie, les conflits, les luttes intestines et l'instabilité politique, la pauvreté recule sensiblement en Afrique (*cf.* Bailey [2004]).

La retraite est un moyen efficace de lutte contre la pauvreté, principalement chez les personnes âgées. Cependant, ces difficultés *supra* ont un impact sur la viabilité des régimes de retraite de la zone CIPRES, ce qui affecte le niveau de la pension, dégradant ainsi la qualité de vie des retraités. Dans cette section, nous proposons un tour d'horizon de la problématique de la retraite en Afrique, particulièrement dans la zone CIPRES.

1.1. Vue synoptique du régime de retraite en Afrique

L'Afrique dispose d'une population particulièrement jeune et assez largement rurale. Le taux de fécondité demeure presque partout supérieur au taux de remplacement et dépasse souvent cinq enfants par femme. L'espérance de vie à la naissance est inférieure d'une douzaine d'années à la moyenne mondiale. Selon les statistiques de l'OIT, ces espérances de vie sont de 56 ans pour les hommes et 59 ans pour les femmes (*cf.* La Lettre de l'Observatoire des Retraites [2013]).

Cependant, nous pouvons conclure, qu'à priori, les systèmes de retraite existants ne sont pas totalement confrontés aux défis⁵⁶ auxquels sont soumis les régimes de retraite occidentaux. Toutefois, selon les prévisions de la banque mondiale, cette situation assez favorable risque

⁵⁶ En ce qui concerne la longévité des rentiers. En outre, le déficit provient d'un pilotage technique peu adéquat du régime et d'un chômage en constante évolution. Aussi, les difficultés administratives font que certains retraités ne jouissent pas de leur pension avant leur décès.

de s'inverser. En effet, l'Afrique devrait entrer, d'ici une vingtaine d'années, dans une phase de vieillissement rapide et prononcé du fait de l'allongement de l'espérance de vie et de la forte baisse de la fécondité (*cf.* La Lettre de l'Observatoire des Retraites [2013]). Cette situation défavorable risque, si rien n'est fait, d'aggraver le déficit des régimes de retraite augmentant ainsi la pauvreté des populations africaines dans les prochaines années.

En Afrique, les régimes de retraite sont issus de la période coloniale et étaient initialement destinés aux fonctionnaires de l'état. Des différences de traitement se notaient cependant entre les fonctionnaires expatriés et locaux. Ces régimes ont été conservés après l'indépendance à de rares exceptions près.

Les retraites du secteur public sont gérées par des institutions financièrement intégrées dans le budget des États qui comblent la différence entre cotisations et pensions. Notons que les modèles de retraite que nous rencontrons sur le continent sont basés sur deux approches⁵⁷ à savoir:

- **le modèle de BISMARCK** : Les prestations de retraite octroyées par la sécurité sociale sont la contrepartie, octroyée par la collectivité, de la création de richesse dont celle-ci est redevable au travailleur. Il s'agit d'un principe d'assurance et il y a logiquement une proportionnalité importante entre les revenus d'activité et les prestations de retraite octroyées.
- **le modèle de Beveridge** : Les prestations de retraite octroyées par la sécurité sociale ont pour objectif de subvenir aux besoins fondamentaux de l'individu. Il s'agit plutôt d'un principe d'assistance, les prestations sont naturellement beaucoup plus uniformes et moins élevées que dans le premier système.

Notons que selon la zone⁵⁸, le modèle de retraite diffère. En effet, l'Afrique francophone a plutôt opté pour le modèle bismarckien dont le modèle de référence est un régime par annuités à prestations définies. Dans ce modèle, la pension est contributive et elle est fortement corrélée à la carrière de l'individu. Elle est versée si l'individu respecte les principales conditions suivantes :

⁵⁷ Sur ces approches, nous pouvons consulter DEVOLDER [2012].

⁵⁸ Afrique francophone ou anglophone.

- **La condition d'âge** : l'âge de la retraite, 55 ans ou moins dans les années 1960, a été presque partout relevé à 60 ans, et parfois davantage, grâce à des réformes⁵⁹ dont le but est de réduire les dépenses et d'augmenter les ressources des régimes de retraite.
- **La condition de durée de service** : dans tous les pays africains, la pension n'est acquise que sous condition d'une durée minimale de dix années⁶⁰ (dispositions réglementaires).
- **La condition de cotisation** : L'assuré doit être à jour de ses cotisations tout le long de sa carrière. Par exemple, dans la zone CIPRES, le taux de cotisation de la branche « retraite » varie de 4% à 25 %.

Par contre, l'Afrique anglophone a initialement opté pour un système par capitalisation pour les secteurs public et privé. En pratique, il s'agissait d'une épargne retraite obligatoire et individuelle, qui sauf exception, ne débouche pas sur le service d'une rente viagère, mais sur le versement d'un capital au moment du départ à la retraite (*cf.* La Lettre de l'Observatoire des Retraites [2013]). Cependant, ce modèle de retraite a connu d'énormes difficultés dans ces économies anglophones à cause de l'inexistence de marchés financiers performants et d'une stabilité monétaire incertaine.

La faible rentabilité des placements, l'obligation d'investir uniquement dans le pays et bien souvent dans des réalisations immobilières et des sociétés nationales non viables pour soutenir la politique gouvernementale, sont les principales causes du déficit des systèmes de retraite anglophones fonctionnant par capitalisation.

Pour assurer la viabilité de ces régimes, l'Afrique anglophone a évolué vers une grande diversité de solutions notamment le modèle bismarckien. Ainsi, le régime tanzanien qui n'effectuait qu'un paiement unique et forfaitaire, verse désormais des pensions auxquelles s'ajoute au moment du départ à la retraite, un capital représentant deux années de pension. Le Libéria a complété l'adoption d'un régime bismarckien par un mécanisme d'assistance pour les personnes âgées les plus pauvres. Le Ghana, en 1991, le Nigéria, en 1994 et la Tanzanie en 1998, ont transformé leurs fonds nationaux de prévoyance en régimes bismarckiens à prestations définies.

⁵⁹Par exemple, À l'issue de la réforme de 2012, l'âge de la retraite en Côte d'Ivoire fixé initialement à 55 ans en 2011 augmentera progressivement de un an chaque année pour se stabiliser à 60 ans en 2016. La plupart des régimes prévoient des possibilités de retraite anticipée, notamment pour «vieillesse prématuré » à des âges sensiblement inférieurs à l'âge normal.

⁶⁰ Cette situation se confirme dans le contexte ivoirien, avant la réforme de 2012.

Sous l'influence de la Banque mondiale, le Nigéria a ensuite adopté en 2005, le modèle chilien de comptes individuels en capitalisation, tandis que le Ghana optait en 2008, le modèle chilien « mixte » en ajoutant au régime de base bismarckien, un deuxième étage d'épargne retraite obligatoire et un troisième étage d'épargne retraite volontaire (*cf.* La Lettre de l'Observatoire des Retraites [2013]).

Certes, certains pays ont évolué d'un modèle par capitalisation à un modèle par répartition⁶¹, en revanche, d'autres pays comme le Botswana, le Lesotho, l'île Maurice, la Namibie et les Seychelles ont plutôt opté pour un régime *Beveridgien*, en versant une pension forfaitaire sous condition de résidence (*cf.* La Lettre de l'Observatoire des Retraites [2013]).

Notons que les régimes de retraite de la zone CIPRES sont confrontés, tout comme les pays développés, à des défis causés par la dynamique des risques. Parmi ces défis, nous pouvons citer:

- **Les défis démographiques** : Selon l'Association Internationale de la Sécurité Sociale (AISS), il y a environ 40 millions de personnes âgées d'au moins 60 ans (âge à la retraite dans de nombreux pays) sur le continent et seulement 5% des actifs contribuent effectivement à un régime de retraite en Afrique subsaharienne. Ce chiffre devrait doubler en 2030 et atteindre les 200 millions en 2050.
- **Les défis économiques** : Malgré des taux de croissance relativement élevés, l'Afrique possède l'économie la moins développée (2,4% du PIB mondial en 2012). C'est également le continent affichant le plus fort taux de chômage, principalement chez les jeunes (20% en 2011, selon le BIT). De plus, les Politiques d'Ajustement Structurels (PAS) menées dans les années 80 ont limité le recrutement des agents sur des années.
- **L'extension de la couverture sociale** : La couverture actuelle des régimes de retraite est très faible et est réservée en grande partie aux fonctionnaires de l'État, des organismes internationaux et aux salariés du privé formel⁶². Cette situation est due à la place importante du secteur informel dans l'économie africaine, représentant environ 90% de la création d'emplois, selon la Banque Mondiale. Par conséquent, il est important d'affilier cette sous-population à un système de sécurité sociale.

⁶¹ Peu importe le mode de financement du régime (capitalisation ou répartition), nous faisons référence ici aux régimes bismarckiens.

⁶² Cette population représente environ 10 % de la population active.

- **Les défis politiques** : La stabilité politique est le moteur du développement économique et social de tout pays. Fort est de constater les troubles endémiques au sein du continent causées principalement par la politique et le non-respect de la démocratie. Cette instabilité politique a des conséquences directes sur la santé de l'économie, sur la démographie et par conséquent sur la solvabilité des régimes de retraite.

1.2. Analyse de la situation économique et sociale des pays de la zone CIPRES

Pour comprendre la situation économique et sociale des pays de la zone CIPRES, nous nous intéressons naturellement aux indicateurs socioéconomiques, de l'emploi et du chômage. Au niveau des indicateurs socioéconomiques, les enseignements que nous tirons sont :

- Les personnes âgées (65 et plus) représentent environ 3,1 % de la population totale ;
- Le ratio de dépendance est de 87 %, tandis que les espérances de vie des hommes et des femmes sont respectivement de 55 ans et 57 ans ;
- L'indice de fécondité est de 5,35 enfants pour une femme ;
- La croissance du PIB est de 2 %⁶³, tandis que l'inflation et le ratio emploi-population tourne respectivement autour de 2 % et 72 %.

Le tableau ci-dessous illustre ces résultats :

	% des personnes âgées (65 et plus)	Ratio de dépendance (%)	Espérance de vie des hommes	Espérance de vie des femmes	Indice de fécondité	Ratio emploi-population (%)	Croissance du PIB (%)	Inflation (%)
Bénin	2,9	86,2	57,8	60,6	4,9	72,9	5,64	0,97
Burkina Faso	2,5	94,1	55,5	56,7	5,7	83,4	6,53	0,54
Cameroun	3,2	87,5	53,7	56	4,9	70,3	5,56	1,95
Centrafrique	3,9	80,3	48	51,8	4,5	78,7	-35,99	1,5
Congo Brazzaville	3,4	83,9	57,2	60,1	5	70,7	3,44	5,97
RD Congo	2,8	93,4	48,1	51,6	6	66,2	8,48	1,63
Comores	2,8	82	59,3	62,1	4,8	57,6	3,5	2,3
Côte d'Ivoire	3,1	81,6	49,7	51,4	4,9	67,3	8,7	2,57
Gabon	5,3	78,4	62,3	64,3	4,1	60,8	5,89	0,48

⁶³ À cause de l'instabilité politique en Centrafrique et de la récession économique en Guinée Équatoriale.

Guinée équatoriale	2,9	73,1	51,5	54,5	4,9	86,7	-4,84	6,35
Mali	2,9	98,8	54,9	54,7	6,9	66	2,15	-0,6
Niger	2,6	110,1	58	58,4	7,6	64,7	4,1	2,3
Sénégal	3,1	87,7	61,8	64,7	5	76,5	2,8	0,7
Tchad	2,4	81,2	49,9	51,2	6,4	71,6	3,97	0,15
Togo	2,7	81	55,5	57,3	4,7	81	5,12	1,77

Tab.1 : Indicateurs socioéconomiques, Sources : Banque mondiale (2012-2013), AISS (2013)

En ce qui concerne les indicateurs de l'emploi et du chômage, nous pouvons conclure que :

- La population occupée représente en moyenne 29,9 % de la population totale ;
- La population en chômage est très élevée dans la zone CIPRES, de l'ordre de 11,1 %.

Le tableau ci-dessous illustre cette assertion :

	Population (en millions)	Population active (en millions)	Population active occupée (en millions)	Population active occupée / population totale (%)	Population au chômage (% de la population totale)
Bénin	10,32	4,31	3,14	30,45	11,32
Burkina Faso	16,93	7,69	6,41	37,88	7,54
Cameroun	22,25	8,92	6,27	28,18	11,91
Centrafrique	4,6	2,19	1,72	37,47	10,14
Congo Brazzaville	4,4	1,81	1,28	29,08	12,05
RD Congo	67,51	26,68	19,18	28,41	11,11
Comores	0,73	0,25	0,14	19,73	14,52
Côte d'Ivoire	19,84	8,02	5,4	27,2	13,22
Gabon	1,67	0,63	0,38	22,94	14,79
Guinée équatoriale	0,76	0,4	0,35	45,63	7
Mali	15,3	5,31	3,5	22,91	11,80
Niger	17,8	5,76	3,73	20,94	11,42
Sénégal	14,1	6,11	4,67	33,15	10,18
Tchad	12,83	4,74	3,39	26,45	10,49

Togo	6,82	3,21	2,6	38,12	8,94
------	------	------	-----	-------	------

Tab.2 : Indicateurs de l'emploi et du chômage, Sources Banque mondiale (2013).

Au regard de ce qui précède, nous pouvons retenir que l'analyse de la situation économique et sociale de la zone CIPRES montre une économie fragile confrontée à une démographie galopante. Le chômage de la population est grandissant, alors que le vieillissement de la population s'accroît. En outre, les femmes sont fertiles, ce qui est rassurant quant au remplacement de la population.

1.3. Présentation du marché de la retraite en zone CIPRES

L'Afrique subsaharienne francophone peut être définie comme un ensemble d'États qui, suite à la période coloniale française, plus particulièrement le second espace colonial français (entre 1815 et 1945 environ), partagent la langue française comme langue officielle⁶⁴.

La retraite est un sujet sensible en zone CIPRES, souvent considérée comme un cauchemar par les populations de ces pays, en ce sens que les prestations reçues à la retraite sont très faibles et souvent en dessous du SMIG et cela malgré un ratio de dépendance moins alarmant.

Rappelons que les causes de « ce cauchemar » sont d'ordre interne et d'ordre externe au régime de retraite par répartition. Les causes internes du déficit sont nombreuses à savoir la mauvaise gouvernance dans certains cas, l'augmentation du nombre des retraités, la baisse du nombre des actifs, occasionnée par des problèmes économiques que traversent les États et des programmes successifs d'ajustement structurel, d'où une dégradation du ratio de dépendance (indicateur d'ajustement d'un système de retraite par répartition) et implicitement des problèmes administratifs qui entraînent une incitation faible à participer au régime. En outre, les causes externes sont politiques, démographiques, économiques et financières. En clair, elles concernent l'évolution de la population nationale et la stratégie globale mise en place par les dirigeants de ces pays.

En effet, au plan démographique, nous observons principalement une diminution de la mortalité et une augmentation de l'espérance de vie dues en partie aux progrès de la médecine et à d'autres facteurs connexes comme la lutte contre le VIH/SIDA, la mortalité infantile et la mortalité maternelle.

⁶⁴ Notre étude sera restreinte à une partie de l'Afrique subsaharienne francophone appelée « zone CIPRES ».

Au niveau économique, nous pouvons citer une augmentation du niveau de l'inflation, un taux de chômage élevé occasionné par une stabilité politique fragile, une politique macro-économique peu incitative. De plus, la fragilité de ces économies est due en grande partie aux multiples crises économiques, aux politiques d'ajustements structurels à partir des années 1980 freinant ainsi le développement de certains secteurs créateurs d'emplois.

Au plan politique et financier, nous évoquons surtout les crises politico-militaires qui ont touché un certain nombre de pays⁶⁵ et un système financier moins développé qui ne fournit pas une large gamme d'instruments financiers nécessaires pour optimiser le placement des ressources collectées.

De plus, à ces éléments *supra* se superpose en permanence un contexte subsaharien francophone un peu défavorable marqué par une expansion du secteur informel causée par :

- Une poussée démographique persistante qui produit chaque année de très nombreux demandeurs d'emplois ;
- Une poussée de l'exode rural qui oblige un nombre de plus en plus important d'individus à aller dans les villes tenter des stratégies de survie ;
- Une crise économique à la fois longue et grave qui réduit à néant les capacités d'absorption du secteur moderne.

En l'état, la branche « retraite » dans les pays de la zone CIPRES inspirée du modèle bismarckien énoncé *supra* peut être déclinée en un régime de retraite obligatoire assuré par l'autorité publique (l'État) et un régime de retraite facultatif géré par des entreprises privées en l'occurrence les sociétés d'assurance.

Les régimes de retraite obligatoires s'assimilent au régime de base⁶⁶. Ils sont pour la plupart gérés par répartition, par des sociétés d'État (les institutions de retraite et de prévoyance). Cette couverture sociale est offerte uniquement aux employés du secteur formel (les agents de l'État et les employés du secteur privé). Elle ne touche que seulement 5 à 10% de la population active (*cf.* la banque mondiale [2012]).

⁶⁵ Nous pouvons citer par exemple la Côte d'Ivoire, le Mali, le Burkina Faso, etc.

⁶⁶ Il s'agit du pilier 1.

Par contre, les assurances complémentaire⁶⁷ et supplémentaire⁶⁸ sont assurées par des entreprises d'assurance privées dont le marché est réglementé par la CIMA⁶⁹, assimilables au système de retraite facultatif⁷⁰.

1.3.1. Le régime de retraite obligatoire

L'article 22 de la Déclaration universelle des Droits de l'Homme stipule que : « Toute personne, en tant que membre de la société, a droit à la sécurité sociale ; elle est censée obtenir la satisfaction des droits économiques, sociaux et culturels indispensables à sa dignité et au libre développement de sa personnalité, grâce à l'effort national et à la coopération internationale, compte tenu de l'organisation et des ressources de chaque pays. »

De plus, l'article 25 se veut encore plus explicite : « Toute personne a droit à un niveau de vie suffisant pour assurer sa santé, son bien-être et ceux de sa famille, notamment pour l'alimentation, l'habillement, le logement, les soins médicaux, ainsi que pour les services sociaux nécessaires ; elle a droit à la sécurité en cas de chômage, de maladie, d'invalidité, de veuvage, de vieillesse ou dans les autres cas de perte de ses moyens de subsistance par suite de circonstances indépendantes de sa volonté. La maternité et l'enfance ont droit à une aide et à une assistance spéciale. Tous les enfants, qu'ils soient nés dans le mariage ou hors du mariage, jouissent de la même protection sociale.»

Ainsi, pour être en conformité avec la législation internationale, les gouvernements subsahariens francophones ont le devoir d'assurer une protection sociale minimum à leurs populations, ce qui a abouti à la création d'institutions de protection sociale.

Héritage de la colonisation, le système de retraite de base existant dans la zone CIPRES est un système de retraite obligatoire, émanant des lois votées par les assemblées nationales. En Côte d'Ivoire, il s'agit de la loi n°62-405 du 7 novembre 1962 portant organisation du régime des pensions civiles des agents de l'État et de la loi n°99-476 du 02 août 1999 portant définition et organisation des institutions de Prévoyance sociale. Ce système de retraite est géré par répartition c'est-à-dire que les pensions des retraités sont financées directement par des cotisations prélevées au même moment au sein de la population active.

Pour maintenir le niveau de vie du retraité, certains États de la zone CIPRES disposent ou envisagent de mettre en place un système de retraite complémentaire **obligatoire**, financé par

⁶⁷ 2^{ème} Pilier

⁶⁸ 3^{ème} Pilier

⁶⁹ Conférence Interafricaine des Marchés d'Assurances

⁷⁰ En outre, les réformes récentes des régimes de retraite de la zone CIPRES prévoient la création des régimes de retraite complémentaire, financé par capitalisation.

capitalisation⁷¹. En outre, certains pays de la Zone CIPRES ont entamé des réformes qui prennent en compte la problématique de la retraite complémentaire obligatoire.

Pour exemple, la réforme en 2012 du système de retraite ivoirien traite de la question de la mise en place d'un régime de retraite complémentaire obligatoire et de l'extension de la couverture sociale au secteur informel.

Qu'il s'agisse du secteur public ou privé, la gestion de la retraite des populations en zone CIPRES est confiée à des sociétés d'État autonomes⁷².

1.3.2. Le régime de retraite facultatif

Le régime de retraite facultatif est un régime de retraite volontaire, non imposé par les lois du pays concerné. En zone CIPRES, il sert de complément au régime de base décrit plus haut jouant ainsi la fonction des deux autres piliers.

Ce régime est entièrement géré par des compagnies d'assurance sous la forme de produits d'assurance sur la vie. Quelque soit le montage des produits « Épargne-retraite », ils sont toujours basés sur le principe de la capitalisation. Il s'agira ici de constituer une épargne lors de sa vie active en vue de disposer d'un capital ou d'une rente à la retraite. En pratique, il existe deux types de capitalisation en zone CIPRES à savoir :

- **La capitalisation individuelle** : Chaque individu finance sa retraite. Elle peut être perçue comme un produit d'assurance vie. Elle correspond au pilier III du dispositif de la retraite à savoir la retraite supplémentaire.
- **La capitalisation collective** : Il s'agit des régimes professionnels⁷³ organisés au sein d'une entreprise ou d'un secteur d'activité, octroyant à chacun des affiliés de ces régimes un complément à la sécurité sociale. Elle correspond au second pilier c'est-à-dire à la retraite complémentaire⁷⁴.

⁷¹ Pour l'heure, seulement le Sénégal et le Togo disposent d'un régime de retraite complémentaire obligatoire.

⁷² De manière juridique, ces sociétés jouissent d'une autonomie financière et de gestion, ce qui ne coïncide pas souvent avec la réalité.

⁷³ Par exemple, en Côte d'Ivoire, nous avons la CRRAE-UEMOA pour les salariés du secteur bancaire.

⁷⁴ Cette retraite complémentaire est facultative en ce sens que l'employeur privé est libre de proposer ou non à ses salariés. De plus, la gestion de cette retraite est confiée à des sociétés d'assurance ou des régimes de retraite professionnels autonomes. En outre, le régime de retraite complémentaire obligatoire est confié à des institutions de prévoyance sociale.

1.3.3. Les organismes de contrôle de l'assurance retraite dans la zone CIPRES

Un organisme de contrôle est un organisme non gouvernemental auquel l'autorité compétente a délégué certaines tâches dont l'évaluation de la conformité et le contrôle. En Afrique subsaharienne francophone, il existe deux organismes de contrôle chargé de réguler les marchés de la retraite et de l'assurance que sont : la CIPRES (conférence interafricaine de la prévoyance sociale) et la CIMA (conférence interafricaine des Marchés d'assurances).

1.3.3.1. La Conférence Interafricaine de la Prévoyance Sociale (CIPRES)

C'est un organisme de contrôle et d'appui technique aux Caisses Africaines de Sécurité Sociale. La CIPRES regroupe les quinze (15) pays suivants : Benin, Burkina Faso, Cameroun, Centrafrique, Comores, Congo (Brazzaville), la RD Congo, Côte d'Ivoire, Gabon, Guinée équatoriale, Mali, Niger, Sénégal, Tchad et Togo.

C'est le 21 septembre 1993 à Abidjan que le traité instituant la CIPRES a été signé par les ministres des finances et ceux en charge de la prévoyance sociale des pays africains de la zone franc. Il établit les objectifs suivants :

- Fixer les règles communes de gestion
- Instituer un contrôle de la gestion des organismes de prévoyance sociale
- Harmoniser les dispositions législatives et réglementaires applicables aux organismes et régime.
- Assurer une politique de formation initiale et permanente des cadres et techniciens.

1.3.3.2. La Conférence Interafricaine des Marchés d'Assurances(CIMA)

Né en 1962, la Conférence Internationale des Contrôles d'Assurances (CICA) avait pour but de préserver le bon fonctionnement des sociétés et agences d'assurances implantées dans les anciennes colonies françaises d'Afrique Occidentale, Centrale et à Madagascar. Elle était composée de treize États africains qui sont : Bénin, Burkina, Cameroun, Centrafrique, Congo, Côte d'Ivoire, Gabon, Mali, Niger, Sénégal, Tchad, Togo, Madagascar. Son siège était à Paris (France). Les principaux objectifs de la CICA étaient : des législations et réglementations nationales, la coordination de l'exercice du contrôle des entreprises et la coordination de la formation des cadres africains d'assurances.

Dans le souci de créer des sociétés à capitaux totalement ou majoritairement nationaux et de limiter la fuite des capitaux par le biais de la réassurance, les états africains œuvrent pour la mise en place d'une CICA plus africaine. Ainsi, le 27 novembre 1973, une convention est

signée entre douze (12) États africains (ceux désignés *supra*), à l'exception de Madagascar (la France jouant le rôle d'observateur). Le siège de la CICA est alors transféré de Paris à Libreville en 1976. En 1990, une analyse rétrospective du marché des assurances montre une dégradation persistante causée par : la mauvaise gestion de la plupart des sociétés nationales, l'inefficacité des services de contrôle au niveau national, l'impuissance de la CICA comme organe de contrôle et d'harmonisation au niveau régional, les tarifs inadaptés, le nombre pléthorique des intermédiaires, l'absence de marché financier, l'absence de barème d'indemnisation adapté au tarif en assurance automobile⁷⁵, la faiblesse de l'assurance-vie et les marchés nationaux trop exigus pour permettre un développement satisfaisant de l'industrie des assurances.

Ces difficultés poussent à la création de la Convention de Coopération pour la Promotion et le Développement de l'Industrie des Assurances (CCPDIA) en remplacement de la CICA le 20 septembre 1990 à Paris. Elle se caractérise par la création d'un Conseil des Ministres des Assurances (CMA) et d'une Commission Interétatique de Contrôle des Assurances.

La CCPDIA va donc céder le pas au Traité instituant une Organisation Intégrée de l'Industrie des Assurances dans les États africains avec comme organisme communautaire la Conférence Interafricaine des Marchés d'Assurances en abrégé CIMA, signé le 10 juillet 1992 à Yaoundé (République du Cameroun) par les gouvernements des États membres suivants : Bénin, Burkina, Cameroun, Centrafrique, Comores, Congo (Brazzaville), Côte d'Ivoire, Gabon, Guinée Équatoriale, Mali, Niger, Sénégal, Tchad et Togo. Des quatorze (14) États signataires, seules les Comores n'ont pas encore ratifié le Traité. Ce dernier est entré en vigueur le 15 février 1995. Il prévoit l'adhésion de tout autre État Africain qui le désire. Le nombre des États membres de la CIMA est passé de treize (13) à quatorze (14) avec l'adhésion de la Guinée Bissau le 15 avril 2002.

1.3.4. Quelques recommandations des états généraux de l'assurance de août 2007

Les états généraux de l'assurance vie qui se sont déroulés du 30 Juillet au 1er août 2007 à Douala (République du Cameroun) ont été l'occasion pour les assureurs CIMA⁷⁶ de se pencher sur la réforme du système de retraite en Afrique subsaharienne francophone. Cette importante rencontre a permis d'arrêter un certain nombre de recommandations devant permettre de redynamiser le secteur de l'assurance vie dans la zone CIMA. En effet, elle a été

⁷⁵D'où des condamnations disparates et exagérées au niveau des tribunaux

⁷⁶La CIMA est un organisme de régulation du marché de l'assurance de 14 pays de l'Afrique subsaharienne qui sont Bénin, Burkina, Cameroun, Centrafrique, Comores, Congo (Brazzaville), Côte d'Ivoire, Gabon, Guinée Équatoriale, Mali, Niger, Sénégal, Tchad et Togo.

l'occasion d'explorer la problématique des régimes complémentaires de retraite et la couverture sociale du secteur informel. À l'issue des consultations entre le comité de suivi⁷⁷ et la CIPRES, il ressort les points suivants :

- La gestion de la retraite complémentaire et la couverture du secteur informel relève d'une mission de service public concédé par l'État aux organismes publics de sécurité sociale. Toutefois, il a été demandé à la CIMA et à la FANAF⁷⁸ de faire une étude approfondie sur la retraite complémentaire obligatoire qui intégrerait l'ensemble des spécificités de chacun des pays de la CIMA et dont le pilotage pourrait éventuellement être aussi confié aux assureurs privés.
- Cette étude devrait définir les taux de cotisations additionnels par pays. Elle devrait également présenter les mesures envisagées pour protéger les droits des affiliés, les mécanismes de contrôle des affiliés sur les gestionnaires des fonds, les règles de gouvernance ainsi que les garanties en cas de liquidation de la compagnie d'assurance vie gestionnaire ce qui permettra à la CIPRES et aux caisses de sécurité sociale d'émettre un avis technique sur le sujet.
- En ce qui concerne la couverture sociale des travailleurs du secteur informel, le retour d'expérience des différentes caisses de sécurité sociale montre que le caractère facultatif du dispositif a eu un impact sur le recouvrement des cotisations. Ainsi, il a été convenu de mettre en place un groupe de travail chargé de réfléchir sur la couverture des risques sociaux des travailleurs du secteur informel. Ce groupe de travail devrait être élargi à l'OHADA⁷⁹ qui a commencé à légiférer sur les groupes mutualistes dans le cadre du risque maladie.

⁷⁷ Il s'agit de l'organe chargé du suivi de la mise en application des recommandations adoptées lors des états généraux de l'assurance vie.

⁷⁸ La FANAF (Fédération des sociétés d'Assurances de droit National Africaines) est une organisation professionnelle regroupant 189 Sociétés Membres dont : 49 Sociétés Vie ; 119 Sociétés Non Vie ; 18 Sociétés de Réassurances et 03 Fonds de Garantie Automobile (FGA) opérant dans les pays suivants : Afrique du Sud, Bahrain, Bénin, Burkina Faso, Burundi, Cameroun, Centrafrique, Congo Brazzaville, Côte d'Ivoire, Gabon, Guinée Bissau, Guinée Conakry, Guinée Équatoriale, Madagascar, Mali, Maroc, Mauritanie, Niger, Nigeria, République Démocratique du Congo, Rwanda, Sénégal, Sierra Léone, Tchad, Togo, Tunisie, voir le site web <http://www.fanaf.org/>

⁷⁹ L'OHADA (Organisation pour l'Harmonisation en Afrique du Droit des Affaires) a été créée par le Traité relatif à l'Harmonisation du Droit des Affaires en Afrique signé le 17 octobre 1993 à Port-Louis et révisé à Québec au Canada, le 17 Octobre 2008. Le Traité est ouvert à l'adhésion de tout État membre de l'Organisation de l'Unité Africaine (OUA) ainsi qu'à l'adhésion de tout autre État non membre de l'OUA invité à y adhérer d'un commun accord de tous les États parties. Le domaine géographique dépasse donc les frontières de la zone « Franc ». Il regroupe à ce jour **dix-sept (17) États membres**: le Bénin, le Burkina-Faso, le Cameroun, la Centrafrique, la Côte d'Ivoire, le Congo, les Comores, le Gabon, la Guinée, la Guinée-Bissau, la Guinée Équatoriale, le Mali, le Niger, la République Démocratique du Congo (RDC), le Sénégal, le Tchad et le Togo.

2. Panorama des systèmes de retraite en zone CIPRES

La gestion des régimes de retraite pour les salariés des secteurs public et privé, est souvent confiée à des institutions de retraite distinctes et autonomes. Dans cette section, nous allons étudier les régimes de retraite que nous retrouvons dans certains pays de la zone CIPRES. Pour faciliter notre analyse, nous avons choisi quelques pays des espaces économiques de l'UEMOA⁸⁰ et de la CEMAC⁸¹. Notons que tous les régimes étudiés fonctionnent selon le modèle Bismarckien.

2.1. La Côte d'Ivoire

Deuxième puissance économique de l'Afrique de l'ouest, la Côte d'Ivoire⁸² s'étend sur une superficie globale de 322 462 km², pour une population estimée à 26,6 millions d'habitants en 2015, dont 57% sont des ruraux, et 26% sont d'origine étrangère⁸³.

2.1.1. Contexte économique

L'économie ivoirienne est basée principalement sur l'agriculture. En effet, la Côte d'Ivoire est le premier producteur mondial pour le cacao et le troisième pour le café. Le pays a connu une ascension fulgurante (boom économique) jusqu'aux années 1980. À partir de cette date, la Côte d'Ivoire fut confrontée à une crise économique aiguë, à laquelle s'est ajoutée une instabilité sociopolitique dans les années 1990. Cette dernière s'est prolongée jusqu'en 2011 sanctionnée par une grave crise postélectorale d'environ quatre mois.

Dès lors, la reprise de l'activité économique au sortir de la crise postélectorale s'est faite progressivement avec l'arrivée d'une nouvelle équipe dirigeante. Après une baisse de 4,7% en

Ce Traité a pour principal objectif de remédier à l'insécurité juridique et judiciaire existant dans les États Parties, voir le site web <http://www.ohada.org>.

⁸⁰C'est une organisation Ouest-Africaine qui a comme missions la réalisation de l'intégration économique des États membres, à travers le renforcement de la compétitivité des activités économiques dans le cadre d'un marché ouvert et concurrentiel et d'un environnement juridique rationalisé et harmonisé. Elle rassemble huit pays : le Bénin, le Burkina Faso, la Côte d'Ivoire, la Guinée Bissau, le Mali, le Niger, le Sénégal et le Togo. Les pays membres partagent une monnaie commune, le franc CFA (XOF), une politique monétaire et une banque centrale, la Banque centrale des États d'Afrique de l'Ouest (BCEAO).

⁸¹Cette organisation vise à promouvoir l'intégration régionale et économique de ses états membres à travers la mise en place d'une union monétaire. Le cadre de cette organisation a été préparé en 1994 par l'Union Douanière et Économique de l'Afrique Centrale (UDEAC), qui a cédé la place à la CEMAC en 1999. Elle compte six états membres à savoir le Cameroun, la République Centrafricaine, le Tchad, le Congo, la Guinée Équatoriale et le Gabon. Ces pays membres partagent une banque centrale commune indépendante, la Banque des États de l'Afrique Centrale (BEAC), et une devise commune, le Franc CFA (Franc de la Coopération Financière en Afrique Centrale).

⁸²cf. FAYE [2010].

⁸³En provenance essentiellement des pays limitrophes : le Ghana à l'Est, le Burkina Faso et le Mali au Nord, et la Guinée et le Libéria à l'Ouest.

2011, le produit intérieur brut (PIB) réel a connu en 2012 une croissance estimée à 8,6 %, soutenue par les investissements publics et la reprise de la consommation finale.

Selon la banque africaine de développement, la mise en application du Plan national de développement (PND) 2012-2015 a permis d'enregistrer des taux de croissance de 8,7%, 7,9%, 8,8% respectivement en 2013, 2014 et 2015. Cette croissance est tirée par l'agriculture, les investissements, les services et l'amélioration du climat des affaires.

Ces bonnes performances devraient se poursuivre en 2016 et en 2017 avec des taux de croissance estimés à 8.6 % et 8.3 % respectivement. S'appuyant sur le succès du Plan national de développement (PND) 2012-2015, le gouvernement entend maintenir le cap pour faire de la Côte d'Ivoire un pays émergent en 2020, tout en rendant la croissance plus inclusive.

En 2012, l'inflation en moyenne annuelle estimée à 2,1% contre 4,9 % en 2011, a été maintenue dans les limites de la norme communautaire ($\leq 3\%$). De plus, nous enregistrons des taux d'inflation de 0,4% et 1,5% respectivement en 2014 et 2015.

Cette bonne maîtrise du niveau des prix est imputable aux politiques mises en place par le gouvernement pour lutter contre la cherté de la vie. Selon les prévisions, le taux d'inflation devrait se maintenir à 1,8 % en 2016 et à 1,9 % en 2017(cf. la banque africaine de développement [2016]).

2.1.2. Les régimes de retraite ivoirien

En Côte d'Ivoire, la retraite est assurée par deux institutions à savoir la Caisse Générale de retraite des Agents de l'État (CGRAE) pour le secteur public et la Caisse Nationale de Prévoyance Sociale (CNPS) pour le secteur privé. Ils ont le statut de « personne morale » sous la dénomination de « société d'état ».

2.1.2.1. La Caisse Générale de Retraite des Agents de l'État (CGRAE)⁸⁴

Le cadre légal qui régie la CGRAE est composé de la loi n°99-476 du 2 août 1999 portant définition et organisation des institutions de Prévoyance sociale et ses décrets d'application, le traité instituant la conférence Interafricaine de la Prévoyance sociale (CIPRES), signé à Abidjan le 21 septembre 1993 et à titre subsidiaire, les dispositions législatives et réglementaires applicables aux sociétés commerciales, si celles-ci ne sont pas contraires à celles de la loi n°99-476 du 2 août 1999 susvisée et les décrets pris pour son application. Ses missions sont principalement:

⁸⁴La Caisse Générale de Retraite des Agents de l'État est une institution de Prévoyance sociale (IPS-CGRAE) créée par le décret n°2012-367 du 18 avril 2012.

- la gestion au profit des fonctionnaires et agents de l'État, des régimes obligatoires de pensions tels qu'arrêtés par l'ordonnance n°2012-303 du 04 Avril 2012 portant organisation des régimes de pensions gérés par la Caisse Générale de Retraite des Agents de l'État,
- la gestion au profit des bénéficiaires, des régimes complémentaires ou spéciaux, obligatoires ou volontaires de pensions, qui peuvent être créés par décret.
- le recouvrement des cotisations et le service des prestations afférentes à ces différents régimes ;
- la gestion des fonds collectés au titre des différents régimes ci-dessus.

Les organes de surveillance de l'IPS-CGRAE⁸⁵ comprennent les autorités de tutelle⁸⁶ et les organes de contrôle⁸⁷. Ses activités sont organisées et encadrées par trois textes fondamentaux :

- l'ordonnance n°2012-303 du 04 Avril 2012 portant organisation des régimes de pensions gérés par la Caisse Générale de Retraite des Agents de l'État (CGRAE) ;
- le décret n°2012-365 du 18 avril 2012 fixant les modalités d'application de l'ordonnance portant organisation des régimes de pensions gérés par la CGRAE.
- le décret n°2012-652 du 11 juillet 2012 portant fixation de la limite d'âge statutaire de départ à la retraite des personnels civils de l'État régis par le statut général de la fonction publique.

Les régimes de pensions gérés par l'IPS-CGRAE ont deux caractéristiques essentielles :

- **Obligatoire** : Tout fonctionnaire ou agent de l'État a l'obligation de pourvoir au financement du système. Il s'agit d'un système contributif dont le financement employeur / employé est de 16,67% / 8,33% après la réforme de 2012.

⁸⁵L'IPS-CGRAE est administrée par un conseil d'administration composé de douze membres représentant les institutions de l'État et les ministères en charge de la question de la retraite des fonctionnaires et agents de l'État. Le conseil d'administration détermine par ses délibérations la politique générale de la CGRAE et exerce un contrôle sur sa gestion administrative, comptable et financier

⁸⁶Elle est placée sous la double tutelle du Ministère d'État, Ministère de l'Emploi, des Affaires sociales et de la formation professionnelle (tutelle technique) et du Ministère auprès du premier ministre chargé de l'Économie et des Finances (tutelle financière).

⁸⁷Ils sont composés des commissaires aux comptes, de la commission de surveillance et l'inspection régionale de la CIPRES.

- **Répartition** : Les pensions reçues par les retraités sont financées par les cotisations des actifs au même moment. Il s'agit d'un système de solidarité intergénérationnelle, avec des réserves de trésorerie à court terme.

Population couverte par la CGRAE

La population couverte par la CGRAE sont les employés du secteur public composés de : fonctionnaires civils, militaires, gendarmes, policiers, fonctionnaires agents temporaires exerçant dans un organisme affilié et hautes personnalités de l'administration publique.

Evolution de la population assurée de la CGRAE

Les affiliés de la CGRAE ont progressé de 14 % sur la période 2010-2013, tandis que les bénéficiaires ont régressé de 3% sur la même période, d'où une diminution du ratio de dépendance⁸⁸ passant de 0,43 en 2010 à 0,37 en 2013, comme illustré dans le tableau ci-dessous :

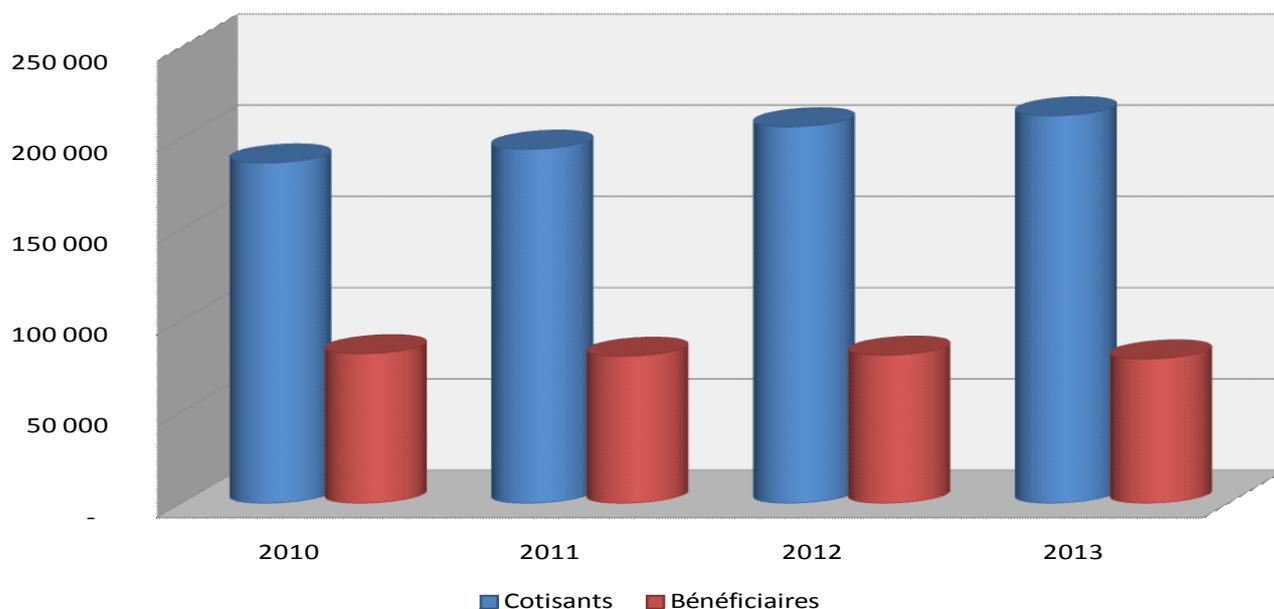


Fig. 1 : Évolution des cotisants et des bénéficiaires de la CGRAE. Source : Annuaire statistique 2013.

2.1.2.2. La Caisse Nationale de Prévoyance Sociale (CNPS)

Le régime général ivoirien de sécurité sociale est géré par la Caisse Nationale de Prévoyance Sociale (CNPS) dont la direction générale se trouve à ABIDJAN (Plateau). Elle a été créée par le décret 2000-487 du 12 juillet 2000.

⁸⁸ Le ratio de dépendance se définit comme le rapport entre les retraités (60 ans et plus) et les actifs.

Le cadre légal de La CNPS est régi par les lois n°99-476 du 02 août 1999, portant définition et organisation des Institutions de Prévoyance Sociale, et n°99-477 de la même date portant modification du Code de Prévoyance Sociale.

L'IPS-CNPS⁸⁹ est une société de droit privé de type particulier régie par le Traité de la Conférence Interafricaine de la Prévoyance Sociale (CIPRES) et le Traité de l'OHADA qui concilie le principe d'autonomie et de rigueur dans la gestion propre aux Sociétés de droit privé. Elle est placée sous la double tutelle du ministère de la Famille, de la Femme et des Affaires Sociales (Tutelle administrative et Technique) et du ministère de l'Économie et des Finances (Tutelle Financière). Tout comme l'IPS-CGRAE, les régimes de pensions gérés par la CNPS ont également deux caractéristiques essentielles :

- **Obligatoire** : Tout employé du secteur privé a l'obligation de pourvoir au financement du système de retraite (système contributif). La répartition des cotisations entre employeur / employé est de 55 % / 45 % selon les nouvelles dispositions de la réforme de 2012.
- **Répartition** : Les pensions reçues par les retraités du secteur privé sont financées par les cotisations des actifs au même moment (solidarité intergénérationnelle). La CNPS dispose des réserves à court et long terme.

Population couverte par la CNPS

La Caisse Nationale de Prévoyance Sociale gère le régime obligatoire de la prévoyance sociale du secteur privé et assimilé⁹⁰.

Evolution de la population assurée de la CNPS⁹¹

Nous constatons une chute de 5,37 % des cotisants actifs sur la période 2000-2006. Le graphique ci-dessous illustre l'évolution de la population assurée de la CNPS sur la même période :

⁸⁹L'institution est présidée par un Conseil d'Administration de 12 Membres et gérée au quotidien par une Direction Générale. Elle s'appuie sur six (06) Directions Centrales, huit (08) Cellules Spécialisées et les structures déconcentrées (20 agences réparties sur l'ensemble du territoire).

⁹⁰Elle intervient également dans le domaine de l'action sanitaire et sociale.

⁹¹ Dans le contexte de la CNPS de Côte d'Ivoire, nous ne disposons pas de données récentes.

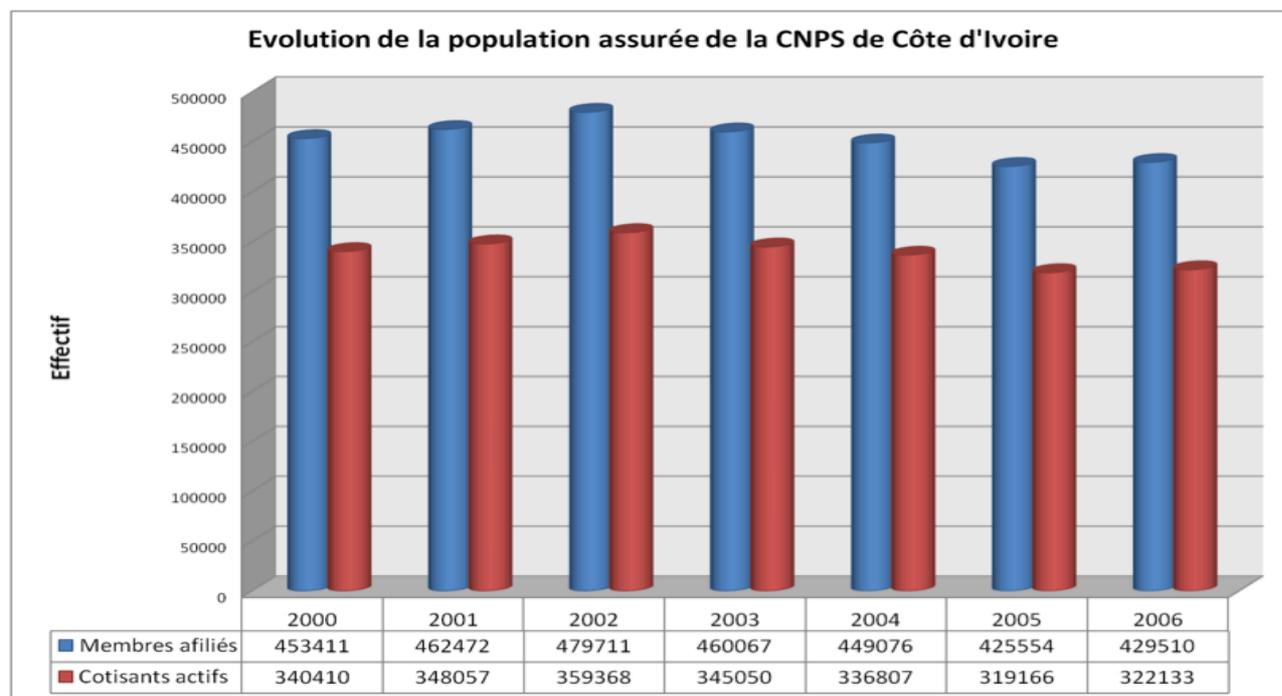


Fig.2 : Évolution des membres affiliés et des cotisants actifs de la CNPS, sources AISS

2.2. Le Sénégal

Pays de l'Afrique de l'ouest, La République du Sénégal s'étend sur une superficie de 196.722 km², pour une population estimée à 13,7 millions d'habitants en 2015⁹². Elle est bordée par l'océan atlantique à l'ouest, la Mauritanie au nord, le Mali à l'est et la Guinée et la Guinée-Bissau au Sud.

2.2.1. Contexte économique

Après une baisse de la performance économique en 2007 lors de la crise économique, le pays a retrouvé son rythme de croissance avec une augmentation du produit intérieur brut (PIB) de 5 % en 2008. Cette reprise progressive de l'activité économique s'est confirmée en 2013, avec 4,3 % de croissance économique contre 3,7 % en 2012, à la faveur de la bonne campagne agricole.

L'année 2015 correspond à la deuxième année de mise en œuvre des projets phares du Plan Sénégal émergent (PSE)⁹³ et des grandes réformes qui doivent accélérer l'exécution de ces

⁹² Cf. Wikipédia

⁹³ Le PSE, la nouvelle stratégie de développement à l'horizon 2035 vise à intégrer toutes les politiques publiques de développement. Il comprend trois axes : transformation structurelle de l'économie et croissance ; capital humain, protection sociale et développement durable ; gouvernance, institutions, paix et sécurité. En pratique, il se fera sur trois phases. Une phase de décollage économique (2014-2018) marquée par le lancement de neuf projets phares à fort impact économique et social. Cette phase sera suivie par une dynamique d'émergence à l'horizon 2023, avant une phase d'expansion d'ici 2035.

projets. Sur les 17 projets phares lancés (sur un total de 27 projets), 10 sont en phase d'exécution, 1 en phase d'exploitation et 6 en phase d'étude.

L'application du PSE a été bénéfique pour l'économie sénégalaise. En l'état, nous enregistrons des taux de croissance (supérieurs à 2013) de 4,3 %, 5,1 % respectivement en 2014 et 2015. Selon les prévisions de la BAD, nous devons enregistrer des taux de croissance de 6% et 6,5 % respectivement en 2016 et 2017.

L'inflation suit une tendance baissière sur les trois dernières années en passant de 3,4 % en 2011 à 1,6% en 2013. Par contre, les taux d'inflation enregistrés en 2014 et 2015 sont respectivement de -0,5% et 0%.

Selon les prévisions de la BAD, le taux d'inflation s'établira autour de -0,4 % et 1,2% respectivement en 2016 et 2017, largement dans les limites de la norme communautaire ($\leq 3\%$). Cette bonne maîtrise du niveau des prix est imputable aux politiques mises en place par le gouvernement sénégalais pour lutter contre la cherté de la vie.

2.2.2. Présentation du régime de retraite sénégalais

La retraite de la population sénégalaise est assurée par deux institutions de prévoyance sociale en l'occurrence l'Institution de Prévoyance Retraite du Sénégal (IPRES)⁹⁴ et le Fonds national de Retraites (FNR)⁹⁵.

2.2.2.1. Le Fonds National de Retraite (FNR)

Le Cadre légal du FNR est régi par la loi n°61-35 du 15 juin 1961, soit un an après l'indépendance du Sénégal et le nouvel appareil législatif sénégalais. Cette loi a été remplacée et amendée à plusieurs reprises; notamment par la loi n°64-24 du 27 janvier 1964, la loi n°81-52 du 10 juillet 1981 portant Code des Pensions civiles et militaires de Retraites et la loi n° 2002-08 du 22 février 2002, abrogeant et remplaçant certaines dispositions de la loi n°81-52 susvisée.

Le Fonds National de Retraite gère le régime obligatoire de la prévoyance sociale du secteur public. En pratique, ce régime verse des prestations principalement pour les branches Retraite,

Ces neuf projets phares touchent les secteurs de l'agriculture, des infrastructures et de l'énergie pour un coût estimé à 10 297,6 milliards XOF (soit 16 milliards d'euros) sur la période 2014-2018. Ce plan entend s'appuyer sur les économies environnantes pour élargir les débouchés du Sénégal.

⁹⁴ L'IPRES couvre les employés du secteur privé, les agents non fonctionnaires de l'État, les employés des administrations locales.

⁹⁵ Le FNR couvre les fonctionnaires civils et militaires.

Invalidité et congé de maladie et Survivants. Il est géré par l'État, sous la tutelle financière du Ministère de l'Économie et des Finances, indépendamment des employés.

Le Fonds National de Retraite (FNR) est géré en répartition par la Direction de la Solde, des Pensions et des Rentes Viagères au Ministère de l'Économie et des Finances. Il s'agit d'un régime géré en prestations définies, même si la réforme de 2002 a modifié les paramètres de calcul des pensions.

Population couverte par le FNR

Le FNR couvre plusieurs catégories de fonctionnaires et leurs familles en l'occurrence : les agents de la Fonction publique et les agents de la Régie des chemins de fer relevant d'anciens statuts, les Magistrats, le personnel titulaire de l'enseignement supérieur, le personnel du corps, en voie d'extinction, des sapeurs-pompiers, les corps militarisés de la Douane et de la Police, le personnel militaire des Forces armées et du corps national des sapeurs-pompiers (si militaire de carrière ou servant en vertu d'un contrat ou d'une commission), les veuves et orphelins des catégories ci-dessus.

Evolution de la population assurée du FNR

La récente étude actuarielle du FNR montre que les bénéficiaires croissent plus vite que les cotisants. Ainsi, sur la période 1992-2011, les cotisants ont augmenté de 32 %, soit 680 personnes, tandis que le nombre de bénéficiaires a été multiplié par 2,2, soit 13.266 personnes, comme illustré sur le graphique ci-dessous (*cf.* NDIAYE et DIABATE [2012]):

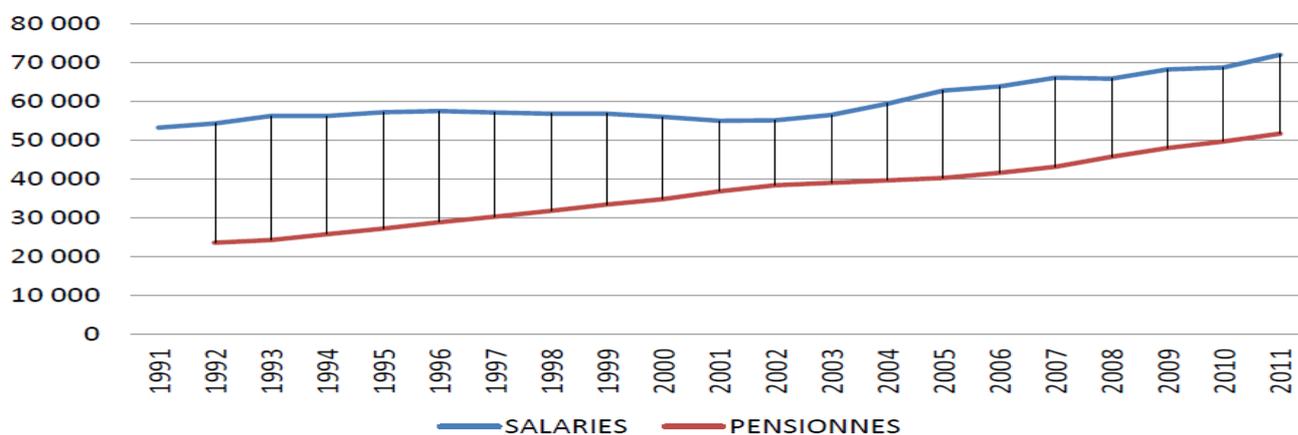


Fig.3 : Évolution des cotisants et des pensionnés du FNR, Source : Étude Actuarielle du FNR sur la période 2010-2050, NDIAYE et DIABATE [2012].

2.2.2.2. *L'Institution de Prévoyance Retraite du Sénégal (IPRES)*

En 1958, avait été créée l'Institution de Prévoyance Retraite de l'Afrique Occidentale française (IPRAOF) pour appliquer le Code du travail d'outre-mer adopté en 1952. Destiné à couvrir les travailleurs salariés du secteur privé de l'Afrique Occidentale française, ce régime va voir sa couverture géographique se réduire au fur et à mesure de l'accession à l'indépendance des États de la zone et leur retrait du régime. L'IPRAO basée depuis son origine à Dakar, sera renommée l'Institution de Prévoyance Retraite du Sénégal (I.P.R.E.S.).

Les missions principales de l'IPRES sont d'assurer le service : d'une pension ou allocation de retraite aux anciens salariés ayant cotisé au moins 1 an, des pensions ou allocations de réversion aux veufs, veuves et orphelins de père ou de mère, à charge en cas de décès d'un salarié ou d'un retraité et d'une pension de solidarité sous certaines conditions, aux anciens salariés ayant cotisé moins d'un an ou n'ayant pas cotisé. L'IPRES comprend trois types de régimes à savoir :

- Le régime général (IPRES-RG) ⁹⁶
- Le régime complémentaire cadre (IPRES-RCC) ⁹⁷
- Le régime « employés de maison » ⁹⁸

L'affiliation au régime de l'IPRES a ensuite été rendue obligatoire par : la Loi 75-50 du 03 Avril 1975 relative aux Institutions de Prévoyance Sociale, le Décret d'application n° 75-455 du 24 avril 1975 rendant obligatoire pour tous les employeurs et pour tous les travailleurs l'affiliation à un régime de retraite, modifié en ses Articles 11 et 21 par le Décret n° 76-17 du 09/01/1976 et l'arrêté 3043 du 9 mars 1978 du Ministre de la Fonction Publique, du Travail et de l'Emploi (tutelle technique) qui confie à l'IPRES la responsabilité de la gestion du régime de retraite de base, institué par le Décret n° 75-455 susvisé et qui approuve les statuts et règlements intérieurs n° 1 et 2 de cette institution relatifs respectivement au régime général de retraite et au régime complémentaire de retraite des cadres.

⁹⁶Tout membre participant est automatiquement affilié au Régime Général.

⁹⁷Le salarié est considéré comme cadre lorsqu'il possède une formation technique, administrative, juridique, commerciale ou financière résultant, soit d'études sanctionnées par un diplôme d'enseignement supérieur, soit d'une formation ou d'une expérience professionnelle étendue et occupe dans l'entreprise, l'administration, la collectivité publique ou l'établissement public et par délégation de l'employeur, un emploi comportant des pouvoirs de décision, d'autorité et de contrôle sur des collaborateurs de toute nature. Si l'emploi ne comporte pas l'exercice du commandement, le cadre doit être investi de responsabilités équivalentes.

⁹⁸Est considéré comme employé de maison, tout salarié embauché au service d'un foyer et occupé d'une façon continue au domicile privé de l'employeur, conformément à la législation en vigueur. La déclaration d'un employé de maison lui donne droit à une pension de retraite ou une pension de réversion.

L'IPRES⁹⁹ est une institution autonome sous la double tutelle technique et financière, respectivement, du Ministère chargé de la Fonction Publique, du Travail et des Relations avec les Institutions (MFPTRI) et du Ministère de l'Économie et des Finances. Elle présente également deux caractéristiques essentielles à savoir :

- **Obligatoire** : Tout employé du secteur privé a l'obligation de s'affilier à l'IPRES conformément au Décret d'application n° 75-455 du 24 Avril 1975.
- **Répartition** : L'IPRES a adopté le mode de gestion dit "par répartition" assis sur la solidarité entre générations actives des salariés et celles des retraités, de telle sorte que les contributions des actifs sont immédiatement utilisées pour financer les pensions des retraités.

Population couverte par l'IPRES

L'institution de Prévoyance Retraite du Sénégal (I.P.R.E.S.) gère le régime obligatoire de la prévoyance sociale du secteur privé et assimilé. Elle intervient également dans le domaine de l'action sanitaire et sociale. Tous les travailleurs¹⁰⁰ salariés du secteur privé et les agents non fonctionnaires de l'État sont censés être couverts par le régime de base IPRES-RG, y compris les travailleurs domestiques, les travailleurs saisonniers et journaliers.

Evolution de la population assurée de l'IPRES

Le rapport de gestion de l'IPRES pour la période 2009 - 2010 révèle une amélioration des cotisants du régime général (RG) de 6,6 % et du régime complémentaire des cadres (RCC) de 4,1 %, tandis que les bénéficiaires ont progressé de 1,4% pour le RG et de 7,7 % pour le RCC, voir le tableau ci-dessous :

⁹⁹Sa gouvernance est assurée par : une assemblée générale composée de 32 membres avec un mandat de 4 ans renouvelables, un conseil d'administration (CA) composé de 22 membres avec un mandat de 2 ans renouvelables et un bureau du CA composé de 22 membres avec un mandat de 2 ans renouvelables.

¹⁰⁰ Selon le Code du Travail sénégalais : « Est considéré comme travailleur, toute personne qui s'est engagée à mettre son activité professionnelle, moyennant rémunération, sous la direction et l'autorité d'une autre personne physique ou morale, publique ou privée » Bien que le tableau ne soit pas limitatif, on distingue les catégories de travailleurs ci-après :

- Le travailleur contractuel: avec un contrat à durée déterminée, il s'engage pour une durée limitée à exécuter son travail.
- Le travailleur permanent: avec un contrat à durée indéterminée, il s'engage pour une durée illimitée à exécuter son travail.
- Le travailleur saisonnier et journalier: il est engagé à l'heure, à la journée ou pour la durée d'une campagne agricole, industrielle ou artisanale.»

DESIGNATIONS	REGIME GENERAL		REGIME DES CADRES	
	2009	2010	2009	2010
ADHERENTS	19 113	18 958	4 270	4 618
PARTICIPANTS	247 485	263 874	21 696	22 588
ALLOCATAIRES	117 495	119 096	6 581	7 089
Dont retraités	70 642	72 197	4 920	5 330
Variations absolues				
Adhérents	911	-155	226	348
Participants	1 636	16 389	862	892
Allocataires	-2 104	1 601	233	508
Retraités	-1 129	1 555	206	410
Variations relatives				
Adhérents	6,6%	-0,8%	7,4%	8,1%
Participants	0,9%	6,6%	5,3%	4,1%
Allocataires	-2,0%	1,4%	4,5%	7,7%
Retraités	-1,7%	2,2%	5,4%	8,3%
RAPPORT DEMOGRAPHIQUE	3,0	3,7	4,2	4,2

Tab.3 : Évolution des adhérents, des participants et des allocataires des deux régimes de l'IPRES, Source : Fichiers de l'IPRES, Rapport de gestion 2010.

2.3. Le Burkina Faso

Pays sahélien enclavé au cœur de l'Afrique de l'Ouest, le Burkina Faso a une superficie de 274 400 km² et une population estimée à 19,5 millions d'habitants en 2016 et composée de 52 % de femmes. Le taux de croissance démographique moyen est de 3,1 %. Le pays connaît un important courant d'émigration vers les pays voisins touchant la tranche la plus jeune de la population active.

2.3.1. Contexte économique

Partant d'un taux de croissance de 5,6% en 2007, l'activité économique au Burkina Faso est en plein essor depuis quelques années. Son économie est basée principalement sur les secteurs de l'agriculture et les mines. S'il est vrai que la croissance économique en 2012 s'est située à 9 %, en revanche la baisse de l'activité minière en liaison avec le faible niveau des cours de l'or sur le marché international a entraîné la baisse de la croissance économique en 2013 estimé à 6,9% selon la Banque Africaine de développement. En outre, nous enregistrons des taux de croissance de 5% et 4,8 % respectivement en 2014 et 2015.

Les perspectives économiques en 2016 sont favorables avec une croissance de 5 %¹⁰¹, contre 4,8 % en 2015, grâce au retour à des institutions démocratiques issues des élections de 2015 et à la reprise des activités de production dans le sous-secteur de l'extraction.

L'inflation au Burkina Faso était supérieure à la norme communautaire ($\leq 3\%$) en 2012 et s'établissait à 3,8%. En 2013, la BAD a observé une amélioration du niveau de l'inflation estimé à 2,1%. En outre, nous enregistrons des taux d'inflation de -0,3 % et 0,8 % respectivement en 2014 et 2015.

Les pressions inflationnistes devraient rester modérées, autour de 2 %¹⁰² en 2016 et 2017, conséquence d'une bonne campagne agricole et des faibles cours du pétrole sur le marché international (*cf.* Banque Africaine de développement [2016]).

2.3.2. Présentation du régime de retraite au Burkina Faso

Le système de protection social au Burkina Faso est assuré par trois organismes d'État à savoir : la Caisse Nationale de Sécurité Sociale (CNSS), la Caisse Autonome de Retraite des Fonctionnaires (CARFO) et l'Office de Santé des Travailleurs (OST). Ces organismes couvrent la branche « prestations familiales », la branche « risques professionnels » et la branche « pensions » pour le secteur formel public et privé. Dans la suite de cette sous-section, nous nous intéresserons aux organismes de retraite légaux notamment les deux premiers organismes.

2.3.2.1. La Caisse Autonome de Retraite des Fonctionnaires (CARFO)

La CARFO couvre les personnels de la fonction publique et offre des prestations de vieillesse, d'invalidité et de décès. Ces prestations ont été étendues et prennent en compte les accidents du travail en l'occurrence l'invalidité temporelle, l'invalidité partielle permanente, les soins médicaux et le décès.

Auparavant établissement public à caractère industriel et commercial, La CARFO a été transformée en Établissement public de prévoyance par le décret n°2008/155 du 3 avril 2008, disposant ainsi de nouveaux statuts particuliers entérinés par le décret n°2008/156 du 3 avril 2008. Elle bénéficie de la personnalité juridique et de l'autonomie financière et est placée

¹⁰¹Ce taux de croissance reste loin du dynamisme économique de la période 2010 à 2013, lorsqu'il dépassait largement 6 % de moyenne annuelle. L'activité économique a été affectée par une série de facteurs défavorables datant de 2014, qui ont persisté tout au long de l'année 2015. On peut notamment citer le contexte de transition politique après l'insurrection populaire d'octobre 2014, la baisse des cours de l'or et du coton et la montée des dépenses sécuritaires au cours du dernier trimestre de l'année (ces deux derniers facteurs étant susceptibles de se maintenir en 2016).

¹⁰² En deçà de la norme communautaire.

simultanément sous la tutelle technique du ministère chargé de la Fonction publique et sous la tutelle financière du ministère de l'Économie et des Finances.

La CARFO¹⁰³ est chargée de la gestion:

- du Régime de retraite des fonctionnaires, militaires et magistrats, régi par la loi n°47/94/ADP du 29 novembre 1994 créant le régime de retraite applicable aux fonctionnaires, militaires et magistrats et étendu aux agents contractuels de la fonction publique par la loi n°006/2001/AN du 17 mai 2001;
- du Régime de prévention et de réparation des risques professionnels institué par la loi n°022/2006/AN du 16 novembre 2006 créant le régime de prévention et de réparation des risques professionnels applicables aux agents de la fonction publique, aux militaires et aux magistrats; et de tout autre régime qui viendrait à être créé par la loi.

Population couverte par la CARFO

Les prestations de la CARFO sont essentiellement à l'attention des agents de la fonction publique, des militaires et des magistrats et de leurs familles (*cf.* la loi n°47). Toutefois, il est prévu de transférer à la CARFO, la couverture des agents contractuels de la fonction publique et des collectivités territoriales ainsi que des travailleurs des sociétés d'État, actuellement couverts par la CNSS.

Evolution de la population assurée de la CARFO

La population assurée de la CARFO est en constante progression passant de 70510 personnes en 2005 à 94542 en 2008, soit une évolution positive de 34.08%.

2.3.2.2. La Caisse Nationale de Sécurité Sociale (CNSS)

La CNSS est chargée de la gestion du système de sécurité sociale des travailleurs relevant du Code du travail et des conventions collectives. La CNSS offre trois types de prestations comme les allocations familiales et de maternité, les prestations en matière de risques professionnels et les prestations de vieillesse, d'invalidité et de décès.

¹⁰³ La CARFO est administrée par un conseil d'administration de 16 membres, composé pour moitié de huit représentants de l'État et, pour l'autre moitié, de représentants des organisations professionnelles des travailleurs, dont un représentant du personnel de la CARFO. Les représentants de l'État sont nommés par décret pris en Conseil des ministres sur proposition des ministères en charge de la Fonction publique, de la Défense, de la Justice, de l'Administration territoriale, des Finances, de la Santé, de la Sécurité sociale et de l'Action sociale. Les travailleurs retraités sont représentés au Conseil d'administration de la CARFO à titre d'observateurs par deux membres n'ayant pas voix délibérative.

Le cadre légal de la CNSS est régi par l'arrêté n°1029 ITLS/HV du 6 décembre 1955. Depuis cette date, elle a fait par des décrets l'objet de nombreuses mutations¹⁰⁴. Aujourd'hui, la CNSS est un Établissement public de prévoyance sociale investi d'une mission de service public. Elle est régie par la loi n°016-2006/AN du 11/08/2006, portant création de la catégorie d'établissements publics de prévoyance sociale (EPPS) et par le décret n°2007-736/PRES/PM/MF/MEF du 14 novembre 2007, créant le statut particulier de la CNSS. Elle est dotée d'une personnalité juridique et d'une autonomie financière et est placée simultanément sous la tutelle technique du ministère du Travail et de la Sécurité sociale et sous la tutelle financière du ministère des Finances (*cf.* SOULAMA et ZETT [2008]).

La CNSS est gérée par un conseil d'administration tripartite regroupant l'État, les organisations professionnelles d'employeurs, les organisations syndicales de travailleurs et, à titre d'observateurs, des retraités. Elle est composée de 5 membres représentant l'État, 5 membres représentant les employeurs, 5 membres représentant les travailleurs et 2 retraités siégeant au Conseil d'administration à titre d'observateurs.

Population couverte par la CNSS

Au titre du régime de sécurité sociale, la CNSS couvre 3 types de bénéficiaires: tous les travailleurs (hommes et femmes) burkinabé salariés autre que ceux couverts par la CARFO ou les étrangers résidant au Burkina Faso et travaillant soit dans le secteur privé (dont les salariés agricoles) soit dans le secteur public¹⁰⁵ relevant du Code du travail ; les apprentis, les élèves et étudiants des écoles ou des centres de formation professionnelle qui sont assimilés aux salariés¹⁰⁶ et les assurés volontaires¹⁰⁷.

Le cadre institutionnel et juridique de la sécurité sociale a été modifié en 2008 afin d'ouvrir l'assurance volontaire aux professions artisanales, industrielles, commerciales, libérales, agro-

¹⁰⁴En effet, Initialement appelée « Caisse de compensation des prestations familiales», elle fut d'abord convertie en «Caisse de compensation des prestations familiales et des risques professionnels» par la loi n°03/59/ACL du 30 janvier 1959 portant création de la branche des risques professionnels. Ensuite, Elle prit la dénomination de «Caisse de prévoyance sociale» avec l'institution, par la loi n°78/60/AN du 6 octobre 1960, de la branche des pensions. Enfin, elle prit la dénomination de «Caisse nationale de sécurité sociale (CNSS)» par la loi n°13/72/AN du 28 décembre 1972 portant création du code de sécurité sociale en Haute Volta et regroupe les trois régimes (prestations familiales, risques professionnels et pensions).

¹⁰⁵Agents temporaires, contractuels et décisionnaires de l'État.

¹⁰⁶Ce groupe d'assurés n'est couvert que pour les risques professionnels.

¹⁰⁷C'est à dire ceux ayant adhéré à un régime de sécurité sociale pendant six mois consécutifs (minimum) et qui ont renoncé à leur statut de salarié.

sylvo-pastorales et aux travailleurs de l'économie informelle. L'assurance volontaire couvre la pension et l'allocation de vieillesse et la pension et allocation de survivant.

Evolution de la population assurée de la CNSS

Sur la période 2006-2009, la population assurée de la CNSS a progressé de 28 % passant de 175 317 en 2006 à 224 208 en 2009. Par contre, les pensionnés ont augmenté de 0,2 % sur la même période passant de 35481 en 2006 à 35545 en 2009, voir le graphique ci-dessous :

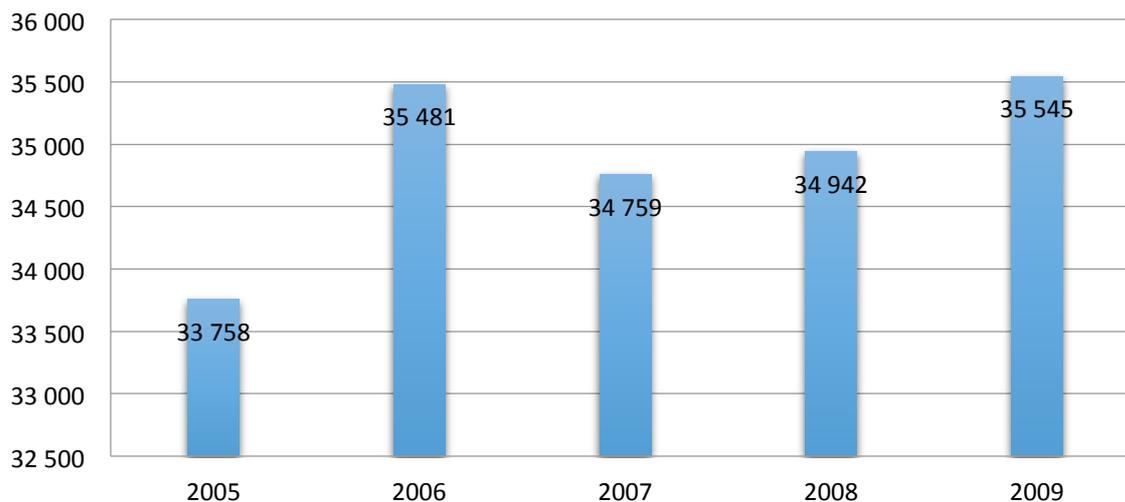


Fig. 4 : Effectif des pensionnés de la CNSS du Burkina Faso, Source : Annuaire statistique 2009.

2.4. Le Niger

C'est un pays de l'Afrique de l'Ouest steppique, situé entre l'Algérie, le Benin, le Burkina Faso, le Tchad, la Libye, le Mali et le Nigéria. Il s'étend sur une superficie globale de 1 267 000 km², pour une population estimée à 19,9 millions d'habitants en 2015.

2.4.1. Contexte économique

Par ressemblance au Burkina Faso, l'économie du Niger est aussi basée principalement sur les secteurs agricole et minier. En 2012, la croissance économique s'établissait à 11,1% tirée par le démarrage de la production de pétrole brut et une bonne récolte agricole. Par contre, en 2013, la croissance économique a fortement chuté pour se situer à 3,6%. Ce repli s'explique par le ralentissement de la production agricole affectée par un déficit pluviométrique au cours de la campagne agricole 2013/14 et par le ralentissement de la production minière, conséquence des arrêts temporaires survenus dans certains sites uranifères et aurifères.

En outre, la croissance économique du Niger a connu une décélération en 2015, pour s'établir à 3,6 % contre 7,0 % en 2014. Les aléas climatiques, le ralentissement des activités dans la

zone de Diffa – affectée par la lutte contre Boko Haram – ainsi que la baisse du cours de l'uranium expliquent cette contre-performance.

L'agriculture continue d'être le moteur de la croissance du pays. Cependant, cette agriculture est essentiellement pluviale et donc soumise aux aléas climatiques, si bien que la variation cyclique de la pluviométrie induit une forte vulnérabilité de l'économie nigérienne aux chocs climatiques.

Les perspectives économiques sont relativement favorables, du fait notamment de la croissance attendue des industries extractives et de l'augmentation des investissements publics d'aménagement agricole et de transport. La croissance repartirait ainsi à 5.0 % en 2016, avant de s'afficher à 5.5 % en 2017.

Estimée respectivement à 0,5 % et 1,9% en 2012 et 2013, l'inflation est restée maîtrisée en dessous de la norme communautaire de 3,0 %, grâce aux actions sociales menées par l'État et à une campagne agricole 2012/2013 satisfaisante. Aussi, nous enregistrons des taux d'inflation de -0,9% et 1% sur la période 2014-2015. Selon les prévisions de la Banque africaine de développement, elle devrait évoluer à 1,3 % en 2016 et 0,9% en 2017.

2.4.2. Présentation du régime de retraite nigérien

Couvrant environ 5% de la population active (*cf.* Banque Mondiale [2012]), le système de sécurité sociale au Niger comprend en fonction de la population assurée deux types de régimes formels à savoir le Fonds National de Retraite (FNR)¹⁰⁸ et la Caisse Nationale de Sécurité Sociale (CNSS)¹⁰⁹.

2.4.2.1. Le Fonds National de Retraite (FNR)

Le Fonds National de Retraite (FNR) est un organe non autonome et fait partie intégrante du trésor. Il s'agit d'un régime géré en prestations définies, dont le financement se fait par répartition. Le FNR ne paie que des pensions de vieillesse, d'invalidité, de survie et des allocations familiales.

La création du Fonds National de Retraite et l'institution d'un régime général des pensions résultent des principes arrêtés les 17 et 18 novembre 1959 à Abidjan par la conférence des

¹⁰⁸Le FNR couvre les fonctionnaires du secteur public.

¹⁰⁹ La CNSS est destinée aux travailleurs régis par le code du travail.

ministres de la fonction publique des États membre du conseil de l'entente sur les régimes des retraite des fonctionnaires. Il est régi par (*cf.* NIANDOU [1993]):

- l'arrêté n°61-050 du 27 mars 1961 portant organisation du régime des retraites des fonctionnaires de la République du Niger et institution d'un Fonds National de Retraite (FNR).
- Le décret n°61-051 du 27 mars 1961 portant fonctionnement du FNR.
- Et la loi 61-14 du 29 mai 1961 portant création d'un compte spécial du trésor pour suivre le fonctionnement du Fonds.

Population couverte par le FNR du Niger

Le FNR couvre plusieurs catégories de fonctionnaires et leurs familles en l'occurrence : les agents de la Fonction publique et les agents de la Régie des chemins de fer relevant d'anciens statuts, les Magistrats, le personnel titulaire de l'enseignement supérieur, le personnel du corps, en voie d'extinction, des sapeurs-pompiers, les corps militarisés de la Douane et de la Police, le personnel militaire des Forces armées et du corps national des sapeurs-pompiers (si militaire de carrière ou servant en vertu d'un contrat ou d'une commission) et les veuves et orphelins des catégories ci-dessus.

2.4.2.2. La Caisse Nationale de Sécurité Sociale (CNSS)

La CNSS est un Établissement public doté de la personnalité morale et jouissant de l'autonomie financière. Il s'agit aussi d'un régime géré en prestations définies, dont le financement se fait par répartition. Elle offre à ses assurés les pensions de vieillesse, d'invalidité, de survie et des allocations familiales.

Elle est un Établissement Public à Caractère Social (EPCS) créé par la Loi n° 2003-34 du 5 août 2003 qui abroge et remplace la Loi n° 65-004 du 08 février 1985 portant création d'un Établissement Public de l'État.

Population couverte par la CNSS

La CNSS a pour mission d'assurer dans le cadre de la politique générale du gouvernement, le service de diverses prestations prévues par la législation, pour les travailleurs salariés du secteur privé structuré soumis aux dispositions du Code du travail.

Evolution de la population assurée de la CNSS

La récente étude actuarielle de 2002, révèle que sur une population totale de 5 millions d'habitants âgés de 15 à 60 ans, seuls 50 000 travailleurs ont cotisé au régime. Une grande proportion de la population ne participe pas à la CNSS, car la couverture de celle-ci porte uniquement sur les travailleurs du secteur privé et les auxiliaires de l'État. La population assurée au 31 /12/ 2002 est estimée à 49 723 personnes, composée à 88 % d'hommes et 12 % de femmes, contre 14 297 pensionnés.

2.5. Le Cameroun

Le Cameroun est un pays du golfe de Guinée situé en Afrique centrale et occidentale. Il s'étend sur une superficie de 475 442 km², pour une population estimée à 23,8 millions d'habitants en 2015. Le Cameroun est entouré des pays et étendues d'eau suivante :le Nigeria et l'océan Atlantique à l'ouest ;la Guinée équatoriale, le Gabon et la République du Congo au sud ;la République centrafricaine à l'est; le Tchad au nord et le golfe de Guinée au sud-ouest.

2.5.1. Contexte économique

Malgré un contexte international difficile marqué notamment par la baisse des cours des matières premières et la dégradation des termes de l'échange, l'activité économique nationale est restée soutenue grâce à la croissance du secteur tertiaire (47,8 % du PIB) fixée à 5,9 % en 2013 contre 5,5% en 2012 et du secteur secondaire passant de 4,9 % en 2012 à 5,7% en 2013 (*cf.* Perspectives économiques en Afrique [2014]).

Le Cameroun affiche une croissance du PIB estimée à 4,9 % en 2013 contre 4,4% en 2012. De plus, nous enregistrons des taux de croissance de 5,9% et 5,7%¹¹⁰ sur la période 2014-2015.

Selon les prévisions de la Banque Africaine de Développement (BAD), la croissance de l'économie camerounaise reculera sensiblement pour s'établir à 5,3% et 5,1% respectivement en 2016 et 2017.

¹¹⁰La croissance camerounaise s'est consolidée en 2015 au rythme de 5.7 %, tirée principalement par le secteur secondaire qui a crû de 8.4 %. Le secteur tertiaire a connu une croissance de 5 %, et le secteur primaire de 4.9 %. La production de pétrole, dont le pays est un exportateur net, a connu une hausse exceptionnelle de 28.3 % avec la mise en exploitation de nouveaux champs. Le secteur des bâtiments et travaux publics (BTP) s'est également accru, au rythme de 7.3 %.

Grâce à une bonne politique budgétaire conforme à la directive de la Communauté économique et monétaire d'Afrique centrale (CEMAC) sur les budgets programmes, l'inflation au Cameroun est en dessous de la norme communautaire ($\leq 3\%$). Elle se situe à 2,3 % en 2013 contre 2,4% en 2012. Sur la période 2014-2015, les taux d'inflation enregistrés sont respectivement de 1,9% et 2,7%. Selon les prévisions de la BAD, l'inflation se situera autour de 2,2% et 2,1 % sur les deux prochaines années (2016-2017), en dessous de la norme communautaire.

2.5.2. Présentation du régime de retraite au Cameroun

Le système camerounais de sécurité sociale est un régime d'assurance sociale. Il couvre environ 10% de la population active et comprend 2 régimes: le régime des travailleurs relevant du code de travail, géré par la Caisse Nationale de Prévoyance Sociale (CNPS) ; et le régime des Fonctionnaires et assimilés, géré par l'État (ministère de l'économie et des finances).

2.5.2.1. La Caisse Nationale de Prévoyance Sociale (CNPS)

Le régime de la prévoyance sociale est géré par la Caisse Nationale de Prévoyance Sociale (CNPS) au profit des travailleurs du secteur privé et des personnels de l'État relevant du Code du travail. Elle offre six prestations sur les neuf prescrites par la Convention OIT N°102 (norme minimum). Il s'agit : des prestations familiales, des prestations de maternité, de la pension de vieillesse ou de retraite, de la pension d'invalidité, de la pension de décès ou de réversion, des prestations d'accidents de travail et des maladies professionnelles. Ces prestations sont organisées autour de trois branches : la branche « prestations familiales », la branche « risques professionnels » et la branche « pensions ».

Cadre légal

La Caisse Nationale de Prévoyance Sociale du Cameroun (CNPS) a été créée en 1967 par la loi N° 67/LF/7 du 12/06/1967 instituant le Code des Prestations. La loi N° 73/LF/8 du 22/05/1973 quant à elle porte organisation de la Prévoyance Sociale. Elle est un établissement public doté de personnalité juridique et jouissant de l'autonomie financière selon l'ordonnance du 22 mai 1973. Elle est placée sous la tutelle du Ministère de l'emploi, du

travail et de la prévoyance sociale (METPS) et est gérée par un Conseil d'administration tripartite¹¹¹.

Population couverte par la CNPS

La CNPS a pour mission d'assurer dans le cadre de la politique générale du gouvernement, le service de diverses prestations prévues par la législation, pour les travailleurs salariés du secteur privé structuré régi par le Code du travail¹¹².

Evolution de la population assurée de la CNPS

L'effectif des assurés sociaux de la CNPS a connu une évolution de 24 % sur la période 2008-2013 passant de 550 000 en 2008 à 683 365 en 2013, comme illustré dans le tableau ci-dessous :

AU 31 DECEMBRE DE CHAQUE ANNEE	EFFECTIF DES ASSURES SOCIAUX	TAUX D'EVOLUTION
2008	550 000	
2009	534 000	-2,996%
2010	556 780	4,091%
2011	580 227	4,041%
2012	624 764	7,129%
2013	683 365	8,575%

Tab.4 : Évolution de l'effectif des assurés sociaux de la CNPS Cameroun, Source : Annuaire statistique 2013

Au 31 /12 /2013, la CNPS comptait 106.646 bénéficiaires au titre de la branche vieillesse et 375.077 bénéficiaires au titre de la branche « prestations familiales » (cf. Annuaire statistique CNPS [2013]).

¹¹¹Le conseil d'administration est composé des représentants des travailleurs, des employeurs et des pouvoirs publics. Sa gestion est assurée par un Directeur général assisté d'un Directeur général adjoint, tous deux nommés par décret du Président de la République.

¹¹²Les personnes en emploi formel qui sont affiliées à la CNPS sont couvertes par des prestations familiales et de maternité, des prestations en cas d'accidents du travail et de maladies professionnelles, et bénéficient des pensions (ou des allocations en cas de non éligibilité pour la pension) de vieillesse, d'invalidité et de survivants.

Le Cameroun ne dispose pas de régime d'indemnités de chômage, ni de congés maladie garantissant au salarié dans l'incapacité temporaire de travailler un revenu de remplacement. La CNPS œuvre également pour la création de structures sanitaires et sociales en faveur des travailleurs et de leurs familles.

2.5.2.2. Le régime des Fonctionnaires et assimilés (RFA)

Le ministère de la fonction publique assure le suivi des carrières des fonctionnaires de l'État, dont les droits aux prestations sont validés par le ministère des Finances après versement préalable au Trésor public, de la retenue due au titre de cotisation pour les différentes branches : pensions de vieillesse, invalidité et décès ; allocations pour enfants. Contrairement aux salariés du secteur privé, les fonctionnaires de l'État disposent d'une assurance maladie, dont le fonctionnement s'avère toutefois assez difficile à cause de problèmes dus à l'insuffisance de moyens de financement.

Evolution de la population assurée de la RFA

En 2011, sur une population active estimée à 8,4 millions, seules 580 200 personnes étaient couvertes, ce qui correspond à un taux de couverture relativement bas de moins de 7 %.

3. Conclusion du chapitre 1

Quel que soit le secteur (public ou privé), l'analyse comparative des régimes de retraite de la zone CIPRES montre que ces régimes sont basés sur le modèle bismarckien. Pour les pays étudiés, ces régimes obligatoires sont dotés d'une personnalité juridique et économique autonome. Notons que les indicateurs socioéconomiques sont assez reluisants, contrairement aux indicateurs du chômage et de l'emploi.

L'analyse de l'historique de la population assurée révèle que ces régimes de retraite sont confrontés, pour la plupart, à une chute du nombre des cotisants et/ou une augmentation rapide du nombre des bénéficiaires, ce qui peut être à l'origine de leurs déficits, malgré un contexte économique favorable.

Par conséquent, nous pensons, qu'a priori, la lutte contre le chômage est une solution à la viabilité de ces régimes dont le modèle de retraite est un système à prestations définies, financé par répartition.

Chapitre 2 : Analyse du pilotage technique et des réformes des régimes de retraite de la zone CIPRES

Le pilotage technique d'un système de retraite touche toutes les étapes de son cycle de vie. En effet, lorsqu'un régime de retraite est mis en place, c'est principalement pour lutter contre la pauvreté, surtout dans les pays à faible revenu, notamment les pays de la zone CIPRES.

Ainsi, lutter contre la pauvreté suppose de fournir aux bénéficiaires des moyens de survie en cas d'incapacité physique (accidents de travail) ou intellectuelle (retraite). Pour fournir ces prestations, la caisse de retraite a besoin de ressources (cotisations). Généralement ces ressources proviennent des employeurs, des affiliés, des subventions de l'État, de la rentabilité des marchés financiers, etc.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons en premier lieu aux étapes du cycle de vie des régimes de retraite de la zone CIPRES, principalement à l'analyse des prestations, des cotisations et enfin des investissements. En second lieu, nous ferons¹¹³ un tour d'horizon des réformes des régimes de retraite de la zone CIPRES.

1. Analyse des paramètres de pilotage des régimes de retraite

L'analyse¹¹⁴ des paramètres de pilotage des régimes de retraite est fondamentale pour appréhender les causes du déficit des régimes de retraite. En clair, il s'agit simplement d'un instrument d'audit actuariel qui permet de détecter les forces et faiblesses du régime. Dans cette section, nous nous intéresserons aux dépenses, cotisations et politique d'investissement.

1.1. Le financement

Le financement des différentes branches du système de Prévoyance Sociale de la zone CIPRES est assuré, conformément aux dispositions des textes en vigueur, par: des cotisations sociales et des majorations encourues pour retard de versement des cotisations ; des revenus

¹¹³ En fonction de l'information disponible.

¹¹⁴ Sur des données historiques.

des placements de fonds ; des dons et legs et des subventions du budget de l'État ou toutes autres ressources attribuées aux régimes par un texte législatif ou réglementaire.

Les cotisations constituent la composante la plus importante du financement et représentent environ plus de 80%. Elles sont composées de deux parties à savoir : la part de l'employeur et la part du salarié en des proportions différentes.

1.1.1. Taux de cotisation observés dans la zone CIPRES avant la réforme

Pour mettre en relief, les différences de taux de cotisation avant et après la réforme, nous allons présenter, dans cette sous-section, les taux de cotisation des régimes de retraite avant la réforme. Dans le contexte des régimes de retraite publics, les taux de cotisations de la branche « vieillesse » observés pour quelques pays de la zone CIPRES sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Régimes de retraite formels	Pays	Part de l'Employeur	Part du salarié	Total
CGRAE	Côte d'Ivoire	12%	6%	18%
FNR	Sénégal	20%	15%	35%
RFA	Cameroun	NA	NA	NA
CARFO	Burkina Faso	12%	8%	20%
FNR	Niger	14%	6%	20%

Tab.5 : Taux de cotisation des systèmes de retraite publics en zone CIPRES

En outre, dans le cadre des régimes de retraite privés, les taux de cotisation sont relativement bas à cause du niveau élevé des salaires comme l'illustre le tableau ci-dessous :

Régimes de retraite formels	Pays	Part de l'Employeur	Part du salarié	Total
CNPS	Côte d'Ivoire	4,8%	3,2%	8%
IPRES	Sénégal	8,4%	5,6%	14%
CNPS	Cameroun	4,2%	2,8%	7%
CNSS	Burkina Faso	5,5%	5,5%	11%

CNSS	Niger	2,4%	1,6%	4%
------	-------	------	------	----

Tab.6: Taux de cotisation des systèmes de retraite privés en zone CIPRES

1.1.2. Evolution du montant des cotisations perçues par les régimes de retraite de la zone CIPRES

1.1.2.1. Evolution du montant des cotisations des régimes de retraite de la Côte d'Ivoire

En Côte d'Ivoire, les cotisations de la CGRAE ont connu une tendance haussière ces dernières années passant de 75,36 milliards à 145,28 milliards, soit un saut de 93 % sur la période 2010– 2013. Cette performance s'explique principalement par la réforme de 2012 et le versement effectif des cotisations par l'État. Elle est illustrée par le graphique ci-dessous :

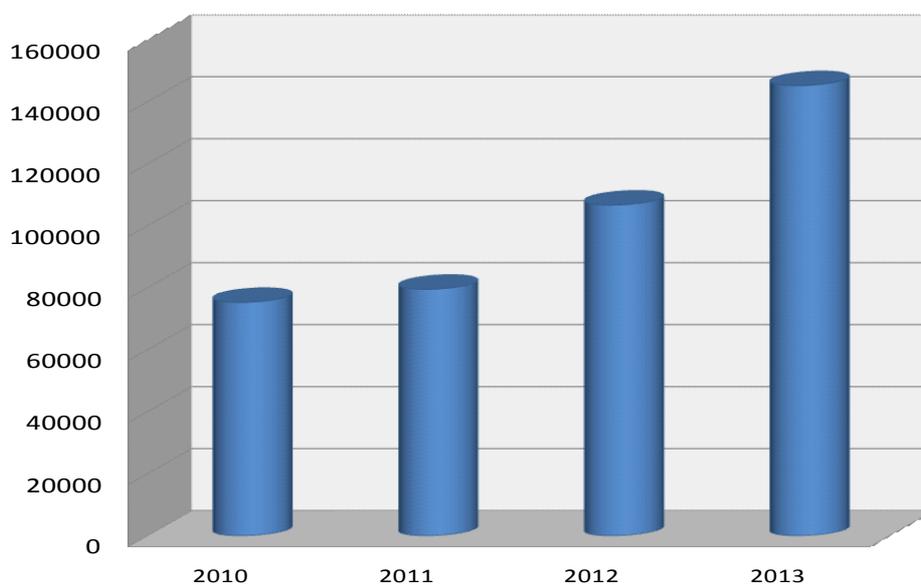


Fig. 5 : Les cotisations de la CGRAE sur la période 2010-2013, Source : Annuaire statistique 2013.

En ce qui concerne la CNPS, nous disposons de données provenant de l'AISS sur la période 2000-2006. Les cotisations ont subi une légère amélioration sur cette période (5%). Toutefois, nous pouvons voir que les revenus de placement constituent une faible composante des recettes du régime. Il s'agit d'un point à améliorer par les régimes de retraite de la zone CIPRES.

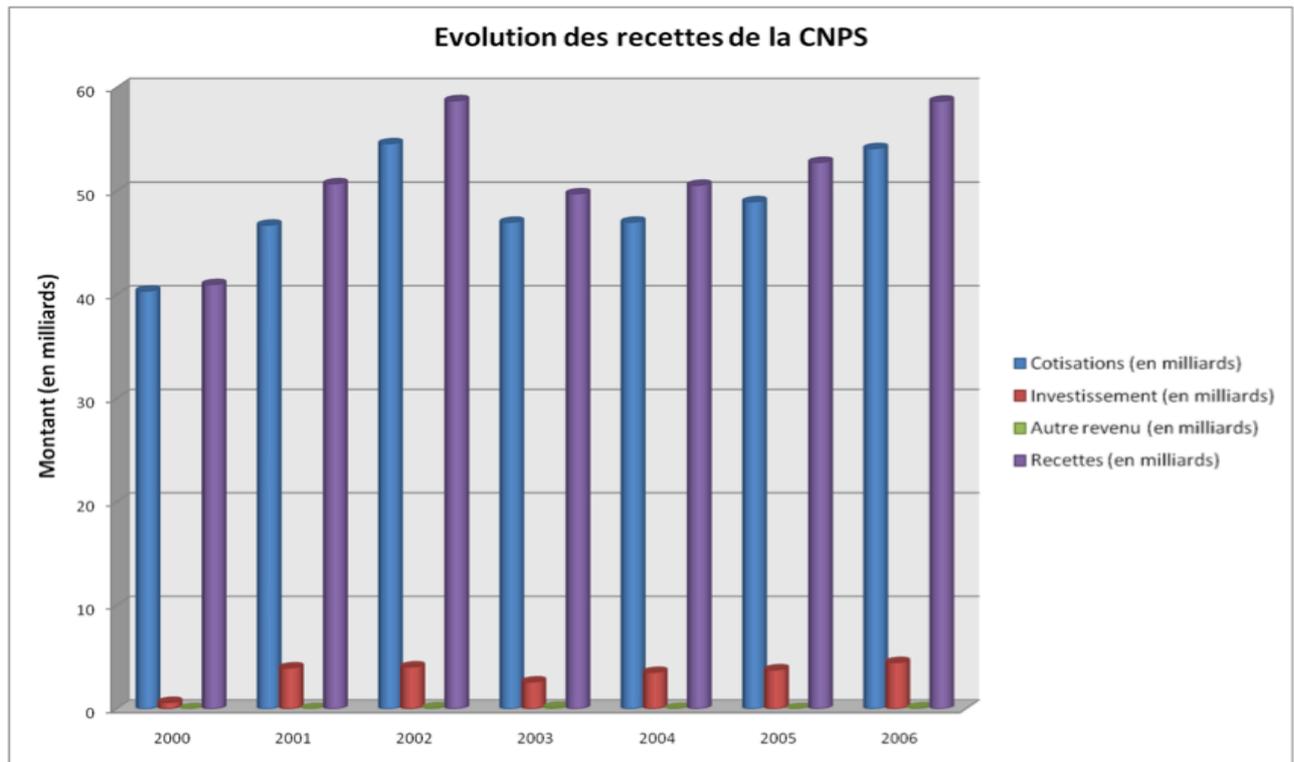


Fig. 6 : Décomposition des revenus de la CNPS sur la période, 2000-2006, source AISS.

1.1.2.2. Evolution du montant des cotisations des régimes de retraite du Sénégal

Au Sénégal, les cotisations du FNR ont connu une progression remarquable. Estimées à 17,9 milliards en 1997, elles ont atteint la somme de 59,9 milliards en 2011, soit une hausse de 218%, comme illustré sur le graphique suivant :

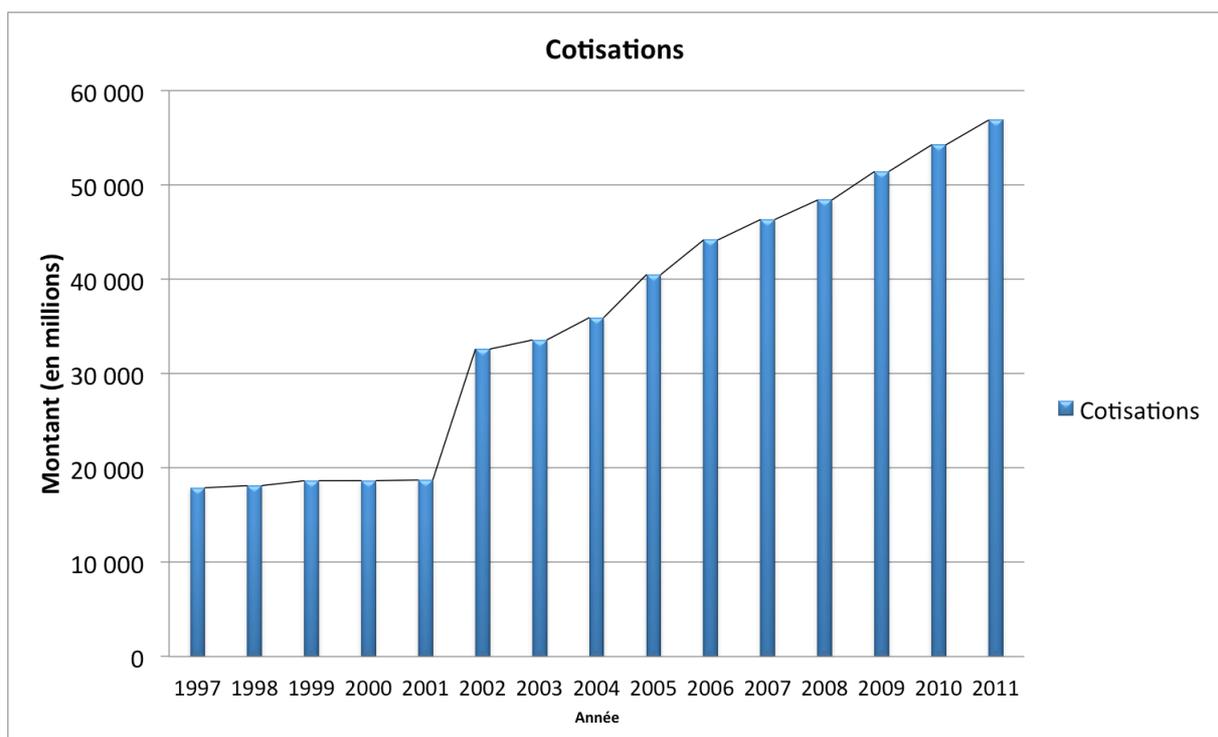


Fig. 7 : Les cotisations du FNR sur la période 1997-2011. Source : Étude Actuarielle du FNR sur la période 2010-2050, NDIAYE et DIABATE [2012].

En ce qui concerne le secteur privé, les cotisations de l'IPRES ont connu la même tendance que celles du FNR. En effet, les cotisations du régime général ont connu une hausse de 11,9 milliards sur la période 2009-2010, tandis que celles du régime complémentaire des cadres ont augmenté de 6,6 milliards, voir le graphique ci-après :

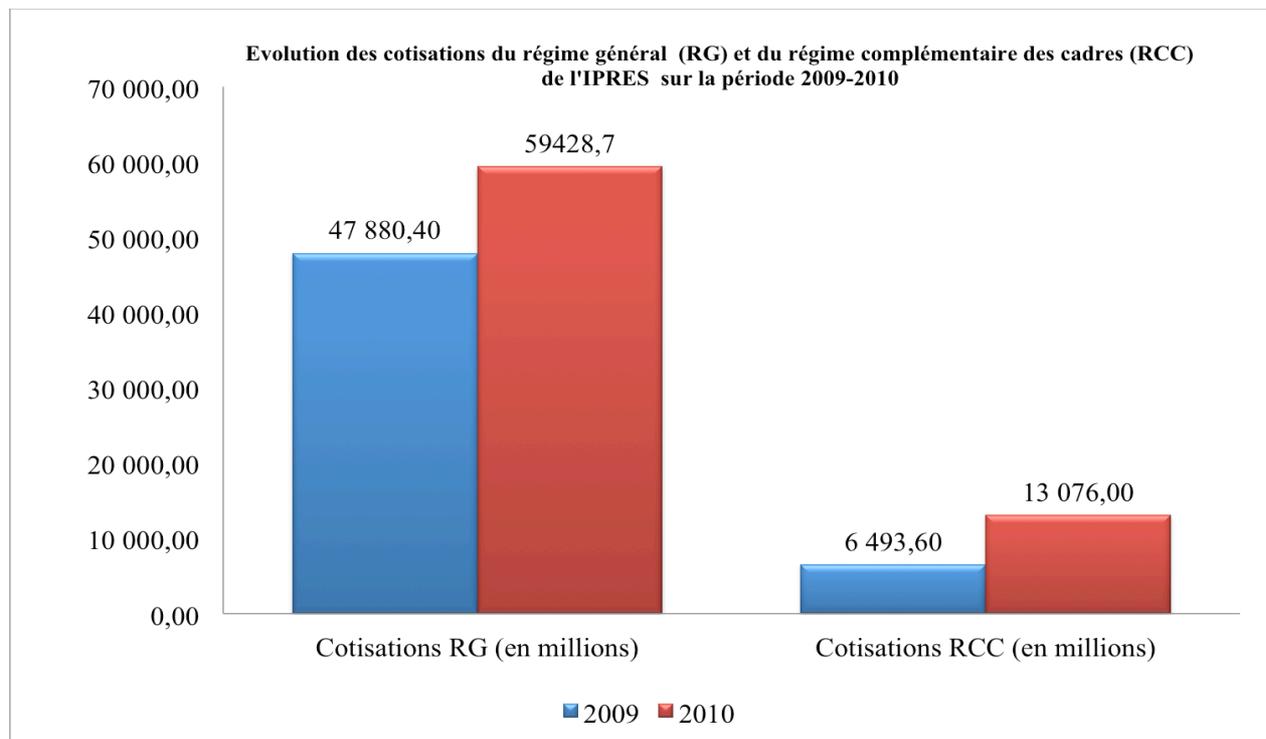


Fig.8: Les cotisations du régime général (RG) et du régime complémentaire des cadres (RCC) de l'IPRES sur la période 2009-2010, Source : Rapport de gestion de l'IPRES [2010].

1.1.2.3. Evolution du montant des cotisations des régimes de retraite du Cameroun

Au Cameroun, les recettes de la branche « pension » de la CNPS ont connu une amélioration sur la période 2009-2013, passant de 43,069 milliards en 2009 à 49,86 milliards en 2013, soit une hausse de 16 %, voir le graphique :

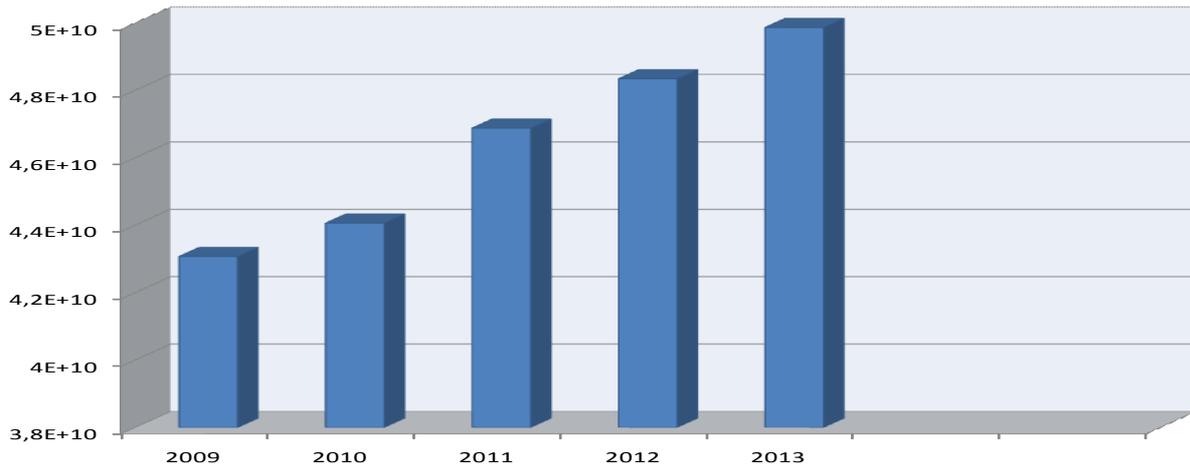


Fig. 9: Les recettes techniques de la CNPS Cameroun sur la période 2009-2013. Source : Annuaire statistique 2013

1.1.2.4. Evolution du montant des cotisations des régimes de retraite du Burkina Faso

Au Burkina Faso, les cotisations de la CNSS ont connu une tendance haussière sur la période 1999-2009, passant de 5,2 milliards en 2005 à 18,73 milliards en 2009, soit une hausse de 263%. Ces cotisations *supra* sont la somme des cotisations provenant de toutes les branches. Il est difficile d'en obtenir une ventilation par branche. Le graphique ci-dessous illustre cette évolution :

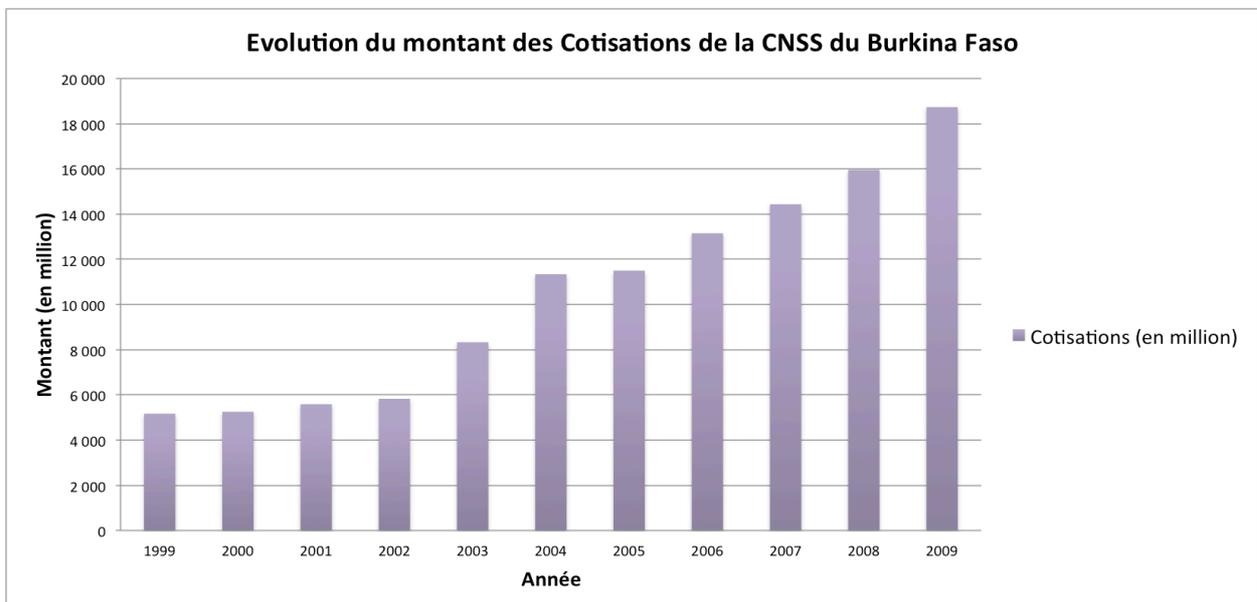


Fig.10 : Les cotisations de la CNSS du Burkina sur la période 1999-2009. Source Annuaire statistique [2009].

1.1.2.5. Evolution du montant des cotisations des régimes de retraite du Niger

Au Niger, les cotisations représentent chaque année entre 75 % et 80 % des revenus totaux de la CNSS sur la période 1999-2002. Ces revenus sont composés des cotisations, des pénalités,

de la production, des produits exceptionnels et des placements (*cf.* BIT, Niger Rapport au gouvernement [2002]). Le graphique ci-dessous montre l'évolution des cotisations et des revenus totaux (en millions) de la CNSS sur la même période :

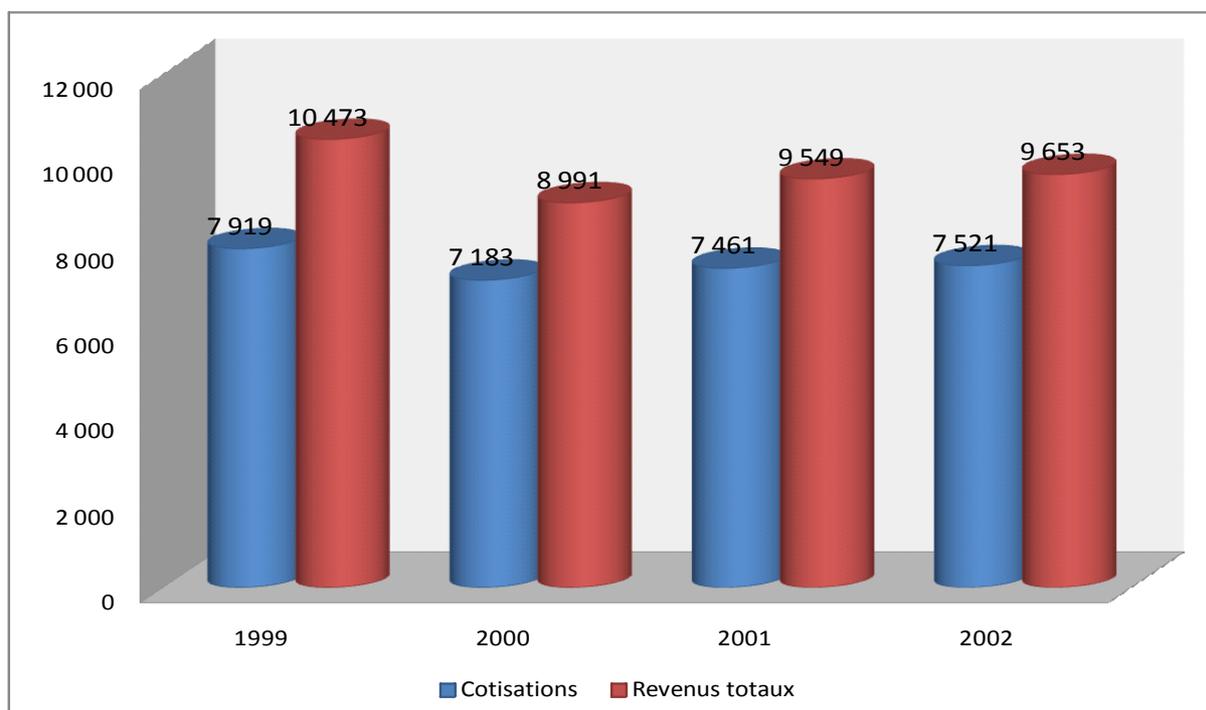


Fig.11: Les cotisations et les revenus de la CNSS Niger avant la réforme de 2002. Source : Niger, rapport au gouvernement [2002].

En règle générale, l'évolution des cotisations dans les pays de la zone CIPRES, s'explique principalement par :

- l'augmentation des cotisants et/ou
- la mise en application des réformes.

1.2. Les dépenses

Peu importe la zone géographique, les régimes de retraite en zone CIPRES doivent faire face au moins mensuellement à des engagements (dépenses) pour honorer leur promesse. Ces dépenses sont ventilées :

- aux dépenses liées au fonctionnement de la caisse de retraite
- au paiement des prestations des différentes branches (dépenses techniques)

1.2.1. Les prestations au titre de la branche vieillesse

Dans la zone CIPRES, les dépenses techniques de la branche « vieillesse » sont des prestations allouées aux retraités ou à leurs ayants droits en cas de décès. Elles sont composées généralement des :

- **prestations de vieillesse**¹¹⁵ : L'assuré bénéficie de cette pension s'il atteint l'âge de la retraite. Ce dernier varie entre 55 et 60 ans selon les pays de la zone CIPRES.
- **prestations de survivant** : Il s'agit de pensions ou de rentes de réversion octroyées aux ayants droit en cas de décès de l'assuré.
- **prestations d'invalidité**¹¹⁶ : Elle permet de garantir un revenu de remplacement au travailleur victime d'une incapacité pour des raisons non professionnelles lorsque celui-ci ne peut plus gagner correctement sa vie par son activité professionnelle.
- **allocations**

Si nous prenons l'exemple ivoirien, nous pouvons noter que le système de sécurité social offre les prestations suivantes au titre de la branche « vieillesse »:

- La pension de retraite

Elle est offerte à l'assuré si celui-ci totalise au moins quinze ans d'activité salariée ayant donné lieu à des cotisations. Il doit être âgé de 55 ans en général avant la réforme¹¹⁷. En ce qui concerne la CNPS, la pension de retraite est calculée en pourcentage des salaires soumis à cotisation. Il est égal au produit du salaire moyen des dix meilleures années¹¹⁸ de la carrière par le taux de remplacement. Le taux de remplacement¹¹⁹ est égal au produit du taux de rendement annuel par la durée de la carrière. En ce qui concerne la CGRAE, la pension se calcule comme suit :

$$PAA = (I \times V) \times (N \times T)$$

Avec

¹¹⁵ Elle représente une proportion du revenu moyen perçu par le travailleur durant les derniers mois d'activité. Cependant, le bénéficiaire peut décider d'anticiper sa retraite, dans ce cas, il bénéficie d'une pension de retraite anticipée, calculée en appliquant un coefficient d'abattement à sa pension de vieillesse. Plus généralement, ce coefficient est de 5 % par année.

¹¹⁶ Le bénéficiaire doit respecter une durée minimale d'activité et une période « plancher » d'assurance (cotisation effective).

¹¹⁷ Dorénavant, l'âge légal de la retraite a été fixé à 60 ans.

¹¹⁸ Après la réforme, ce sont les quinze meilleurs salaires qui sont considérés.

¹¹⁹ Ce taux de rendement est de 1,33 % par an pour la période de votre carrière déroulée avant le 1er janvier 2000 et 1,70 % par an pour la période déroulée à partir de cette date.

I : Indice de liquidation¹²⁰.

V : Valeur du point d'indice au moment de l'admission à la retraite¹²¹.

N : Nombre d'années de services effectifs.

T : Le taux de liquidation¹²².

- **La pension d'invalidité**

A la CGRAE, une rente d'invalidité est versée au fonctionnaire victime d'une invalidité résultant du service. A contrario, le fonctionnaire invalide peut actionner son droit à la pension, sans condition d'âge, ni de durée de service.

- **La pension de survivant**

A la CGRAE / CNPS, cette pension est octroyée, sous certaines conditions, aux ayants cause (le conjoint survivant, les orphelins mineurs et les assimilés) en cas de décès, de disparition ou d'absence du fonctionnaire.

- **Les remboursements des retenues pour pensions**

- **Les allocations**

1.2.2. Evolution des dépenses des régimes de retraite de la zone CIPRES

Dans la zone CIPRES, les statistiques révèlent une évolution significative des dépenses des régimes de retraite. Cette situation n'est pas surprenante, au regard de l'évolution rapide des bénéficiaires de ces régimes, voir *supra*.

1.2.2.1. Evolution du montant des dépenses des régimes de retraite de la Côte d'Ivoire

En Côte d'Ivoire, les dépenses techniques de la CGRAE continue de progresser passant de 51,86 milliards en 2010 à 136,85 milliards en 2013, soit une hausse de 164 %¹²³ sur quatre ans. La réforme de 2012 a permis à la caisse d'être excédentaire dès 2013, voir le graphique suivant :

¹²⁰ Il correspond au dernier grade acquis six mois au moins avant l'admission à la retraite.

¹²¹ Depuis le 01 /01/1982, il est égale à 2801,48.

¹²² Il est fixé à 2% par annuité liquidable avant la réforme, et à 1.75 % après la réforme.

¹²³ Sur cette même période, nous constatons une évolution de 93 % des cotisations, tandis que les dépenses ont progressé plus rapidement pour s'établir à 164 %.

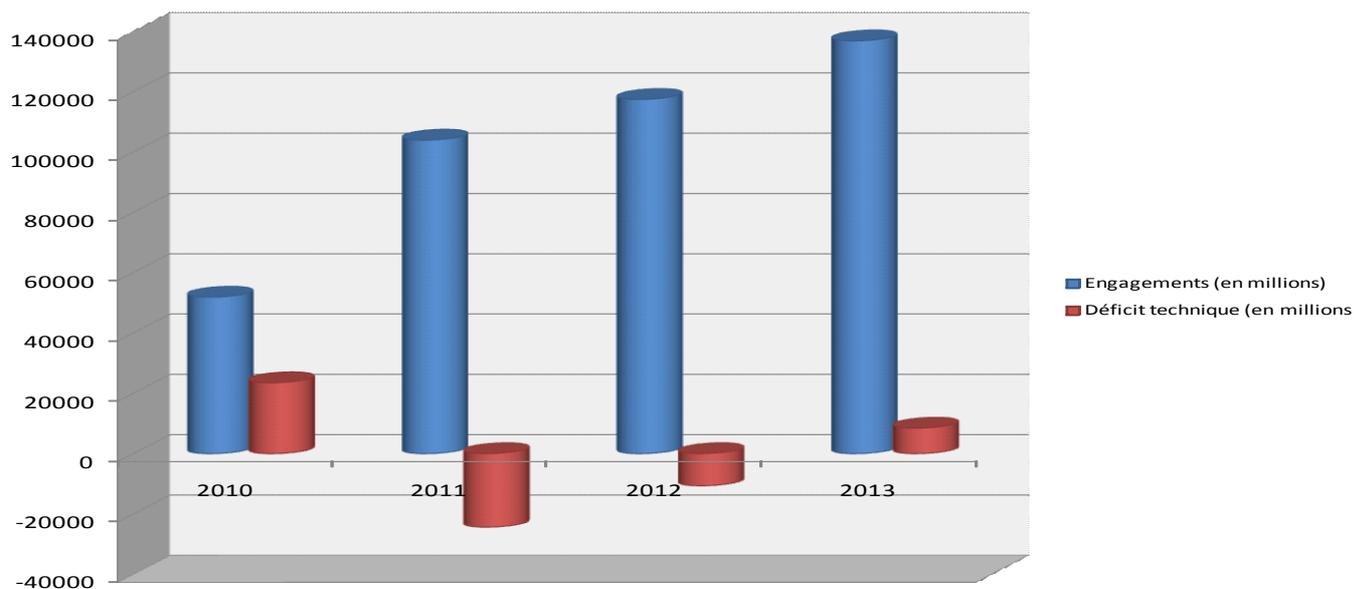


Fig.12 : Les dépenses et le solde technique de la branche vieillesse de la CGRAE sur la période 2010-2013. Source : Annuaire statistique 2013

En outre, le déficit de la CNPS est apparu dès l'exercice 2003. Le tableau ci-dessous retrace l'évolution des recettes, des dépenses et du solde technique sur la période 2000-2006 :

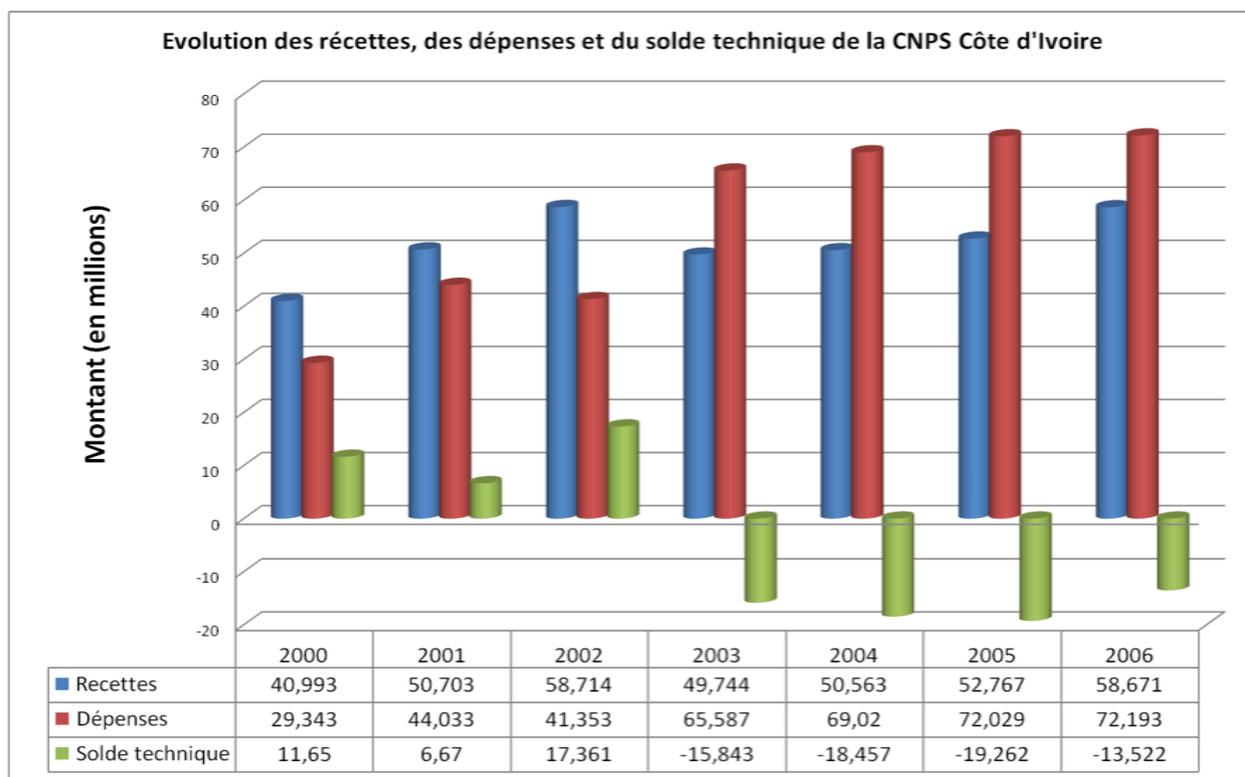


Fig. 13 : Les dépenses, les recettes et le solde technique de la branche pension de la CNPS sur la période 2000-2006, source AISS.

1.2.2.2. Evolution du montant des dépenses des régimes de retraite du Sénégal

Au Sénégal, nous pouvons voir sur le graphique ci-dessous, une évolution de 168% des dépenses du FNR passant de 21,29 milliards en 1997 à 57 milliards en 2011. Nous pouvons aussi voir que le régime était déficitaire avant la réforme de 2002. Cette dernière a permis d'améliorer le solde technique du régime pendant les neuf années suivantes. Cependant, le déficit est survenu au cours de l'exercice 2011, estimé à 90 millions de FCFA.

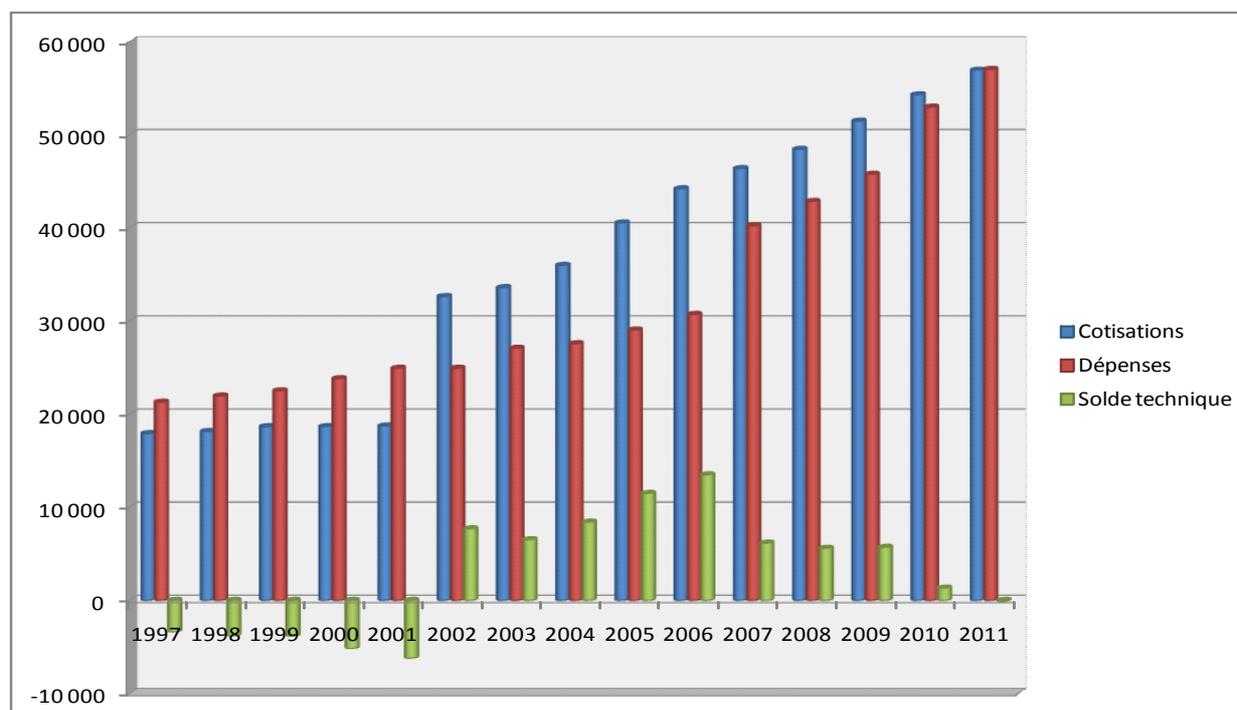


Fig. 14: Les dépenses, les cotisations et le solde technique de la branche pension du FNR sur la période 1997-2011. Source : Étude Actuarielle du FNR sur la période 2010-2050, NDIAYE et DIABATE [2012].

Les dépenses du régime général et du régime complémentaire des cadres de l'IPRES ont subi respectivement une hausse de 160 % et de 516 % sur la période 1994-2010. Respectivement, les réserves ont aussi progressé pour les deux régimes de l'ordre de 956 % (RG) et de 2575 (RCC). Le tableau ci-dessous illustre cette évolution :

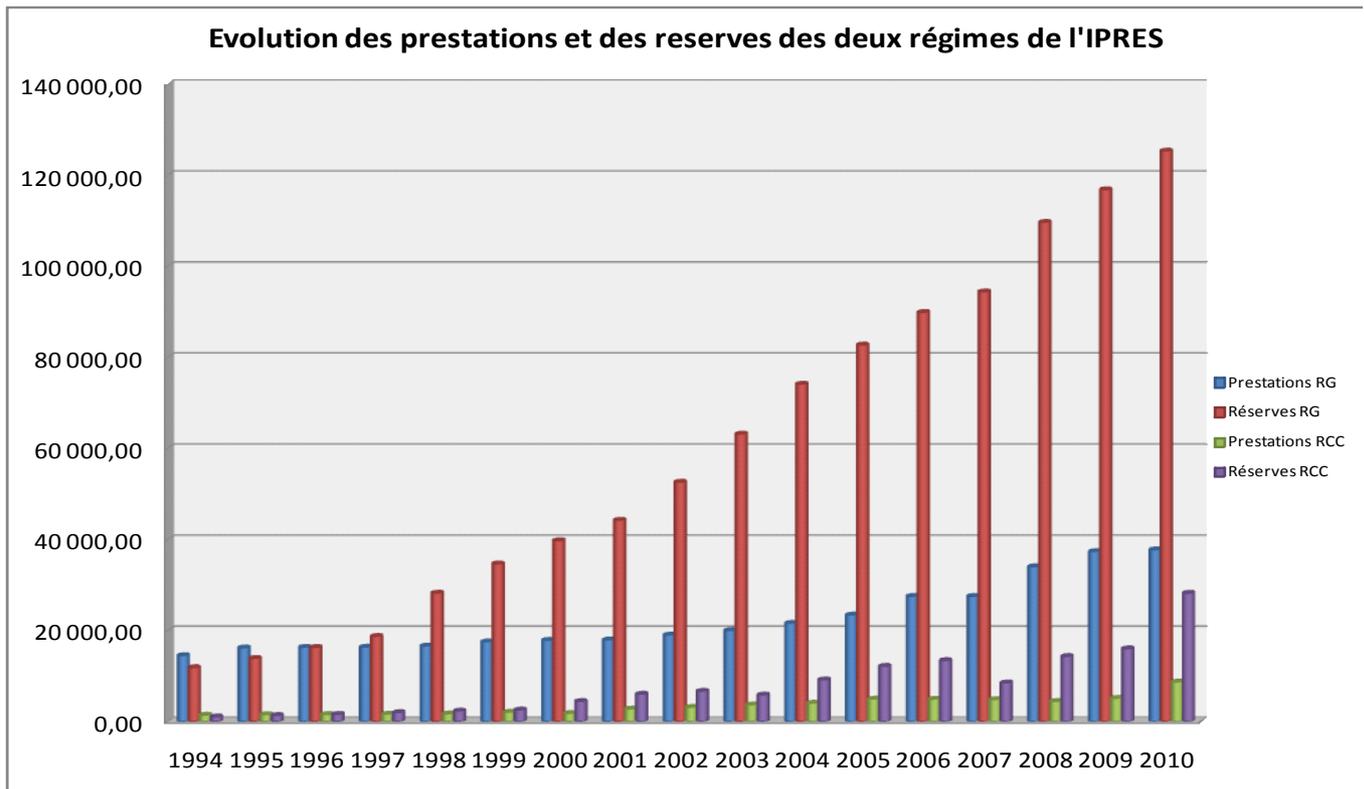


Fig.15: Les prestations et les réserves du régime général et du régime complémentaire des cadres de l'IPRES sur la période 1994-2010. Source : Fichiers de l'IPRES, Rapport de gestion 2010.

1.2.2.3. Evolution du montant des dépenses des régimes de retraite du Cameroun

Au Cameroun, la branche retraite de la CNPS est en déficit en ce sens que les dépenses augmentent plus rapidement que les recettes. En effet, sur la période 2009-2013, nous observons une hausse de 16 % des recettes, tandis que les dépenses ont progressé de 21 %, passant de 47,86 milliards en 2009 à 57,99 milliards en 2013. Le déficit de l'exercice 2013 est estimé à 8,14 milliards comme illustré sur le graphique ci-dessous :

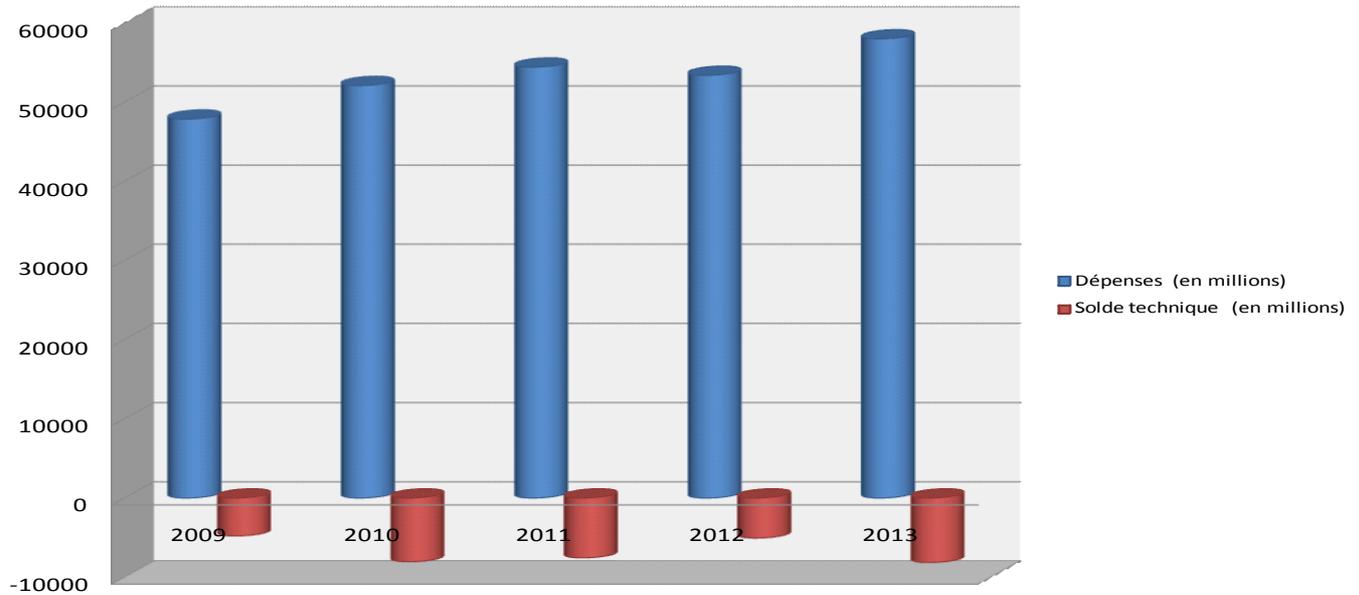


Fig. 16: Les dépenses et le solde technique de la branche pension de la CNPS du Cameroun sur la période 2009-2013. Source : Annuaire statistique 2013

1.2.2.4. Evolution du montant des dépenses des régimes de retraite du Burkina Faso

Au Burkina Faso, le graphique ci-dessous révèle que le régime de retraite de la CNSS est excédentaire car les cotisations croissent plus rapidement que les dépenses. En effet, nous avons constaté une hausse de 263 % des cotisations sur la période 1999- 2009, tandis que les dépenses n'ont progressé que de 136 % sur la même période, allant de 3,97 milliards en 1999 à 9,36 milliards en 2009 :

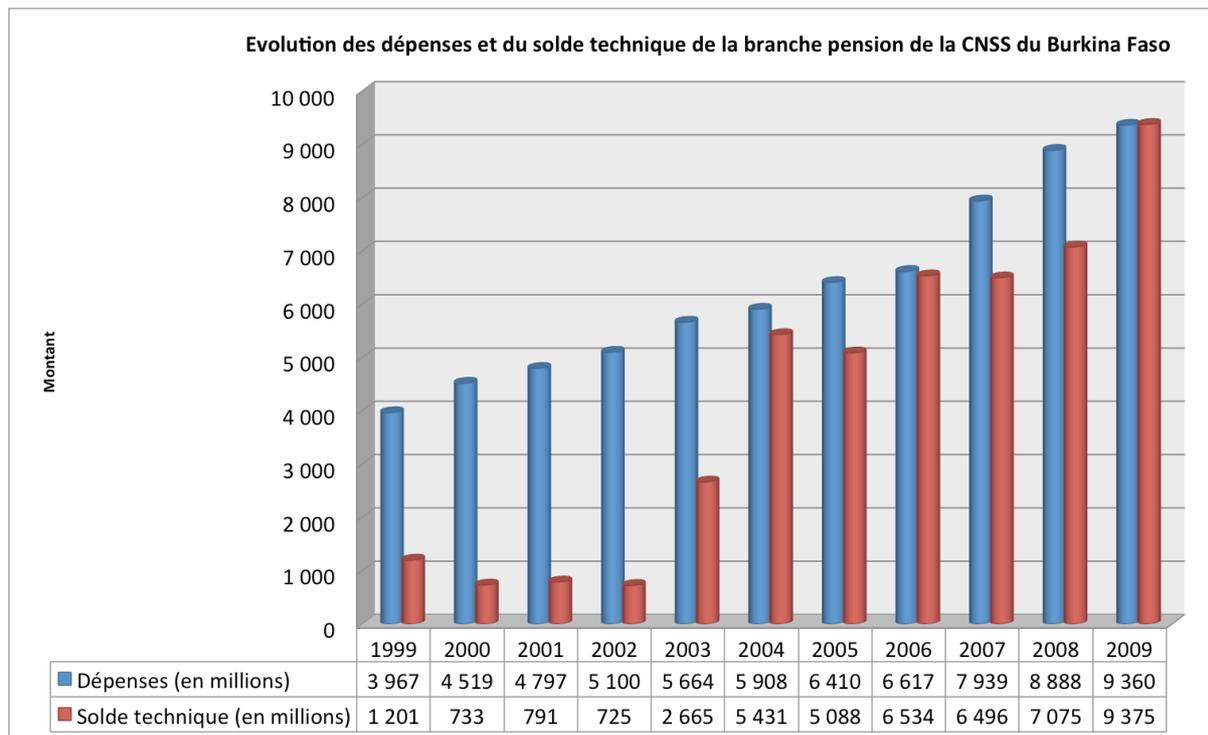


Fig. 17: Les dépenses et le solde technique de la branche pension de la CNSS du Burkina Faso sur la période 1999-2009. Source : Annuaire statistique 2009.

1.2.2.5. Evolution du montant des dépenses des régimes de retraite du Niger

Au Niger, le régime de retraite de la CNSS est excédentaire. Toutefois, l'étude actuarielle de 2002 montre que la situation du régime s'est dégradée sur l'horizon 1999-2002. Ainsi, le solde technique est passé de 2,1 milliards en 1999 à 1,74 milliards en 2002 d'où une chute de 17 %. De plus, les ressources collectées ne sont pas majoritairement allouées au paiement des prestations, qui représentent entre 46 % à 56 % des dépenses totales sur la même période.

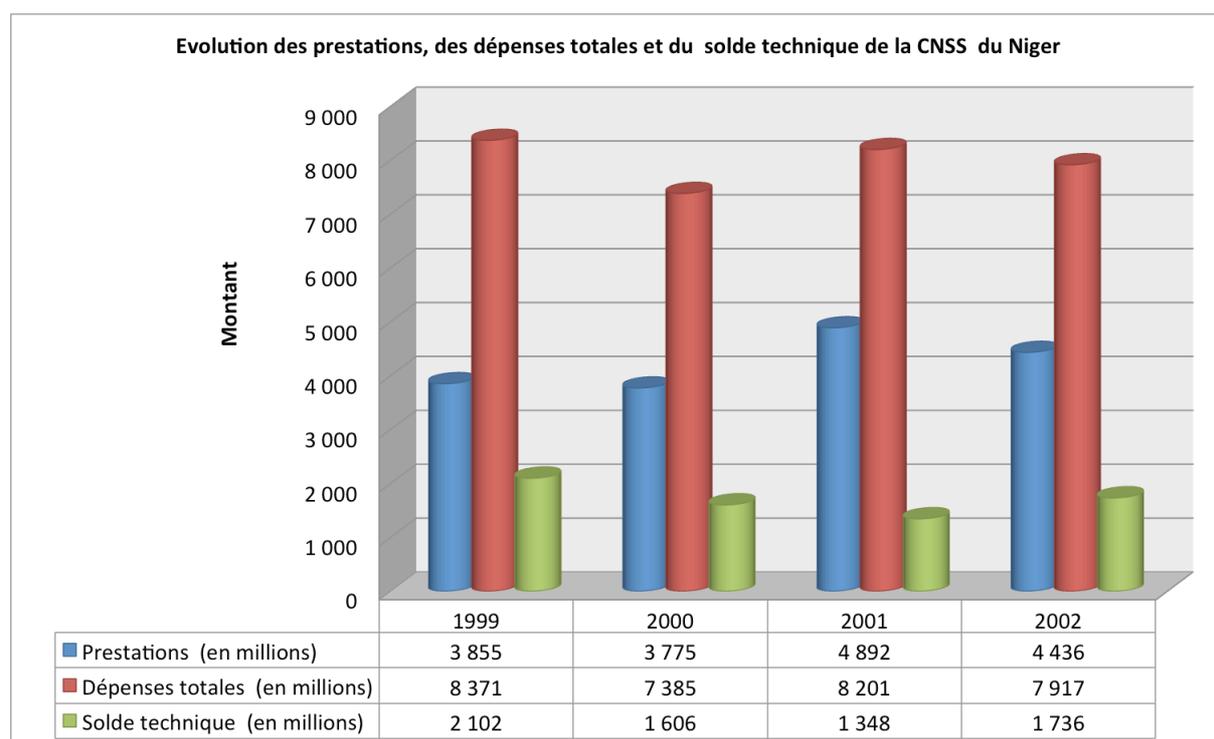


Fig. 18: Les dépenses et le solde technique de la CNSS du Niger sur la période 1999-2002. Source : BIT, Niger Rapport au gouvernement [2002]

Nous pouvons déduire à partir des exemples *supra* que la hausse des dépenses des régimes de retraite de la zone CIPRES, résulte généralement de l'augmentation du nombre de bénéficiaires et/ou de l'évolution du risque de longévité.

1.3. La politique de placement

La politique de placement des ressources issues de la sécurité sociale est très importante pour assurer la viabilité du régime sur le long terme. À cet effet, l'association internationale de la sécurité sociale (AISS) présente dans son rapport technique n°13, les principes directeurs pour le placement des fonds des régimes de sécurité sociale. Pour mener une politique de placement efficiente, les régimes de retraite doivent disposer d'une gouvernance pilotée par un conseil d'administration indépendant dont le but sera de définir clairement les tâches d'exécution et de supervision. Il doit établir au sein de l'organisme une institution de placement interne ou faire appel à des sociétés extérieures ayant une expertise dans la gestion d'actifs. Le conseil d'administration doit aussi :

- créer un comité de placement, chargé de définir la politique de placement et la stratégie de placement, de les soumettre au conseil d'administration, d'en superviser la mise en œuvre et d'en évaluer l'efficacité.
- faire appel à un reviseur des comptes indépendant chargé de procéder à la révision annuelle des comptes du régime de sécurité sociale.
- faire appel à un actuair indépendant chargé de procéder périodiquement à une évaluation actuarielle.

Cette gouvernance doit comporter des mécanismes appropriés de contrôle, de communication et d'incitation qui concourent à assurer, dans la transparence, le bon fonctionnement du système, grâce à des décisions efficaces, à des mesures d'exécution judicieuses au moment opportun et à un réexamen critique régulier des dispositions en vigueur.

Les décisions d'investissement doit être guidées par deux objectifs fondamentaux : la sécurité¹²⁴ et le rendement¹²⁵. Elles doivent aussi tenir compte des règles prudentielles de la réglementation locale. Dans la zone CIPRES, les régimes de retraite ne disposent pas d'une politique de placement optimale. Plusieurs études actuarielles menées sur les caisses de retraite de la Côte d'Ivoire, du Sénégal et du Cameroun révèlent que le portefeuille de placement était constitué majoritairement de reconnaissance de dettes de l'État qui ne

¹²⁴Les placements devraient aider le régime à remplir ses engagements de la façon la plus économique.

¹²⁵Les placements devraient avoir un rendement aussi élevé que possible dans les limites du risque acceptable.

rapportait pas de revenus. Cette situation est fréquente pour les régimes de retraite du secteur public n'ayant pas réellement une autonomie financière, contre toute apparence¹²⁶.

En règle générale, les décisions de placement ou d'utilisation des fonds dans les pays de la CIPRES sont souvent guidées par des impératifs politiques et non par une analyse de rentabilité comme le recommande l'AISS. De plus, les marchés financiers de l'Afrique subsaharienne francophone n'offrent pas encore des opportunités de placement à des taux de rendement très élevés (supérieur à 10%). Par exemple, les taux de rendements des placements en zone CIMA étaient respectivement de 3,97%, 4,78% et 4,55% entre 2003-2005. Les opportunités de placement dans la zone CIPRES sont : les actions, les obligations¹²⁷, l'immobilier et le monétaire¹²⁸.

La stratégie d'allocation des ressources des systèmes de retraite du secteur privé de la zone CIPRES se compose principalement des obligations d'État, de l'immobilier et des dépôts en banque (DAT) en des proportions approximatives respectives de 15%, 12%, et 46%. Par contre, le portefeuille des régimes de retraite du secteur public est composé majoritairement des obligations de l'État et des dépôts à terme des banques.

Au Niger, l'étude actuarielle de 2002 montre que le portefeuille de la CNSS était composé des dépôts au Trésor général (58%) pour un montant de 41,27 milliards FCFA, les créances certaines et incertaines (22%) pour un montant de 15,52 milliards FCFA et des actifs qui ne rapportent aucun intérêt comme les créances et les dépôts dans des comptes de banque (*cf.* BIT [2002]).

Depuis 2007, des réflexions sont menées par les experts de l'assurance des pays de la zone CIPRES / CIMA pour améliorer la rentabilité des ressources collectées par l'assurance. Il ressort des consultations, la nécessité de concevoir de nouveaux instruments financiers, la création d'un marché financier pour toute la zone CIMA, la possibilité pour les entreprises institutionnelles de placer leur liquidité à l'étranger (*cf.* États généraux de l'assurance vie - Rapport final [2007])¹²⁹.

¹²⁶ Pour le financement du budget, les ressources du régime sont souvent utilisées par l'État, qui garantit le financement du déficit lorsqu'il survient.

¹²⁷ Ces obligations sont composées des obligations d'État, des organismes internationaux, des institutions financières et des entreprises

¹²⁸ Le monétaire est constitué essentiellement des dépôts à terme (DAT) des banques.

¹²⁹ La CNPS de Côte d'Ivoire a déjà emboîté le pas en plaçant leur liquidité à l'étranger.

2. Analyse des réformes

Face aux déficits techniques des caisses de retraite observés pendant plusieurs années sur certaines branches d'une part et face aux défis démographiques auxquels le continent africain sera confronté ces vingt prochaines années d'autre part, les gouvernements de certains pays de la zone CIPRES ont entamé un ensemble de réformes paramétriques, non paramétriques et juridiques et institutionnelles visant à rétablir l'équilibre du régime de retraite. Les réformes paramétriques portent généralement sur le recul de l'âge légal de la retraite, la réduction du taux d'annuité, l'augmentation du taux de cotisation et la revalorisation des pensions.

En outre, les réformes non paramétriques permettent de revoir ou de mettre à jour les prestations du régime. Quant aux réformes juridiques et institutionnelles, elles visent à actualiser le statut juridique de la caisse de retraite, ainsi que tous les textes législatifs décrivant son fonctionnement.

2.1. Réformes du régime de retraite ivoirien

Après des études actuarielles menées en 2008 qui ont permis de diagnostiquer la santé financière des régimes de retraite existants, le gouvernement ivoirien a adopté en 2012 sur la base des recommandations de l'étude, un ensemble de textes législatifs qui entérine la réforme de la branche « vieillesse ».

Dans le secteur privé (CNPS), le gouvernement a adopté l'ordonnance n° 2012-03 du 11 janvier 2012 rectifiant les articles 22, 50, 95, 149 a, 163 ter et complétant l'article 168 de la loi n°99-477 du 02 août 1999, portant modification du Code de Prévoyance Sociale. Les changements majeurs concernent les taux de cotisation, l'âge de départ à la retraite, le mode de calcul de la pension et sa revalorisation, les prestations à verser.

Ainsi, le taux de cotisation passe de 8% à 14%. Toutefois, pour la période allant de la date de signature de la présente ordonnance au 31 décembre 2012, ce taux était fixé à 12 % des salaires soumis à cotisation. Pour la branche retraite, l'employeur prend en charge 55 % des contributions, le reliquat (45%) est à la charge de l'assuré (*cf.* article 22).

L'âge légal de la retraite est passé de 55 ans à 60 ans (*cf.* article 150). En outre, la pension de retraite est calculée en pourcentage des salaires soumis à cotisation, au titre de la branche Retraite de la CNPS. Les salaires soumis à cotisation servant de base de calcul à l'effet de déterminer le salaire moyen d'activité sont ceux des quinze meilleures années au lieu des dix meilleures années. Le montant maximum de la pension versée au titre de la branche retraite

est de 50% du salaire moyen d'activité. Pour les années de cotisations antérieures au 1er janvier 2000, le taux de remplacement maximum est de 1,33% du salaire mensuel soumis à cotisation. Pour les années de cotisations postérieures au 1er janvier 2000, le taux de remplacement maximum est porté à 1,7%. Le travailleur salarié qui ne remplit pas, à 60 ans, la condition de durée d'activité suffisante pour bénéficier d'une pension de retraite, a la faculté de racheter jusqu'à 24 mois de cotisations (*cf.* article 150).

La pension de survivant est fournie au conjoint en cas de décès d'un retraité ou d'un salarié en activité à partir de l'âge de 55 ans. Cette pension de réversion est égale à la moitié de la pension dont bénéficiait ou aurait bénéficié le défunt, à condition que le mariage ait été contracté deux ans au moins avant le décès. L'âge de jouissance à la pension de survivant ci-dessus prévu peut être abaissé à 50 ans. Cependant, la pension subit à titre définitif, un abattement de 5% par année d'anticipation (*cf.* article 156).

La pension d'orphelin de père et de mère égal à 20% de la pension est fournie aux enfants des défunts issus d'un mariage légal, âgés de moins de 21 ans et qui étaient à la charge dudit travailleur salarié ou retraité au moment de son décès. Le montant total des pensions d'orphelins ne peuvent excéder celle du défunt (*cf.* article 157).

La pension de solidarité est servie aux travailleurs salariés ayant exercé leur activité avant l'instauration du régime, âgé de 60 ans et totalisant au moins quinze années d'activité ayant donné lieu à rémunération (*cf.* article 158 à 160).

L'article 161 stipule que l'affilié à la CNPS perçoit sa pension de retraite immédiatement, à titre définitif et sans qu'il ne lui soit appliqué le coefficient de réduction pour anticipation, prévu à l'article 151 ci-dessus s'il est reconnu inapte à tout travail. Quant à la pension d'invalidité, elle est versée si l'affilié inapte a cessé toute activité salariée et a cotisé au titre de la branche «Retraite » pendant au moins quinze années (*cf.* article 161 à 163).

L'affilié est éligible à percevoir une allocation unique ou le remboursement de ses cotisations s'il a 60 ans et totalise au moins deux années d'activités salariées soumises à cotisations à la branche Retraite de la CNPS (*cf.* Article 163 bis et 163 ter).

L'âge ainsi que le nombre des meilleures années de salaires soumis à cotisations et servant à la détermination du salaire moyen d'activité requis avant l'entrée en vigueur de la présente ordonnance pour bénéficier de la pension de retraite normale, de la pension de retraite anticipée, de la pension de conjoint survivant, de la pension d'invalidité et de l'allocation de solidarité, augmenteront d'un an chaque année, pendant une période transitoire de cinq ans

(2012-2016), à partir de la date d'entrée en vigueur de la présente ordonnance (*cf.* Article 168 bis).

Dans le secteur public (CGRAE), le système de retraite public ivoirien a subi naturellement un ensemble de réformes que nous pouvons scinder en trois parties à savoir les réformes paramétriques, les réformes non paramétriques et les réformes juridiques et institutionnelles. Ces réformes peuvent être synthétisées dans les tableaux ci-dessous :

➤ *Les réformes paramétriques*

PARAMETRES	Dispositions appliquées avant réforme	Nouvelles mesures	Observations
Changement de l'âge de départ à la retraite des personnels civils excepté les forces de défense et de sécurité	57 ans pour les personnels civils de la catégorie D à A grade A3.	60 ans pour les personnels civils de la catégorie D à A grade A3	Augmentation de l'âge de départ à la retraite de 3 ans
	60 ans pour les personnels civils de la catégorie grade A4 à A7	65 ans pour les personnels civils de la catégorie grade A4 à A7	Augmentation de l'âge de départ à la retraite de 5 ans
Le taux de cotisation	18% du traitement brut indiciaire. Soit : 6% à la charge du fonctionnaire et 12% à la charge de l'État (employeur)	25% du traitement brut indiciaire soit : 8.33% à la charge du fonctionnaire et 16.67% à la charge de l'État.	Relèvement du taux de cotisation global de 7% : Fonctionnaire : 2,33, État : 4,67
L'âge d'entrée en jouissance des pensions viagères normales et proportionnelles des anciens membres du conseil économique et social	55 ans pour ceux devant bénéficier d'une pension viagère normale	60 ans pour ceux devant bénéficier d'une pension viagère normale	Augmentation de l'âge d'entrée en jouissance de 5 ans
	50 ans pour ceux devant bénéficier d'une pension proportionnelle	55 ans pour ceux devant bénéficier d'une pension proportionnelle	Augmentation de l'âge d'entrée en jouissance de 5 ans
L'âge d'entrée en jouissance d'allocation	60 ans	65 ans	L'âge de départ à la retraite coïncide avec l'âge de jouissance (65ans) : augmentation

viagère d'anciens ambassadeurs			de 5ans
L'âge d'entrée en jouissance d'allocation viagère d'agent temporaire	55 ans	60 ans	Augmentation de l'âge d'entrée en jouissance de 5 ans
Revalorisation des Pensions	Revalorisation des pensions basées sur les salaires nominaux	Revalorisation des pensions basées sur les salaires nominaux	Maintien de la mesure initiale

Tab.7: Réformes paramétriques de la CGRAE Côte d'Ivoire. Source : Note de présentation CGRAE

➤ *Les réformes non paramétriques*

PARAMETRES	Dispositions appliquées avant réforme	Nouvelles mesures	Observations
Distinction pension d'ancienneté – pension proportionnelle	Appliquée	Supprimée	Création d'une pension de retraite unique, déterminée sur la seule base des années de services.
Distinction entre pension de veuf et pension de veuve	Appliquée	Supprimée	Création d'une pension unique de conjoint survivant

Tab.8: Réformes non paramétriques de la CGRAE Côte d'Ivoire. Source : Note de présentation CGRAE

➤ *Les réformes juridiques et institutionnelles*

PARAMETRES	Dispositions appliquées avant réforme	Nouvelles mesures	Observations
Textes régissant les régimes de pensions gérés par la CGRAE	Application de 39 textes (dont 7 lois, 17 décrets, 4arrêtés, 2 ordonnances et 9 textes de natures diverses)	Application d'un code unique des pensions et son décret paramétrique d'application	La législation relative aux régimes de pension gérés par la CGRAE est consignée dans un code unique et ses décrets d'application
Statut juridique de la CGRAE	Société d'état dénommée Caisse générale de retraite des agents de l'État en abrégé CGRAE-SODE	Institution de prévoyance sociale dénommée caisse générale de retraite des agents de l'État en abrégé IPS-CGRAE.	Le statut d'institution de prévoyance sociale confère à la CGRAE une véritable autonomie de gestion au plan financier, une efficacité au plan opérationnel et administrative

Tab.9: Réformes juridiques et institutionnelles de la CGRAE Côte d'ivoire. Source : Note de présentation CGRAE

2.2. Réformes du régime de retraite sénégalais

Le système de pension de retraite sénégalais a une faible couverture et est relativement généreux. Bien que les dépenses de ces deux institutions de retraite soient faibles au regard des normes internationales (environ 1,5% du PIB), elles augmentent rapidement surtout pour le FNR au point de fragiliser sa situation financière compromettant ainsi sa viabilité financière sur le long terme, à l'instar de l'IPRES qui présente une situation financière moins préoccupante. Pour pallier à ce problème, la réforme du système de retraite sénégalais a lieu en 2002 avec l'assistance technique de la banque mondiale dont le but était d'évaluer les régimes de pension obligatoires à la fois pour les travailleurs du secteur privé et du secteur public, et de proposer des réformes en vue d'assurer l'allocation de pensions adéquates aux bénéficiaires des différents régimes (*cf.* NDIAYE et DIABATE [2012]). En ce qui concerne le FNR, les réformes étaient principalement d'ordre paramétrique que l'on peut résumer dans le tableau ci-dessous (*cf.* ANNYCKE [2008]) :

Paramètres	Jusqu'en 2001	À partir de 2002
Age de la retraite	55 ans (nés en 1946 ou avant)	60 ans (nés en 1947 ou après).
Taux d'annuité	2%	1.8%
Cotisation salariale	15%	12%
Cotisation patronale	20%	23%

Tab.10: Comparaison des paramètres de la FNR du Sénégal avant la réforme et après la réforme de 2002. Source : Étude Actuarielle du FNR sur la période 2010-2050, NDIAYE et DIABATE [2012].

L'assiette de cotisation prenait en compte la solde mensuelle indiciaire (SMI) et l'indemnité d'enseignement (pour les enseignants). Après la réforme, elle a été élargie à presque tous les éléments du salaire: SMI, l'indemnité d'enseignement, le complément spécial, l'indemnité de résidence, l'augmentation salariale et les autres indemnités catégorielles.

D'autres réformes sont entrées en vigueur en 2006, y compris l'indexation des prestations sur l'inflation (uniquement pour l'IPRES) et l'ouverture d'un compte notionnel pour les régimes actuels à prestations définies. Afin de renforcer la gouvernance du système, le gouvernement a également créé un Comité de supervision intérimaire chargé du contrôle du Fonds de sécurité sociale et un organisme de surveillance des processus de financement. Grâce à ces mesures, le déficit du Fonds de sécurité sociale a été résorbé dès le début de 2008 (*cf.* Banque mondiale [2012]).

Depuis 2010, la situation financière du FNR commence à se détériorer malgré la réforme de 2002 à cause de la générosité du régime (taux de remplacement avoisinant 99,9%). Cette information découle des études actuarielles menées en 2012 pour la période 2010-2050 (*cf.* NDIAYE et DIABATE [2012]).

2.3. Quelques réformes observées dans la zone CIPRES

Les systèmes de retraite de la zone CIPRES sont en majorité confrontés à des déficits techniques c'est à dire que les cotisations des actifs n'arrivent pas à financer les prestations des retraités. Pour assurer l'équilibre de la branche vieillesse, plusieurs pays de cette zone ont entamé des réformes ou sont en cours d'élaboration. Comme énoncé *supra*, La Côte d'Ivoire et le Sénégal ont déjà procédé à la révision de leur régime de retraite.

Au Niger, la gestion du régime de retraite des employés du secteur public, auparavant gérée par le Fonds National de Retraite (FNR), a été confiée à une nouvelle entité publique à caractère Social, autonome, dotée d'une personnalité morale et d'une autonomie financière, appelée « Caisse Autonome des Retraités du Niger (CARENI) ». Ce changement de statut juridique est une recommandation de l'étude actuarielle du FNR. Cette dernière a relevé des insuffisances majeures au niveau de la gestion administrative et financière des pensions et des retraites. La CARENI a pour mission de concéder, liquider et payer les pensions attribuées. En outre, elle est aussi chargée de rembourser les retenues pour pension opérées sur les traitements des personnels affiliés n'ayant pas acquis des droits à la pension et au paiement à titre d'avance du capital-décès au profit des ayants droit des fonctionnaires décédés (*cf.* Sahel quotidien [2012]). Le Projet de décret portant approbation des Statuts de la Caisse Autonome des Retraites du Niger (CARENI) a été adopté à l'issue du Conseil de ministres du 22 juillet 2014 (*cf.* Journal du Niger [2014]). Des études sont en cours (Assainissement des fichiers, Étude actuarielle) visant à une réforme paramétrique de la Caisse Nationale de Sécurité Sociale (CNSS) ainsi que la refonte des textes, afin d'assurer l'équilibre à long terme et améliorer la qualité des services(*cf.* CIPRES [2014]).

Au Mali, un projet sur la réforme du système de retraite public est en cours suite aux recommandations des études actuarielles de 2004. Ce projet prévoit les changements suivants : une évolution du taux de cotisation de 12 % à 24 % (dont 4 % à la charge du salarié et 20 % à la charge de l'État), le calcul de la pension sur la base de la moyenne des rémunérations des cinq dernières années au lieu du dernier traitement indiciaire, l'interdiction du cumul des pensions, l'ajournement de la jouissance de la pension de

réversion pour les veuves de moins de 35 ans, l'indexation des pensions sur l'évolution du coût de la vie et la réduction du taux maximal d'annuité de 8 % à 4 % (cf. CAMARA [2008]).

Au Togo, le système de pensions comprend la Caisse de retraite du Togo (CRT) qui couvre les salariés du secteur public et la Caisse Nationale de Sécurité Sociale (CNSS) qui couvre les salariés du secteur privé. La refonte du système des pensions a démarré en 2008 par une réforme paramétrique, aboutissant au recul de l'âge à la retraite de 55 ans à 60 ans. En 2011, les réformes de la CRT ont touché les aspects juridique, institutionnel, organisationnel et financier du régime. En clair, elles ont permis de réviser les textes législatifs, de mettre en place un bureau organisation et méthode pour améliorer les procédures et permettre un audit efficace des services, de réorganiser l'organigramme de la caisse, de recenser les fonctionnaires retraités pris en charge par la caisse, etc. (cf. AKANNI [2014]).

La CNSS a entamé la restructuration de son système informatique, l'archivage numérique de ses documents, la modernisation de son système d'accueil et le renforcement de sa politique de communication. De plus, un projet de révision du code togolais de sécurité sociale est en cours d'adoption pour répondre aux contingences sociales et à la nécessité du respect des textes nationaux et des instruments internationaux entre autres (cf. CIPRES [2014]).

Au Cameroun, la réforme du système de retraite a démarré à partir de la déclaration gouvernementale de décembre 1999, issue des constats et recommandations de l'audit SATEC de mai 1990 financé par la banque mondiale. Ce projet de réforme (en cours) permettra au Cameroun de se conformer aux règles de l'OIT. Il porte principalement sur la structuration du régime de retraite formel, la mise en place d'un régime de retraite complémentaire, l'extension de la couverture « retraite » au secteur informel (cf. FOUOMENE [2013]).

Dans les pays de la zone CIPRES, les réformes observées mettent l'accent sur le financement du régime, en optimisant la politique de recouvrement des cotisations. Ils contraignent les entreprises à déclarer leurs employés, sous peine de se voir refuser un marché de l'État (cf. GARANKE [2006]).

3. Conclusion du chapitre 2

Dans ce chapitre, nous avons analysé les paramètres de pilotage des régimes de retraite de certains pays de la zone CIPRES dans un premier temps. Il ressort que les cotisations de ces régimes ont progressé chaque année. Cette progression s'explique principalement par une progression des cotisants et/ou une amélioration de la politique de recouvrement. En outre, l'évolution rapide des dépenses¹³⁰ chaque année révèle l'impact réel des risques auxquels les régimes de retraite de cette zone sont confrontés. Cette situation est à l'origine des déficits de la plupart des régimes de retraite, étant donné l'absence de politique de placement. Pour résorber ces déficits, nous avons vu que les gouvernements de ces pays ont opté pour une solution partielle qui consiste à réviser les paramètres techniques du régime. Ces réformes ont aussi prévu la réduction des problèmes administratifs, la mise en place d'un régime de retraite complémentaire et l'extension du régime aux travailleurs indépendants.

Conclusion de la partie 1

Les systèmes de retraite en zone CIPRES, financés par répartition, sont confrontés à des difficultés mettant en jeu leur viabilité. Cette situation est d'autant plus alarmante que l'Afrique doit faire face d'ici 2050 à une démographie galopante. En effet, selon l'Association Internationale de la Sécurité Sociale (AISS), l'on estime à environ 40 millions le nombre de personnes âgés de 60 ans ou plus. Ce chiffre devrait doubler en 2030 et dépasser les 200 millions en 2050. Des études actuarielles (*cf.* Niger, BIT [2002]) ont amené les gouvernements à entamer une série de réformes avec le soutien technique de la banque mondiale. Ces réformes, généralement paramétriques, permettent à l'organisme d'être excédentaire sur un temps limité. Elles s'appuient le plus souvent sur les paramètres suivants: l'âge de la retraite, le taux de cotisation, le niveau de la revalorisation des pensions, le niveau du plafond de cotisation, la restriction pour la retraite anticipée, la définition du salaire soumis à cotisation, la définition des critères d'éligibilité des prestations, la période minimum de cotisation et la base de calcul des pensions (*cf.* Le courrier de la CIPRES [2011]).

Cependant, l'organisme de retraite est toujours confronté à des risques structurels (*cf.* PLANCHET et GUIBERT [2010]) principalement les risques « démographiques » pour les systèmes de retraite de l'Afrique subsaharienne francophone, fonctionnant par répartition.

¹³⁰ Il est difficile d'avoir une ventilation des dépenses techniques ce qui ne favorise pas la quantification (en unité monétaire) de l'impact de chaque facteur de risque.

En zone CIPRES, l'espérance de vie moyenne après la retraite est de 16 ans alors que le délai de récupération¹³¹ d'un retraité moyen est de 2 à 7 ans (*cf.* Le courrier de la CIPRES [2011]). Les dépenses techniques sont croissantes atteignant souvent des seuils critiques car leurs organismes de retraite sont trop généreux, fournissant des prestations viagères non financées au-delà du délai de récupération des cotisations. À cela s'ajoute les dépenses administratives élevées ($\approx 35\%$ des dépenses totales), dont le coût global dégrade la solvabilité sur le long terme. Le FNR du Sénégal est une illustration parfaite de cette situation. En effet, ces dépenses techniques augmentent rapidement car le taux de remplacement *moyen* avoisine 99% (*cf.* ANNYCKE [2008]), pour un délai de récupération de moins de 10 ans (*cf.* Rapport de gestion [2010]). Pour réduire ce nouveau déficit, le FNR a subi une autre réforme, après celle de 2002, avec effet immédiat le 1er janvier 2013 (*cf.* NDIAYE et DIABATE [2012]).

Les taux de cotisation sont à des niveaux élevés en zone CIPRES, avoisinant souvent 35% du salaire brut (FNR du Sénégal). Si certains pays peuvent encore se permettre de les augmenter pour honorer leur promesse, d'autres pays n'en peuvent plus. De plus, les cotisations sont souvent difficiles à recouvrer dans le secteur privé, l'État a souvent du mal à rembourser les dettes vis-à-vis du régime, fragilisant à court terme ses ressources disponibles pour le paiement des prestations immédiates et la situation financière du régime à long terme.

Conscients de ces problèmes *supra*, les pays de la zone CIPRES se préparent à la mise en place d'un second pilier qui est un régime de retraite complémentaire obligatoire financé par capitalisation permettant ainsi d'améliorer les revenus des retraités et in fine, de trouver de nouveaux modes de financement de la retraite nationale (*cf.* Le courrier de la CIPRES [2011]) et dont la gestion sera assurée par les institutions publiques de retraite. En attendant son démarrage effectif, nous observons en zone CIPRES, la naissance de régimes de retraite sectoriels. En effet, nous pouvons citer en premier lieu, la Caisse de Retraite par Répartition des Agents d'Encadrement de l'UEMOA dénommée (CRRAE – UMOA),¹³² destinées aux employés du secteur bancaire. Elle comprend le Régime de retraite par Répartition du Personnel Cadre (RRPC) et le Régime de Retraite complémentaire du Personnel Non Cadre (RCPNC) qui sont des régimes de retraite par répartition, fonctionnant par le mécanisme des points de retraite. Les affiliés des deux régimes *supra* peuvent aussi bénéficier d'un régime de retraite complémentaire fonctionnant par capitalisation appelé le Régime de Retraite Volontaire par Capitalisation (RVC), leur permettant d'acquérir, à leur rythme et à titre

¹³¹ Le délai de récupération est le temps mis par le retraité pour consommer la totalité de ses cotisations.

¹³² Le siège social de la CRRAE – UMOA est en Côte d'Ivoire.

individuel et volontaire, un complément de revenus à la retraite. En second lieu, nous pouvons énumérer le projet de la mise en place d'un fonds de pension dans l'espace FANAF au profit des personnels et dirigeants du secteur des assurances (*cf.* FANAF [2014]).

En zone CIPRES, le taux de couverture sociale de la population active est faible ($\approx 5\%$). Pour pallier à cette situation et dans un souci de redistribution de la richesse nationale, ces pays se préparent activement à étendre la couverture sociale aux populations non couvertes, notamment celles du secteur informel. Selon la Banque mondiale, 90 % de créations d'emploi ont lieu dans l'informel, justifiant ainsi toute son importance pour les économies africaines. Le retour d'expérience de certains pays de la zone CIPRES montre que cette population n'est pas couverte par un régime de retraite, à cause dans le passé, des difficultés à recouvrer les cotisations et de son caractère « facultatif » (*cf.* CIMA [2007]).

Pour faire face au déficit technique de la branche de retraite, l'allocation optimale des ressources sur les marchés financiers se présente comme une solution alternative pour améliorer la santé financière des régimes de retraite en zone CIPRES dans un « statu quo ». Malheureusement, ces pays ne disposent pas de marchés de produits de taux suffisamment liquides et surs. De plus, les organismes de retraite ne disposent pas d'une politique de placement efficiente au regard de l'inexistence des comités de placement et de la composition de leur portefeuille composée en majorité de reconnaissance de dettes de l'État.

En réalité, l'équilibre du régime de base en zone CIPRES pourra être obtenu qu'en repensant profondément la réforme du pilier I (*cf.* MODIGLIANI ET MURALIDHAR [2005]). En pratique, cette réforme profonde passe par la transformation du système de base. Il s'agira de construire des régimes de retraite sur des bases techniques rigoureuses. Sur ce dernier point, la conception d'un nouveau système de retraite par répartition comme c'est le cas en Suède s'avère inévitable à long terme, à moins que les ressources collectées par les régimes de retraite actuels soient bien gérées et mieux placées.

A contrario, l'idée de transformer le régime de base en un « régime à cotisations définies et géré en répartition » ou « Notional Defined Contribution (NDC) », servant une pension (dont le montant tient compte des facteurs démographiques) à partir de comptes notionnels individuels est une piste importante à explorer par les pays de la zone CIPRES, pour réduire à long terme le déficit technique. Rappelons que les comptes notionnels sont des dispositifs de retraite très intéressants et encouragés par les institutions internationales notamment la banque mondiale (*cf.* HOLZMANN *et al.* [2013]).

Partie II : Conception d'un générateur de scénarios économiques -Application au développement de la zone CIPRES

Un générateur de scénarios économique (GSE) est un outil qui permet de projeter des facteurs de risque économiques et financiers. Il s'agit d'un élément important dans le pilotage technique de l'activité d'assurance, notamment dans l'évaluation des provisions économiques, l'allocation stratégique des actifs et la gestion des risques financiers. Dans la littérature, les modèles du GSE que nous rencontrons, sont applicables difficilement en Afrique subsaharienne francophone, principalement à cause de l'insuffisance ou l'inexistence des données¹³³.

Un élément important du GSE est le taux d'intérêt qui peut être appréhendé au moyen de la courbe des taux. Ce dernier est un véritable outil d'appréciation de la valeur de l'argent à travers le temps. Elle sert aussi de référence aux émetteurs intervenant sur les marchés financiers et constitue un véritable outil d'analyse et de conduite de la politique monétaire des

¹³³Pour pallier à ce problème, nous proposons, dans cette partie, une démarche de conception d'un générateur de scénarios économique pertinent, adapté au contexte de la zone CIPRES.

banques centrales. Selon plusieurs publications récentes, cette courbe est inexistante dans la zone CIPRES.

Ainsi, cette partie vise, dans un premier temps, à mettre en lumière l'évolution des taux d'intérêt, provenant des marchés financiers de la zone CIPRES, sur toutes les maturités. Dans un second temps, elle vise à montrer la contribution de cette courbe des taux dans l'analyse et la conduite de la politique monétaire de la Banque Centrale des États de l'Afrique de l'Ouest (BCEAO), comme outil décisionnel capable d'appréhender les anticipations des taux d'intérêt, d'inflation, de croissance, permettant ainsi de réviser, à tout moment, la stratégie monétaire de l'union, afin d'atteindre l'objectif de stabilité des prix, fixé par les États membres.

En troisième lieu, nous nous intéresserons au développement d'outils financiers pour le développement de la zone CIPRES au moyen de la construction du GSE. En pratique, notre étude sera portée sur la modélisation de la dynamique de l'inflation¹³⁴, des taux d'intérêt, des rendements financiers¹³⁵, du taux de croissance, du taux de chômage et du taux de change.

¹³⁴ Calculé à partir de l'indice harmonisé des prix à la consommation.

¹³⁵ Actions, obligations, immobilier et monétaire.

Chapitre 3 : Analyse comparative des modèles de construction d'une courbe des taux sans risque en Afrique subsaharienne francophone¹³⁶

Dans ce chapitre, nous proposons une analyse comparative des modèles de construction d'une courbe des taux sans risque pour les marchés de l'UEMOA, la CEMAC et la CIPRES¹³⁷. Pour ce faire, nous effectuons, en premier lieu, un état des lieux des courbes de taux rencontrées. En second lieu, nous étudions les modèles de construction d'une courbe de taux zéro-coupon, ainsi que les modèles d'interpolation et d'extrapolation de ces taux à des maturités non observables. Enfin, une application numérique est mise en œuvre sur des données provenant des obligations d'états des pays de l'espace UEMOA cotées à la bourse régionale des valeurs mobilières (BRVM).

1. Introduction générale

Cette section sera consacrée en premier lieu à l'introduction du sujet. En second lieu, nous passerons en revue les pratiques européennes.

1.1. Introduction

L'analyse des taux d'intérêt dans la zone CIPRES montre qu'ils peuvent être regroupés en deux catégories à savoir :

- Les taux d'intérêt de court terme issus des marchés monétaire et interbancaire ;
- Les taux d'intérêt de long terme provenant du marché financier régional.

En se référant à la littérature, nous pouvons les regrouper en des taux dit « sans risque » et des taux dit « avec risque¹³⁸ ». En outre, l'évolution des taux sans risque est appréhendée par la

¹³⁶Ce chapitre provient de l'article de **Gbongué, F., Planchet, F.** (2015f) : Analyse comparative des modèles de construction d'une courbe des taux sans risque dans la zone CIPRES. **Bulletin Français d'Actuariat**, Vol 15 n°30, pp 129-168.

¹³⁷ La Conférence Interafricaine de la Prévoyance Sociale (CIPRES) est composée des zones UEMOA, CEMAC, Comores et RD Congo.

¹³⁸ L'évolution des taux d'intérêt « risqués » est captée par la courbe des taux avec risque. Connue sous le nom de la courbe des taux *des sociétés*, elle est naturellement au dessus de la courbe des taux sans risque car elle contient

courbe des taux sans risque ou de rendement (Yield curve). C'est la fonction qui, à une date donnée, pour chaque maturité, indique le niveau de taux d'intérêt pour un placement sans risque de défaut de l'émetteur.

Elle répond à deux demandes sur les marchés financiers puisque, d'un côté, elle agrège l'ensemble des taux d'intérêt que va devoir s'acquitter un émetteur et, de l'autre, elle informe les investisseurs des rendements d'un titre selon sa maturité. La structure et l'évolution de la courbe des taux sont donc des informations cruciales pour l'efficacité des marchés obligataires (*cf.* ALLOUCHE [2013]).

La courbe des taux sans risque permet de déduire les facteurs d'actualisation, reflétant ainsi la valeur future d'une série de flux financiers. En assurance, elle permet d'estimer les engagements des compagnies d'assurance et d'optimiser leur politique d'investissement (ALM). Dans le secteur bancaire, elle est fondamentale dans l'élaboration d'un système interne de tarification des contreparties¹³⁹.

Malgré les applications multiples de cette courbe, nous remarquons son inexistence dans plusieurs espaces économiques africains. Dans la littérature, les travaux portant sur la construction d'une courbe des taux sans risque dans un pays africain sont ceux de LABA [2010] et [2011], MOUNGALA [2013], GBONGUE et PLANCHET [2015e] et GBONGUE [2016a].

MOUNGALA [2013] utilise la méthode ACP pour construire les courbes des taux de l'Afrique du Sud, la France et les États-Unis. En outre, LABA [2010] et [2011] présentent une approche de reconstitution de la courbe à partir des taux actuariels observés sur le marché de l'UEMOA.

GBONGUE [2015e] discute de la forme de la courbe des taux sans risque de la zone CIPRES sur les parties observable et non observable, ainsi que des hypothèses inhérentes à sa construction.

une composante supplémentaire positive appelée la prime de risque. Cette dernière est composée essentiellement de la prime de défaut de l'émetteur connu sous le nom d'écart de crédit ou « *credit spread* ». Nous reviendrons sur ce sujet dans le chapitre 5.

¹³⁹ Dans la pratique, la politique de tarification des banques subsahariennes francophones dérive des taux sans risque observés sur les marchés financiers régionaux des différentes espaces économiques.

GBONGUE [2016a] propose une courbe de taux de référence¹⁴⁰ pour le secteur bancaire de l'UEMOA. A partir du modèle de Nelson Siegel, il met en lumière l'évolution des taux d'intérêt nominaux *des sociétés* sur le marché financier régional en supposant que les *écarts* de crédit convergent vers 1%¹⁴¹. Dans ce contexte, il constate que la courbe des taux *des sociétés* est en dessous de la courbe des taux sans risque sur certaines maturités, ce qui signifie que dans la zone UEMOA, le coût d'emprunt des États était supérieur à celui des entreprises à cette date de cotation (29/01/2016), ce qui est contradictoire à la logique d'un marché financier cohérent.

Notons qu'il n'existe pas de courbe des taux de référence pour la zone CIPRES. En pratique, la construction d'une courbe de taux requiert un marché financier dynamique contenant une quantité régulière de titres en circulation, avec des émetteurs de référence¹⁴². Toutefois, l'UEMOA dispose d'un marché financier régional susceptible de favoriser la formation d'une courbe de rendement de référence contrairement aux zones CEMAC, Comores, RD Congo. Cette situation s'explique par le fait que :

- dans la CEMAC, le marché financier régional est au stade embryonnaire. De plus, il n'est pas intégré car il comprend deux places financières que sont la bourse des valeurs mobilières de l'Afrique centrale (BVMAC) et la bourse de Douala (DSX), ainsi que deux autorités de tutelle en l'occurrence la Commission de Surveillance du Marché Financier de l'Afrique centrale (COSUMAF) et la Commission des Marchés Financiers (CMF).
- Aux Comores, le secteur financier est relativement petit et peu développé. Il est constitué d'une banque centrale (BCC), de deux banques commerciales (dont la plus grande, à savoir la Banque pour l'industrie et le commerce des Comores, est la propriété de BNP Paribas), d'une banque de développement et de deux réseaux d'IMF (les Mecks et les Sanduks) (*cf.* BAD [2010]).
- En RD Congo, le marché financier est régulé par la Banque centrale du Congo (BCC). Par comparaison au marché de l'UEMOA, nous pouvons le restreindre au marché monétaire sur lequel la BCC émet des obligations et des bons du trésor sur des maturités courtes (inférieures à 29 jours).

¹⁴⁰ Cette courbe peut être un outil de régulation de la politique de taux des banques de l'UEMOA.

¹⁴¹ Ce choix provient de l'observation des courbes des taux sans risque et *des sociétés* publiées par la banque centrale européenne.

¹⁴² Ces émetteurs sont les États. Cependant, nous entendons par émetteur de référence, un État qui est bien noté par les agences internationales de notation.

Cette absence de courbe des taux est un *frein* au développement économique des pays de la zone CIPRES, notamment dans le financement à moyen et long terme de leurs économies. En effet, la courbe des taux est un outil de gestion de la dette publique car elle participe à la détermination du taux d'émission optimal selon la maturité, permettant ainsi de réduire le coût de financement des États sur les marchés financiers. De plus, elle permet de diversifier le portefeuille de la dette par l'émission des obligations le long de la courbe des taux¹⁴³.

Pour les économistes, la courbe des taux permet d'appréhender les anticipations des taux d'intérêt (*cf.* RICART et SICSIC [1995]), de l'inflation (*cf.* JONDEAU et RICART [1998]) et de croissance (*cf.* SEDILLOT [1999]). De plus, elle est un outil d'analyse de la politique monétaire (*cf.* SVENSSON [1994b]) en ce sens que les décisions des autorités monétaires influencent l'évolution future de la courbe des taux sans risque (*cf.* RONCALLI [1998])¹⁴⁴.

Ainsi, le but de cette étude est de fournir une courbe des taux sans risque pertinente aux pays des espaces économiques de l'UEMOA, la CEMAC, la RD Congo et les Comores. Dans la suite de cette section, nous ferons l'état des lieux des pratiques européennes.

1.2. Vue synoptique des pratiques européennes

Dans la zone Euro, il existe plusieurs institutions qui fournissent des courbes de taux sans risque, servant de référence aux professionnels de la finance, de l'économie et des sciences actuarielles. Les courbes de référence rencontrées sont construites selon les méthodes de l'EIOPA, de l'institut des actuaires (IA), du Comité de Normalisation Obligatoire (CNO) et de la FINMA dans le cadre du SST¹⁴⁵.

1.2.1. L'EIOPA

La méthode retenue par l'EIOPA¹⁴⁶ est la méthode de *Smith-Wilson*. La courbe des taux résultante est utilisée pour évaluer les provisions techniques dans le cadre de Solvabilité II. Les taux zéro-coupon sont dérivés des taux *swaps* sur *EURIBOR* car ils sont très liquides mais surtout moins risqués que les obligations d'État de la zone Euro. En pratique, cette méthode est basée sur les choix suivants :

¹⁴³ Sur ce sujet, le lecteur intéressé pourra consulter HUBIG [2012].

¹⁴⁴ Nous reviendrons sur ce sujet dans le chapitre 4.

¹⁴⁵ SST fait référence au "Swiss Solvency Test".

¹⁴⁶ Voir <https://eiopa.europa.eu/regulation-supervision/insurance/solvency-ii-technical-information/risk-free-interest-rate-term-structures>

- Le « Last Liquid point » ou LLP : Il s'agit du point au-delà duquel les taux *swaps* cotés (utilisés en entrée de la méthode) sont non liquides ;
- L' « Ultimate Forward Rate » ou UFR : c'est le taux *forward* ultime vers lequel les taux *forward* convergent ;
- la vitesse de convergence vers l'UFR : Il s'agit de la maturité à partir de laquelle les taux *forward* convergent vers l'UFR.

1.2.2. L'Institut des actuaires (IA)

C'est la méthode de *Vacicek Fong* (1982) qui a été retenue par l'institut des actuaires français pour la publication de sa courbe des taux mensuelle. Elle est appliquée sur les bons du trésor, les emprunts de l'État et les obligations assimilables du Trésor français.

1.2.3. Le Comité de Normalisation Obligataire

C'est une association régie par la loi du 1^{er} juillet 1901. Ses principales missions sont de : (i) Harmoniser les méthodes de calcul utilisées sur le marché de taux en euros et les marchés dérivés ; (ii) Calculer et diffuser des indices financiers et promouvoir leur utilisation ; (iii) Réaliser des études et faire des recommandations sur les instruments de taux.

La structure des taux zéro-coupon¹⁴⁷ du CNO est calculée à partir des taux *swaps*. Pour construire la courbe à un mois donné, le CNO utilise les taux *swap* de clôture du dernier jour ouvré de ce mois. Les maturités observées sont 1 à 30 ans, 35, 40, 50 et 60 ans. Les maturités manquantes sont déterminées par le CNO par interpolation cubique à partir des valeurs connues encadrantes. Les taux zéro-coupon sont calculés par une procédure récurrente de pas annuel.

1.2.4. La FINMA

Dans le cadre du test suisse de Solvabilité (SST), la FINMA fournit une courbe des taux sans risque aux assureurs pour l'évaluation de leurs engagements. Cette courbe est construite à partir des rendements des obligations de la confédération, conformément à l'ordonnance sur la surveillance des entreprises d'assurance privées (OS ; RS 961.011).

Toutefois des assouplissements du SST (limités dans le temps) ont été appliqués à la demande des assureurs. Grâce à ses assouplissements, la courbe des taux sans risque est construite à partir des taux *swap* corrigés de 10 points de base.

¹⁴⁷ Voir <http://www.cnofrance.org/fr/structure-des-taux-zero-coupon-cno,79.cfm>

2. Modélisation de la structure par terme des taux d'intérêt

Dans cette section, nous ferons une revue de littérature des modèles de taux d'intérêt. Par la suite, nous présenterons le cadre théorique de modélisation, avec une attention particulière au processus de calibrage de la structure par terme des taux d'intérêt.

2.1. Revue de littérature

La littérature fournit deux approches de construction d'une courbe des taux zéro coupon (ZC) :

- ✓ Les approches par les prix des obligations ;
- ✓ Les approches sur les rendements.

Une littérature abondante existe sur les méthodes de construction de la courbe des taux *spot*. Elles peuvent être regroupées en deux groupes principaux : celles utilisant des méthodes paramétriques et celles basées sur des techniques non-paramétriques.

RONCALLI [1998] propose de les regrouper en trois catégories : celles qui sont basées sur les fonctions *splines*, celles qui postulent a priori une classe de fonction et celles qui utilisent des techniques non-paramétriques.

Dans ce chapitre, nous nous proposons de les regrouper en 4 catégories : celles utilisant des méthodes de type régression, celles qui sont issues des modèles empiriques, celles utilisant des modèles d'équilibre et enfin celles utilisant des méthodes non paramétriques (*cf.* STANDER [2005]).

La méthode traditionnelle de construction d'une courbe des taux consiste à représenter les taux de rendement d'une série d'obligations en fonction des maturités. Les modèles de type « régression » répondent à cette méthode. Dans ces modèles, les rendements des obligations sont une fonction linéaire de plusieurs variables explicatives (la maturité, les taux de coupon, *etc.*). Les paramètres sont estimés par des techniques de régression en minimisant l'écart au carré entre le rendement théorique issu du modèle et le rendement des obligations observé sur les marchés. Dans cette catégorie, nous pouvons citer les travaux de Mc ENALLY [1987], DOBBIE et WILKIE [1978] et [1979], PATERSON [1996], BOLDER et STRELISKI [1999], Mc LEOD [1990] (*cf.* STANDER [2005]).

Les modèles empiriques font partie de la seconde catégorie. L'idée générale est d'ajuster le facteur d'actualisation par une fonction mathématique appropriée et extraire ensuite les

paramètres. Ces derniers sont obtenus en minimisant l'écart au carré entre le prix théorique issu du modèle et le prix des obligations observé sur les marchés. Plusieurs formes mathématiques existent dans la littérature pour ajuster le facteur d'actualisation. En premier lieu, nous avons la fonction « spline », qui comprend la spline quadratique (*cf.* Mc CULLOCH [1971], Mc CULLOCH et KOCHIN [1998]), la spline cubique (*cf.* Mc CULLOCH [1975], NYCHKA et ZERVOS [1995]), la spline exponentielle (*cf.* VASICEK et FONG [1982]), la B-splines (*cf.* SHEA [1984], STEELEY [1991]), sans oublier les travaux d'ADAMS et VAN DEVENTER [1994], COLEMAN *et al.* [1992], FISHER *et al.* [1994], WAGGONER [1997], DEACON et DERRY [1994a], BLISS [1997], MALAN [1999]. Ces méthodes ont été critiquées car elles possèdent des propriétés économiques indésirables et sont souvent perçues comme des « boîtes noires » (*cf.* SEBER et WILD [2003]). CARRIERE [1998] souligne que les modèles de survie utilisés par les actuaires pour modéliser les pertes peuvent être utilisés comme des modèles de prix, ce qui implique que la fonction d'actualisation peut être approximée par une fonction de survie. En second lieu, nous trouvons les modèles paramétriques de type Nelson Siegel (*cf.* NELSON et SIEGEL [1987], SVENSSON [1994], [1996]). Parmi ces modèles, le plus célèbre est le modèle de Nelson Siegel. Depuis son apparition, il a été adopté par de nombreux experts du monde professionnel. Par exemple, il est utilisé par les banques centrales, les décideurs des politiques monétaires (*cf.* BIS [2005], ECB [2008]). Il est aussi utilisé par les gestionnaires de portefeuille à revenu fixe (*cf.* BARRETT *et al.* [1995], HODGES et PAREKH [2006], MARTELLINI et MEYFREDI [2007]). Le modèle de Nelson Siegel connaît aussi un grand succès dans la recherche académique. En effet, DULLMANN et UHRIG-HOMBURG [2000] utilisent le modèle de Nelson Siegel pour construire une courbe des taux zéro adaptée au marché allemand. FABOZZI *et al.* [2005], DIEBOLD et LI [2006] comparent les prévisions du modèle de Nelson Siegel (NS) avec d'autres modèles. Ils trouvent que le modèle NS est plus précis sur le long terme. CORONEO *et al.* [2008] utilisent plutôt les estimations des paramètres du modèle NS comme paramètres d'un modèle affine (en l'absence d'opportunité d'arbitrage) pour construire la structure à terme des taux d'intérêt.

Les travaux de RONCALLI [1998], DECAMPS [1993] montrent l'existence de deux classes de modèles de taux pour l'évaluation des actifs financiers : les modèles d'absence d'opportunité d'arbitrage (AOA) et les modèles d'équilibre général. Ces modèles proposent des théories sur la nature du processus stochastique que doivent suivre les taux d'intérêts. Au niveau des modèles d'AOA, nous pouvons citer les travaux de VASICEK [1977], BRENNAN

et SCHWARTZ [1982], HO et LEE [1986] et HEATH, JARROW et MERTON [1992]. En outre, les modèles d'équilibre général sont mis en exergue par les travaux de COX, INGERSOLL et ROSS [1985] et de CAMPBELL *et al.* [2005]. À la différence des modèles AOA, ces modèles se basent sur les anticipations des mouvements futurs des taux d'intérêt de court terme et non pas sur la courbe de taux observée à la date initiale (*cf.* FALLEH [2011]).

Les modèles non paramétriques sont peu utilisés dans la pratique pour construire la courbe des taux. Toutefois, des travaux existent sur cette thématique. Les pionniers de cette approche sont TANGGAARD [1992], GOURIEROUX et SCAILLET [1994], LINTON *et al.* [1998]. Ces derniers utilisent la méthode de noyau pour estimer la courbe de rendement des obligations. GOURIEROUX et SCAILLET [1994] estiment le modèle de VASICEK par la régression locale tout en utilisant le noyau d'EPANECHNIKOV. TANGGAARD [1992] utilise une fonction noyau gaussienne pour estimer la courbe des taux *spot*. Il applique son modèle sur des données réelles et simulées et conclut comme GOURIEROUX et SCAILLET que les maturités courtes sont plus difficiles à estimer que les maturités longues. LINTON *et al.* [1998] proposent une nouvelle méthode d'estimation des taux zéro-coupon basée sur la fonction « Kernel Smoothing ». Ils testent la méthode sur les bons du trésor américains et constatent que les prix des obligations estimés à partir de la courbe des taux reflètent fidèlement les prix observés sur les marchés.

Plus récemment, nous observons des modèles de construction des courbes de taux qui tiennent compte de son caractère « dynamique ». Nous pouvons énumérer les modèles d'analyse en composante principale (ACP), de NELSON SIEGEL dynamique, et le « Functional Signal plus Noise (FSN) ». Parmi les auteurs ayant utilisé l'ACP comme technique d'estimation de la courbe des taux zéro, nous pouvons citer les travaux de LITTERMAN et SCHEINKMAN [1988], [1991], STEELEY [1990], CARVERHILL et STRICKLAND [1992], KNEZ *et al.* [1994], FLURY [1988], JOLLIFFE [1986], HADI et LING [1998], NUNES et WEBBER [1997]. Notons que FRACHOT *et al.* [1992] appliquent la méthode ACP pour construire la structure par terme des taux d'intérêt dans un modèle HEATH JARROW MORTON (HJM). Aussi, RENATO [1998] discute en détail des applications de l'ACP dans la détermination des taux d'intérêt. WILMOTT [1999] discute de la méthode ACP tout en s'intéressant à l'estimation des volatilités dans les modèles HJM. DIEBOLD et LI [2006] introduisent une version dynamique du modèle de NELSON SIEGEL, tandis que BOWSHER et MEEKS [2008] appliquent la méthode « Functional Signal plus Noise (FSN) » pour modéliser et prédire la courbe des taux zéro à partir des bons du trésor américains.

En outre, HESTON [1988], GIBBONS et RAMASWAMY [1993], LONGSTAFF et SCHWARTZ [1992] ont opté pour la méthode générale des moments (GMM) pour estimer les paramètres du modèle CIR à un et deux facteurs. CHAN et *al.* [1992], VETZAL [1997], BLISS et SMITH [1998] ont aussi opté pour la méthode GMM pour estimer le processus CKLS et ses extensions. Certains auteurs comme BROWN et DYBVIIG [1986], BROWN et SCHAEFER [1994], EDSPARR [1992], CHEN et SCOTT [1993], PEARSON et SUN [1994], BALL et TOROUS [1996], BRANDT et SANTA-CLARA [1999] ont eu recours à la méthode de maximum de vraisemblance (ML) pour estimer les modèles CIR à un et deux facteurs. D'autres comme BROZE et *al.* [1993], NOWMAN [1997a], [1997b], HONORE [1998] ont plutôt appliqué la méthode ML pour estimer les modèles de type CKLS. Enfin, DUFFIE et SINGLETON [1993], DAI et SINGLETON [1998], ANDERSEN et LUND [1997], [1996a], [1996b], [1996c] ont eu recours à la méthode des moments efficiente (EMM) respectivement dans le cadre générale de tarification des actifs, dans l'estimation des modèles affines à trois facteurs et dans l'estimation des modèles CKLS et extension à deux et trois facteurs.

D'autres méthodes intéressantes d'estimation de la courbe des taux méritent d'être soulignées. Nous pensons notamment aux techniques « FILTERING » et GARCH. PENNACCHI [1991], BABBS et NOWMAN [1997], [1999], ELLIOTT et *al.* [1997] utilisent le filtre de KALMAN pour estimer des modèles affines gaussiennes. LUND [1997] utilise un filtre non-linéaire pour estimer un modèle affine à partir des obligations avec coupons. Enfin, BRENNER et *al.* [1996] modélisent le taux court terme comme un processus GARCH.

2.2. Modélisation de la courbe des taux zéro-coupon

2.2.1. Notations

Les principales notations de ce chapitre sont résumées dans le tableau suivant :

Variables	Signification
N, n	Le nombre d'obligation et de Cash-flows
t, T	Les dates de cotation et de maturité des obligations
θ	la maturité ou durée de vie restante de l'obligation. $\theta = T - t$
AC_t^k	Les intérêts courus de l'obligation k à la date de cotation t
$B_t(m)$	Le prix d'un zéro coupon à la date de cotation t et à la maturité m
c^k	Le taux coupon de l'obligation k
$CF_t^k(m)$	Le flux généré par l'obligation k à la date de cotation t et à la maturité m
FV^k	La valeur nominale de l'obligation k
$P_c^k(t, \theta)$	Le prix côté de l'obligation k à la date de cotation t
$P^k(t, \theta)$	Le prix de marché de l'obligation k à la date de cotation t
$\hat{P}^k(t, \theta)$	Le prix théorique de l'obligation k à la date de cotation t
$R_t(m)$	Le taux zéro coupon à la date de cotation t et à la maturité m
$f_t(m)$	Le taux <i>forward</i> instantané à la date de cotation t et à la maturité m
D^k	La duration de l'obligation k

Tab.11 : Les principales notations.

2.2.2. Une première définition

Soit une obligation d'État k sur un marché financier quelconque. Étant donné un taux d'intérêt fixe YTM , le prix estimé d'une obligation k à la date de cotation t et à la maturité $n = [\theta] + 1$ s'écrit comme suit :

$$\hat{P}^k(t, n) = \sum_{m=1}^{n-1} \frac{C^k}{(1 + YTM(t))^m} + \frac{(C^k + FV^k)}{(1 + YTM(t))^n} \quad (3.1)$$

Avec $C^k = c^k \times FV^k$: le coupon versé par l'obligation k .

$[\theta]$ = la partie entière de θ .

Le taux d'intérêt $YTM(t)^{148}$ ou taux actuariel est le taux de rendement interne de l'obligation k à la maturité m . Ce taux est fixe sur toute la durée de paiement des flux générés par l'obligation. En réalité, il s'agit du taux de rendement de l'obligation si cette dernière était conservée jusqu'à la date d'échéance n .

En absence d'opportunité d'arbitrage, le prix théorique d'une obligation avec coupon est égal à la somme des flux actualisés par les taux zéro-coupons. Mathématiquement, cette définition se traduit par :

$$\begin{aligned}\hat{P}^k(t, \theta) &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} CF_t^k(m) \times B_t(m) \\ &= P_c^k(t, \theta) + AC_t^k\end{aligned}\quad (3.2)$$

Dans l'expression ci-dessus, les flux CF^k respectent la relation suivante : $CF_t^k(1) = L = CF_t^k([\theta]) = C^k$ et $CF_t^k([\theta]+1) = C^k + FV^k$. Les intérêts courus sont calculés de la manière suivante :

$$AC_t^k = C^k \times \frac{t - t_{av}}{t_{ap} - t_{av}}$$

Avec :

t_{av} = date de versement du coupon précédent.

t_{ap} = date de versement du coupon suivant.

Soit $R_t(m)$ le taux zéro-coupon, associé à la maturité m . Le prix zéro-coupon ou la fonction d'actualisation $B_t(m)$ est une fonction de la maturité m et du taux zéro-coupon $R_t(m)$ selon la relation suivante :

$$\begin{aligned}B_t(m) &= f(m, R_t(m)) ; \text{ avec } f(x, y) = e^{-xy}, \text{ nous obtenons :} \\ &= e^{-m \times R_t(m)}\end{aligned}\quad (3.3)$$

¹⁴⁸ Nous supposons que $t=0$ étant donné que ce taux actuariel (YTM) correspond au rendement de l'obligation à une seule date de cotation t . Cette hypothèse est valable pour la suite de ce chapitre en ce sens que nous estimerons une courbe de taux à une seule date d'observation.

La fonction $m \mapsto B_t(m)$ est appelée la courbe d'actualisation à la date de cotation t . Nous déduisons de la relation précédente, l'expression du taux zéro-coupon $R_t(m)$ associé au facteur d'actualisation $B_t(m)$:

$$R_t(m) = -\frac{1}{m} \times \log(B_t(m)) \quad (3.4) .$$

La fonction $m \mapsto R_t(m)$ est appelée la courbe de rendement des obligations d'État à la date de cotation t . La relation entre le taux zéro-coupon $R_t(m)$ et le taux instantané *forward* $f_t(m)$ est donnée dans *Diebold et Li (2006)* :

$$\begin{aligned} f_t(m) &= \frac{dR_t(m)}{dm} \times m + R_t(m) \\ &= \frac{d}{dm} \left(-\frac{1}{m} \times \log(B_t(m)) \right) \times m + R_t(m) \\ &= \left(\frac{1}{m^2} \times \log(B_t(m)) - \frac{1}{m} \times \frac{B'_t(m)}{B_t(m)} \right) \times m + R_t(m) \\ &= \left(-\frac{1}{m} \times R_t(m) - \frac{1}{m} \times \frac{B'_t(m)}{B_t(m)} \right) \times m + R_t(m) \\ &= -R_t(m) + R_t(m) - \frac{B'_t(m)}{B_t(m)} \end{aligned}$$

$$f_t(m) = -\frac{B'_t(m)}{B_t(m)} \quad (3.5)$$

Ce qui implique que:

$$R_t(m) = \frac{1}{m} \int_0^m f_t(u) du \quad (3.6) .$$

La structure par terme des taux d'intérêt est une hiérarchisation des taux en fonction de leur échéance. Elle peut être décrite de manière équivalente par les courbes d'actualisation $m \mapsto B_t(m)$ ou de rendement des obligations $m \mapsto R_t(m)$ ou *forward* $m \mapsto f_t(m)$. Dans notre contexte, cette structure par terme sera représentée par la courbe de rendement des obligations $m \mapsto R_t(m)$.

2.2.3. Présentation des modèles de taux d'intérêt

Nous avons énoncé, dans la revue de littérature, les modèles de taux d'intérêt qui sont utilisés dans le monde académique et professionnel. En outre, nous nous intéressons aux modèles de Nelson Siegel et ses extensions, ainsi que le modèle de *Vasicek Fong*.

Ces choix se justifient par le fait que ces modèles sont beaucoup utilisés dans la pratique. De plus, les paramètres de ces modèles ont une interprétation économique intéressante et constituent une information riche.

2.2.3.1. Le modèle de NELSON SIEGEL (1987)

Ce modèle est utilisé par les banques centrales (*cf.* BIS [2005]). Nelson Siegel présenta en 1987, un modèle original en formulant une expression mathématique décrivant la dynamique des taux à terme instantanés $f_t(m)$. Cette expression est solution d'une équation différentielle du second ordre dans le cadre d'une racine double (*cf.* RONCALLI [1998]). Le taux *forward* $f_t(m)$ instantané se définit comme suit :

$$f_t(m) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_2 \left(\frac{m}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \quad (3.7)$$

À partir de la relation (3.6), nous déduisons une expression fermée du taux zéro à la maturité :

$$\begin{aligned} R_t(m) &= \frac{1}{m} \int_0^m f_t(u) du \\ &= \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)}{\frac{m}{\tau_1}} \right] - \beta_2 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

L'équation (3.9) peut être simplifiée sous la forme suivante (*cf.* BONNIN *et al.* [2014]) :

$$R_t(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \varphi\left(\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_2 \psi\left(\frac{m}{\tau_1}\right) \quad (3.9)$$

Avec :

$$\varphi(x) = \frac{1 - e^{-x}}{x} \quad \text{et} \quad \psi(x) = -e^{-x}$$

La courbe des taux ZC dépend donc de 4 paramètres $\chi = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1)$. L'avantage du modèle de Nelson Siegel (NS) est *l'interprétation économique des paramètres*. En effet :

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} R_t(m) = \beta_0 ; \lim_{m \rightarrow 0} (R_t(m) - \beta_0) = \beta_1 \quad (3.10)$$

ce qui signifie que :

- ✓ le taux long terme est représenté par : β_0
- ✓ la différence entre le taux court instantané et le taux long est : β_1

2.2.3.2. Le modèle de LARS SVENSSON (1994)

Dans le papier du Bureau National de recherche en Économie (NBER), Lars SVENSSON a présenté, en septembre 1994, une extension du modèle fonctionnel de Nelson Siegel (1987). Cette extension résulte de l'ajout d'un quatrième terme et d'un second paramètre de forme à l'expression du taux *forward* instantané $f_t(m)$, soit :

$$\beta_3 \left(\frac{m}{\tau_2} \right) \exp\left(-\frac{m}{\tau_2} \right).$$

SVENSSON soutient que ces ajustements permettent d'améliorer la flexibilité et la précision du modèle (*cf.* SVENSSON [1994b]). Le taux forward instantané s'écrit sous la forme :

$$f_t(m) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1} \right) + \beta_2 \left(\frac{m}{\tau_1} \right) \exp\left(-\frac{m}{\tau_1} \right) + \beta_3 \left(\frac{m}{\tau_2} \right) \exp\left(-\frac{m}{\tau_2} \right) \quad (3.11)$$

En utilisant la relation (3.6), l'expression des taux zéro-coupon devient:

$$\begin{aligned} R_t(m) &= \frac{1}{m} \int_0^m f_t(u) du \\ &= \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1} \right)}{\frac{m}{\tau_1}} \right] - \beta_2 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1} \right) + \beta_3 \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_2} \right)}{\frac{m}{\tau_2}} - \exp\left(-\frac{m}{\tau_2} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.12)$$

Contrairement au modèle de Nelson Siegel, nous remarquons l'ajout de deux paramètres supplémentaires β_3 et τ_2 . Par conséquent, le vecteur de paramètres contient six paramètres à estimer, soit : $\chi = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1, \beta_3, \tau_2)$

Les paramètres du modèle de SVENSSON ont aussi une interprétation économique. En effet, nous pouvons aussi remarquer que :

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} R_t(m) = \beta_0 ; \lim_{m \rightarrow 0} (R_t(m) - \beta_0) = \beta_1$$

2.2.3.3. Le modèle de BJÖRK ET CHRISTENSEN (1999)

Une autre extension du modèle de Nelson Siegel (1987) est le modèle de BJÖRK et CHRISTENSEN (1999). Dans ce modèle, la courbe des taux *forward* est définie comme suit :

$$f_t(m) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_2 \left(\frac{m}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_3 \exp\left(-\frac{2m}{\tau_1}\right) \quad (3.13)$$

La courbe des taux *spot* correspondante est :

$$\begin{aligned} R_t(m) &= \frac{1}{m} \int_0^m f_t(u) du \\ &= \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)}{\frac{m}{\tau_1}} \right] - \beta_2 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_3 \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{2m}{\tau_1}\right)}{\frac{2m}{\tau_1}} \right] \end{aligned} \quad (3.14)$$

Dans ce modèle, le vecteur de paramètres à estimer est : $\chi = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1)$. Ces paramètres s'interprètent aussi comme dans le cas des modèles de NELSON SIEGEL et de SVENSSON. Ainsi, nous remarquons que :

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} R_t(m) = \beta_0 ; \lim_{m \rightarrow 0} (R_t(m) - \beta_0) = \beta_1 + \beta_3$$

Ce qui signifie que :

- ✓ le taux long terme est représenté par : β_0
- ✓ la différence entre le taux court instantané et le taux long est : $\beta_1 + \beta_3$

2.2.3.4. Le modèle de VASICEK FONG (1982)

VASICEK et FONG ont présenté en 1982, une méthode de construction de la structure par terme des taux d'intérêt, basée sur l'utilisation des fonctions « *splines* » exponentielles. Pour ce faire, ils commencent par définir la fonction d'actualisation $B_t(m)$ comme une somme de fonctions exponentielles :

$$\forall m \in \mathfrak{R}^*, B_t(m) = a_0 + a_1 e^{-\alpha m} + a_2 e^{-2\alpha m} + a_3 e^{-3\alpha m}, \text{ avec } \alpha = cte \quad (3.15)$$

En posant : $m = -\frac{1}{\alpha} \log(1-x)$; $0 \leq x \leq 1$, la fonction d'actualisation peut être réécrite sous cette forme :

$$\begin{aligned} \forall m \in \mathfrak{R}^*, \hat{B}_t \left(-\frac{1}{\alpha} \log(1-x) \right) &= a_0 + a_1 (1-x) + a_2 (1-x)^2 + a_3 (1-x)^3 \\ &= F(1-x) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Avec :

$$F(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

En appliquant un développement limité d'ordre 2 et 3 pour les fonctions respectives $(1-x)^2$ et $(1-x)^3$, ils démontrent que :

$$\hat{B}_t \left(-\frac{1}{\alpha} \log(1-x) \right) \equiv G(x) \quad (3.17)$$

La fonction x a $G(x)$ est en réalité une fonction polynomiale de degré 3, sous la forme :

$$\begin{aligned} G(x) &= \sum_{i=0}^3 \mu_i g_i(x); \text{ avec } x = 1 - e^{-\alpha m} \\ &= \mu_0 + \mu_1 x + \mu_2 x^2 + \mu_3 x^3 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Propriétés de $G(x)$

- i. Il s'agit d'une fonction décroissante sur $[0,1]$, avec $G(0) = 1$ et $G(1) = 0$
- ii. Si $B_t(m) \sim e^{-\gamma m}$, avec $0 \leq m \leq +\infty$ alors $G(x)$ est approximativement une fonction puissance : $G(x) \sim (1-x)^{\gamma/\alpha}$; avec $0 \leq x \leq 1$

Dans la relation (3.16), nous pouvons remarquer que la fonction $x \mapsto G(x)$ est polynomiale de degré 3, avec $G'(1) \neq 0$. Dans ce contexte, VACICEK et FONG soutiennent que les taux *forwards* instantanés $f_t(m)$ convergent vers le paramètre α , soit :

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} f_t(m) = f_t(\infty) = \alpha \quad (3.19)$$

2.2.4. Calibrage des modèles de taux**2.2.4.1. Le problème d'optimisation**

Si le calibrage est l'étape la plus importante du processus de détermination de la courbe des taux sans risque, en revanche, sa mise en œuvre est très délicate. Rappelons qu'une courbe des taux peut être construite à partir des prix ou des taux actuariels observés sur le marché financier. Peu importe l'approche utilisée, le but du calibrage sera d'ajuster, le plus fidèlement possible, les prix P ou les taux actuariels Y observés, par la fonction paramétrique adéquate. Cet ajustement se fait via un problème d'optimisation dans le lequel nous cherchons à minimiser ou maximiser une fonction objective sous des contraintes.

Dans notre cas, Il s'agira de minimiser une *fonction de perte* (Loss Function) sous des contraintes. Ici, ces contraintes sont généralement des intervalles que doivent respecter les paramètres et / ou le prix zéro-coupon. Il existe dans la littérature plusieurs fonctions à calibrer. Traditionnellement, il s'agit de minimiser les fonctions suivantes :

$$H_1(\hat{P}) = \sum_{k=1}^N (P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta))^2 \quad \text{ou} \quad H_2(\hat{Y}) = \sum_{k=1}^N (Y^k(t, \theta) - \hat{Y}^k(t, \theta))^2 \quad (3.20)$$

Certains auteurs font intervenir une pondération dans le processus de calibrage du modèle. Par exemple, nous pouvons citer RONCALLI [1998], MARTELLINI et *al.* [2003], HLADIKOVA et RADOVA [2012] pour le marché des obligations CZECH et le BIS [2005].

Ces fonctions s'écrivent de la manière suivante :

$$H_3(\hat{P}) = \sum_{k=1}^N w_k (P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta))^2 \quad \text{et} \quad H_4(\hat{P}) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{(P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta))}{w_k} \right)^2 \quad (3.21)$$

Les expressions possibles de w_k sont résumées dans le tableau ci-dessous :

N° du Poids	Expression
1	$w_k = 1$
2	$w_k = \frac{1}{N}$
3	$w_k = D_k$
4	$w_k = \frac{1}{D_k}$
5	$w_k = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i}}$

Tab.12 : Les expressions possibles du poids des obligations

La duration D_k représente, selon le contexte, la duration modifiée D_{Mod} ou la duration de MACAULAY D_{Mac} . Sur ce sujet, le lecteur pourra au besoin consulter BIS (2005), BOLDER et STRELISKI [1999]. En outre, la relation existant entre D_{Mod} et D_{Mac} est :

$$D_{Mod} = \frac{D_{Mac}}{1 + YTM} \quad (3.22)$$

2.2.4.2. Le processus de calibrage des modèles de taux

➤ Le modèle de NELSON SIEGEL (1987)

Dans le modèle de Nelson Siegel (NS), nous avons quatre paramètres à estimer. La procédure de détermination des paramètres optimaux $\chi^{opt} = (\beta_0^{opt}, \beta_1^{opt}, \beta_2^{opt}, \tau_1^{opt})$ suivra ces étapes :

Étape 1 : Déterminer les paramètres $(\beta_0, \beta_1, \beta_2)$ pour les valeurs de τ_1 entre 0 et 30

Pour chaque valeur de τ_1 entre 0 et 30, les paramètres s'obtiennent en minimisant la fonction objective $H_1(\hat{P})$ sous contraintes :

$$\begin{aligned} \underset{\beta_0, \beta_1, \beta_2}{\text{Min}} H_1(\hat{P}) &= \underset{\beta_0, \beta_1, \beta_2}{\text{Min}} \left(\sum_{k=1}^N (P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta))^2 \right) \\ \text{S.C} \quad &\begin{cases} \text{UFR} \leq \beta_0 \leq 15 \\ -15 \leq \beta_1 \leq \delta - \text{UFR} \\ -30 \leq \beta_2 \leq 30 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Notons que UFR s'obtient en formulant des hypothèses sur le taux de croissance de long terme et le taux d'inflation. Nous reviendrons sur ce point dans l'application numérique.

δ est le taux court terme ou le taux zéro-coupon de maturité nulle ($m=0$). Ce taux directeur est fixé par les autorités monétaires en fonction des prévisions de croissance et d'inflation. Nous pouvons reconstituer la fonction prix théorique à partir de (2.8) :

$$\begin{aligned}
\hat{P}^k(t, \theta) &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} CF_t^k(m) \times B_t(m) \\
&= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} C^k \times B_t(m) + 100 \times B_t([\theta]+1) \\
&= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} C^k \times e^{-m \times \left(\beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)}{\frac{m}{\tau_1}} \right] - \beta_2 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \right)} + 100 \times e^{-([\theta]+1) \times \left(\beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_1}\right)}{\frac{([\theta]+1)}{\tau_1}} \right] - \beta_2 \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_1}\right) \right)} \\
&= P^k(t, \theta) \\
&= P_c^k(t, \theta) + AC_t^k \tag{3.24}
\end{aligned}$$

Le problème d'optimisation est résolu par la méthode L-BFGS-B, avec comme valeurs initiales $\chi^{initiale} = (0.02, -0.03, 0.01)$.

Étape 2 : Retenir les paramètres Nelson Siegel qui respectent les conditions $\beta_0 > 0$ et $\beta_0 + \beta_1 > 0$, pour la valeur la plus faible de $H_1(\hat{P})$ et déduire la valeur de τ_1 correspondante.

Ces paramètres sont les paramètres NS optimaux recherchés $\chi^{opt} = (\beta_0^{opt}, \beta_1^{opt}, \beta_2^{opt}, \tau_1^{opt})$.

➤ **Le modèle de SVENSSON (1994)**

Pour estimer les paramètres optimaux de SVENSSON $\chi^{opt} = (\beta_0^{opt}, \beta_1^{opt}, \beta_2^{opt}, \tau_1^{opt}, \beta_3^{opt}, \tau_2^{opt})$, nous fixons dans un premier temps $\tau_1 = \tau_1^{NS}$. Dans un second temps, nous suivons les mêmes étapes *supra* :

Étape 1 : Déterminer les paramètres $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$ pour les valeurs de τ_2 entre 0 et 30

Pour $\tau_1 = \tau_1^{NS}$ et chaque valeur de τ_2 entre 0 et 30, les paramètres $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$ s'obtiennent en minimisant la fonction objective $H_1(\hat{P})$ sous contraintes :

$$\begin{aligned} \underset{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3}{\text{Min}} H_1(\hat{P}) &= \underset{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3}{\text{Min}} \left(\sum_{k=1}^N (P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta))^2 \right) \\ \text{S.C} \quad &\begin{cases} \text{UFR} \leq \beta_0 \leq 15 \\ -15 \leq \beta_1 \leq \delta - \text{UFR} \\ -30 \leq \beta_2 \leq 30 \\ -30 \leq \beta_3 \leq 30 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Dans le modèle de SVENSSON, le prix théorique $\hat{P}^k(t, \theta)$ ci-dessus a la forme suivante :

$$\begin{aligned} \hat{P}^k(t, \theta) &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} CF_t^k(m) \times B_t(m) \\ &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} C^k \times B_t(m) + 100 \times B_t([\theta] + 1) \\ &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} C^k \times e^{-m \times \left\{ \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)}{\frac{m}{\tau_1}} \right] - \beta_2 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_3 \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right)}{\frac{m}{\tau_2}} - \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right) \right] \right\}} \\ &\quad + 100 \times e^{-([\theta]+1) \times \left\{ \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_1}\right)}{\frac{([\theta]+1)}{\tau_1}} \right] - \beta_2 \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_1}\right) + \beta_3 \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_2}\right)}{\frac{([\theta]+1)}{\tau_2}} - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_2}\right) \right] \right\}} \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$= P_c^k(t, \theta) + AC_t^k$$

Ce problème d'optimisation est aussi résolu par la méthode L-BFGS-B, avec comme valeurs initiales les paramètres *supra* du modèle NS et $\beta_3 = 0.01$, soit : $\chi^{\text{initiale}} = (\beta_0^{\text{NS}}, \beta_1^{\text{NS}}, \beta_2^{\text{NS}}, 0.01)$.

Étape 2 : Retenir les paramètres de SVENSSON qui respectent les conditions $\beta_0 > 0$ et $\beta_0 + \beta_1 > 0$, pour la valeur la plus faible de $H_1(\hat{P})$ et déduire la valeur de τ_2 correspondante.

Ces paramètres sont les paramètres SVENSSON optimaux, soit :

$$\chi^{\text{opt}} = (\beta_0^{\text{opt}}, \beta_1^{\text{opt}}, \beta_2^{\text{opt}}, \tau_1^{\text{NS}}, \beta_3^{\text{opt}}, \tau_2^{\text{opt}}).$$

➤ **Le modèle de BJÖRK et CHRISTENSEN (1999).**

La détermination des paramètres du modèle de BJÖRK et CHRISTENSEN (1999) se fait de la même manière que celle du modèle de NELSON SIEGEL (1987), à quelques différences près. Pour estimer les paramètres optimaux de ce modèle, nous suivrons la démarche ci-dessous :

Étape 1 : Déterminer les paramètres $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$ pour les valeurs de τ_1 entre 0 et 30

Pour chaque valeur de τ_1 entre 0 et 30, les paramètres $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$ s'obtiennent en minimisant la fonction objective $H_1(\hat{P})$ sous contraintes :

$$\begin{aligned} \underset{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3}{\text{Min}} H_1(\hat{P}) &= \underset{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3}{\text{Min}} \left(\sum_{k=1}^N \left(P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta) \right)^2 \right) \\ \text{S.C} \quad &\begin{cases} \text{UFR} \leq \beta_0 \leq 15 \\ \frac{(\delta - \text{UFR})}{2} \leq \beta_1 \leq 30 \\ -15 \leq \beta_2 \leq 30 \\ \frac{(\delta - \text{UFR})}{2} \leq \beta_3 \leq 30 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.27)$$

En outre, dans le modèle de BJÖRK et CHRISTENSEN, la formulation de la fonction prix théorique est:

$$\begin{aligned} \hat{P}^k(t, \theta) &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} CF_t^k(m) \times B_t(m) \\ &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} C^k \times B_t(m) + 100 \times B_t([\theta] + 1) \\ &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} C^k \times e^{-m \times \left(\beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)}{\frac{m}{\tau_1}} - \beta_2 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_3 \frac{1 - \exp\left(-\frac{2m}{\tau_1}\right)}{\frac{2m}{\tau_1}} \right)} \\ &\quad + 100 \times e^{-([\theta]+1) \times \left(\beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{1 - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_1}\right)}{\frac{([\theta]+1)}{\tau_1}} - \beta_2 \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_1}\right) + \beta_3 \frac{1 - \exp\left(-\frac{2 \times ([\theta]+1)}{\tau_1}\right)}{\frac{2 \times ([\theta]+1)}{\tau_1}} \right)} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Étape 2 : Retenir les paramètres de BJÖRK et CHRISTENSEN qui respectent les conditions $\beta_0 > 0$ et $\beta_0 + \beta_1 + \beta_3 > 0$, pour la valeur la plus faible de $H_1(\hat{P})$ et déduire la valeur de τ_1

correspondante. Ainsi, nous déduisons les paramètres de BJÖRK et CHRISTENSEN optimaux $\chi^{opt} = (\beta_0^{opt}, \beta_1^{opt}, \beta_2^{opt}, \beta_3^{opt}, \tau_1^{opt})$.

➤ *Le modèle de VACICEK-FONG (1982)*

Les paramètres optimaux $\chi^{opt} = (\mu_0^{opt}, \mu_1^{opt}, \mu_2^{opt}, \mu_3^{opt})$ du modèle de VACICEK-FONG (1982) s'obtiennent en minimisant la quantité $H_1(\hat{P})$. Le problème d'optimisation est aussi résolu par la méthode L-BFGS-B, avec comme valeurs initiales les paramètres *supra* du modèle de SVENSSON et $\mu_3 = 0.01$, $\chi^{initiale} = (\beta_0^S, \beta_1^S, \beta_2^S, \tau_1^S, 0.01)$.

2.2.4.3. *La qualité de l'ajustement*

Définir un critère quantitatif d'appréciation de la qualité de l'ajustement permet *in fine* de comparer plusieurs modèles candidats et d'en retenir le meilleur. Dans la littérature, la comparaison des modèles de construction d'une courbe des taux sans risque peut se faire selon deux approches : l'approche graphique et l'approche quantitative.

Nous retrouvons l'approche graphique dans STANDER [2005]. Cette dernière compare graphiquement les modèles de MCCULLOCH-KOCHIN, CARRIERE-GOMPERTZ et CAIRNS. Elle remarque que seul le modèle de CARRIERE-GOMPERTZ ne converge pas sur le long terme. En outre, la méthode graphique ne lui permet pas de retenir le meilleur parmi les modèles de MCCULLOCH-KOCHIN et CAIRNS. D'autres critères (souplesse, complexité, etc.) ont permis finalement de retenir le modèle de Cairns.

Une autre manière de choisir le meilleur modèle est l'approche quantitative *via* le calcul des *indicateurs de dispersion*. Une littérature abondante existe sur ce sujet. Le lecteur pourra les retrouver dans BROUSSEAU [2002], ANDERSON et SLEATH [2001], DEMPSTER et *al.* [2015], ALJINOVIC et *al.* [2012], KOVACHEV et SIMEONOV [2014], BOLDER et STRELISKI [1999], NAVAS [2005], HLADÍKOVÁ et RADOVÁ (2012), MARTELLINI et *al.* (2005).

KOVACHEV et SIMEONOV [2014] utilisent trois indicateurs pour évaluer la qualité d'ajustement des modèles de SVENSSON et VRP (*Variable Roughness Penalty*). Ces indicateurs sont: Mean squared error (MSE), Root mean squared error (RMSE) et Theil-U-statistic.

NAVAS [2005] compare les modèles de LONGSTAFF et SCHWARTZ (1992), SCHAEFER et SCHWARTZ (1984), COX, INGERSOLL, et ROSS (1985b) en utilisant le Mean absolute percentage error (MAPE) et le coefficient de détermination R^2 .

La liste des indicateurs *supra* peut être complétée par deux autres indicateurs que sont : l'AIC (Akaike Information Criterion) et le BIC (Bayesian Information Criterion) ou SBC (Schwartz Bayes Criterion). Une littérature abondante existe sur ce sujet. Nous pouvons citer entre autres CHRISTENSEN [2015], CAIRNS [1997], VAZQUEZ et *al.* [2014], ROSADI et *al.* [2010]. Ces indicateurs sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Indicateurs	Expression
Mean squared error	$MSE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta) \right)^2$
Root mean squared error	$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N \left(P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta) \right)^2}{N}}$
Theil-U-statistic	$U = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N \left(P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta) \right)^2}{N}}}{\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N \left(\hat{P}^k(t, \theta) \right)^2}{N} + \frac{\sum_{k=1}^N \left(P^k(t, \theta) \right)^2}{N}}}$
Mean absolute error	$MAE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta) \right $
Mean absolute percentage error	$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\left P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta) \right }{P^k(t, \theta)}$
Coefficient de détermination	$R^2 = \frac{\sum_{k=1}^N \left(P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta) \right)^2}{\sum_{k=1}^N \left(P^k(t, \theta) - \bar{P}^k(t, \theta) \right)^2}$ $\bar{P}^k(t, \theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N P^k(t, \theta)$

AIC	$AIC = 2k - 2\ln(L) \text{ ou } AIC_{\text{corrigé}} = AIC + \frac{2k(k+1)}{n-k-1}$ $k = \text{Nombre de paramètres à estimer}$ $L = \text{fonction de vraisemblance}$ $n = \text{Nombre d'observations}$
BIC	$BIC = -2\ln(L) + \ln(n)k$

Tab.13 : Les mesures de la qualité de l'ajustement

Dans l'application numérique, nous allons retenir la MAPE et le Theil-U-Statistic comme des mesures de qualité de l'ajustement. Notons que nous avons opté pour ces indicateurs de qualité car ils sont fréquents dans la littérature. De plus, ils s'apparentent à l'indicateur présenté dans KAMEGA et PLANCHET [2011a] pour la mesure du risque d'estimation, lors de la construction des tables de mortalité de la zone CIMA.

2.3. Application numérique

Dans cette section, nous allons construire la courbe des taux sans risque pour la zone CIPRES au 27/02/2015 à partir des obligations d'État de la bourse régionale des valeurs mobilières (BRVM). Après avoir présenté les données ainsi que leurs retraitements, nous allons décrire la méthodologie retenue. Par la suite, les résultats issus de la méthode *supra* seront présentés, suivis d'une discussion dans laquelle nous montrerons que les courbes des taux sans risque de l'UEMOA, la CEMAC et la CIPRES construites reflètent la réalité économique et financière de ces zones.

2.3.1. Données pour la construction de la courbe des taux zéro-coupon

Nous avons reçu 30 fichiers Excel¹⁴⁹ de la Société d'Intermédiation et de Gestion (SIG) de la Société Ivoirienne de Banque (SIB) et une fiche technique¹⁵⁰ des obligations d'État de la Bourse régionale des valeurs mobilières (BRVM).

La construction de la base de données¹⁵¹ s'est faite en premier lieu, par la sélection des obligations d'États¹⁵². Puis nous avons calculé les intérêts courus, les prix de marché, les

¹⁴⁹Les fichiers Excel contiennent les prix, les dates de cotation et les dates de maturité de toutes les obligations (États et Entreprise) en circulation sur la BRVM sur la période 2000-2015 et la courbe est construite au 27/02/2015.

¹⁵⁰La fiche technique contient les codes des obligations, les dates d'émission, les dates de jouissance, les tableaux d'amortissement de toutes les obligations de la BRVM.

¹⁵¹La base de données comprend des données à la date de cotation 27/02/2015.

durées de vie résiduelle et les maturités (en année) de ces obligations. La base de données finale comprend les champs suivants :

- Le code de l'obligation est un symbole unique attribué à une obligation d'un État. Par exemple, les obligations ivoiriennes et sénégalaises commencent respectivement par TPCI et EOS, suivies d'un chiffre.
- Les dates de cotation (27/02/2015), d'émission¹⁵³, de jouissance¹⁵⁴ et de maturité¹⁵⁵.
- Le prix coté et de marché¹⁵⁶ de l'obligation
- Le taux coupon
- Les intérêts courus
- La durée de vie résiduelle de l'obligation¹⁵⁷.
- La maturité de l'obligation (en année)¹⁵⁸.

Cela conduit *in fine* à la liste des obligations d'État en circulation à la BRVM au 27/02/2015 suivante :

¹⁵²Pour chacune de ces obligations, nous avons ajouté à la base de données les champs suivants : Code de l'obligation, les dates de cotation, d'émission, de maturité, les prix et le taux coupon.

¹⁵³ C'est la date à laquelle l'obligation a été émise sur le marché financier.

¹⁵⁴ Il s'agit la date de paiement des coupons.

¹⁵⁵ C'est la date de remboursement du capital par l'émetteur.

¹⁵⁶ C'est la somme du prix coté et de l'intérêt couru.

¹⁵⁷ C'est la différence entre les dates de maturité et de cotation.

¹⁵⁸ C'est la différence entre les dates de maturité et d'émission.

Code Obligation	Date d'émission	Date de maturité	Prix	Coupon	Intérêts courus	Durée de vie résiduelle	Prix de marché	Maturité (Année)
CAAB.O3	09/11/2011	09/11/2016	100	6,5	1,9589	1,725	101,9589	5
EOS.O3	16/11/2010	16/11/2015	100	6,75	1,9048	0,7278	101,9048	5
EOS.O4	14/12/2012	14/12/2019	100	6,7	1,3767	4,8639	101,3767	7
EOS.O5	29/07/2013	29/07/2023	100	6,5	3,7932	8,5389	103,7932	10
EOT.O2	15/03/2011	15/03/2016	100	6,5	6,2151	1,0611	106,2151	5
TPBF.O2	21/12/2011	21/12/2016	100	6,5	1,2110	1,8417	101,2110	5
TPBF.O3	29/11/2013	29/11/2020	100	6,5	1,6027	5,8389	101,6027	7
TPCI.O10	01/10/2010	01/10/2017	100	7	2,8575	2,6306	102,8575	7
TPCI.O11	15/09/2011	15/09/2016	99	6,5	2,9384	1,5722	101,9384	5
TPCI.O12	25/05/2012	25/05/2015	98,5	6	4,5699	0,2417	103,0699	3
TPCI.O13	19/09/2012	19/09/2017	100	6,5	2,8671	2,5972	102,8671	5
TPCI.O14	08/07/2013	08/07/2016	99	6	3,8466	1,3806	102,8466	3
TPCI.O15	03/12/2013	03/12/2018	100	6,3	1,4844	3,8194	101,4844	5
TPCI.O16	23/05/2014	20/05/2022	100	6,55	5,0785	7,3306	105,0785	8

Tab.14 : Les obligations de l'UEMOA en circulation au 27/02/2015

2.3.2. Méthodologie de construction de la courbe des taux CIPRES

La construction d'une courbe des taux sans risque dans la zone CIPRES est un exercice délicat car elle regroupe plusieurs espaces économiques. Comme nous l'avons énoncé plus haut, seul l'UEMOA dispose d'un marché financier susceptible de favoriser la construction d'une courbe des taux *spot*.

Pour contourner cette difficulté, nous proposons en premier lieu de construire la courbe des taux ZC de l'UEMOA. En second lieu, nous allons déduire la courbe des taux ZC de la CEMAC en ajustant d'une part la courbe des taux de l'UEMOA sur les données récentes d'un émetteur de référence, notamment le pays ayant le meilleur « *rating* » des agences de notation et, d'autre part, en utilisant des hypothèses découlant de la politique monétaire de cette zone.

Enfin, la courbe des taux ZC de la CIPRES sera obtenue par combinaison linéaire des deux courbes *supra*, soit :

$$R_t^{CIPRES}(m) = \alpha_1 R_t^{UEMOA}(m) + \alpha_2 R_t^{CEMAC}(m) ; \text{ Avec } \alpha_1 + \alpha_2 = 1 \quad (3.29)$$

Nous proposons que les pondérations *supra* respectent la relation suivante (cf. DHAENE et al. [2009]):

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{F_{R_t^{UEMOA}}^{-1}(p)}{F_{R_t^{UEMOA} + R_t^{CEMAC}}^{-1}(p)} \\ &= \frac{VaR_p(R_t^{UEMOA})}{VaR_p(R_t^{UEMOA} + R_t^{CEMAC})} \text{ et } \alpha_2 = 1 - \alpha_1 \end{aligned} \quad (3.30)$$

Avec $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ et $p \in [0,1]$

L'équation (3.30) montre que l'estimation des pondérations du modèle de taux CIPRES, traduit le poids du quantile de chaque variable R_t^{UEMOA} et R_t^{CEMAC} par rapport au quantile agrégé des deux variables. Dans la littérature statistique, le calcul de la Value at Risk (VaR) requiert la connaissance de la distribution de la variable. Dans notre contexte, il est très difficile de connaître la distribution des variables R_t^{UEMOA} , R_t^{CEMAC} , et surtout de la somme $R_t^{UEMOA} + R_t^{CEMAC}$.

Pour contourner ce problème, nous avons opté pour une approche non paramétrique comme décrit dans HYNDMAN et FAN (1996). Elle est implémentée dans le logiciel R *via* la commande « quantile ». Nous proposons de choisir un quantile au seuil de 0,5% (cf. PLANCHET et THEROND [2007]).

2.3.3. Résultats des modèles proposés

Dans cette section, nous allons présenter les résultats des modèles ayant servi à la construction des courbes de l'UEMOA et de la CEMAC, ainsi que les courbes de ces différentes zones. Par la suite, nous déduirons la courbe de rendement des obligations d'État de la CIPRES en utilisant l'équation (3.29).

2.3.3.1. Résultats de la courbe des taux sans risque de la zone UEMOA

Cette courbe des taux est construite à la date de cotation du 27/02/2015. Les hypothèses sous-jacentes sont :

- $UFR = 6,2 \%^{159}$
- le taux court terme est $\delta = 2,5 \%^{160}$. C'est le taux de refinancement des banques auprès de la banque centrale.

➤ Le calibrage du modèle de l'UEMOA

Le tableau ci-dessous donne les valeurs des paramètres obtenues à partir des modèles de NELSON SIEGEL (1987), SVENSSON (1994) et BJÖRK et CHRISTENSEN (1999) pour la zone UEMOA au 27/02/2015 :

Paramètres	NELSON SIEGEL (en pourcentage)	SVENSSON (en pourcentage)	BJORK et CHRISTENSEN (en pourcentage)
β_0	6,2	6,2	6,2
β_1	-5,62	-3,7	-3,7
β_2	3,814	3,148	3,238
β_3	ND	-4,237	-3,282
τ_1	1	1	0,9
τ_2	ND	0,3	ND

Tab.15 : Estimation des paramètres des modèles de Nelson Siegel et extension au 27/02/2015 (UEMOA)

➤ Etude de la qualité d'ajustement

Pour mesurer le risque d'estimation du modèle de l'UEMOA, nous utiliserons deux indicateurs que sont le **Theil-U-Statistic** (cf. KOVACHEV et SIMEONOV [2014]) et le Mean Absolute Percentage Error (**MAPE**) (cf. NAVAS [2005]).

¹⁵⁹ Cette valeur est déterminée sur des hypothèses cohérentes de croissance et d'inflation sur le long terme. Sur recommandation d'experts (directeurs des activités de marché, etc.), nous avons choisi un taux de croissance de 4% et un taux d'inflation de 2,2 %. En outre, ces choix sont corrigés progressivement de sorte que la courbe de taux finale obtenue permette in fine de retrouver les données d'un émetteur de référence en occurrence la Côte d'Ivoire car il est le moteur de la croissance économique de la zone UEMOA.

¹⁶⁰ Voir <http://www.bceao.int/Instruments-de-mise-en-oeuvre-de.html>

Nous pouvons conclure que le modèle de BJÖRK et CHRISTENSEN s'ajuste le mieux aux données de l'UEMOA à la date de cotation du 27/02/2015, comme l'illustre le tableau ci-dessous :

Statistiques	NELSON SIEGEL (en pourcentage)	SVENSSON (en pourcentage)	BJORK et CHRISTENSEN (en pourcentage)
THEIL U-STATISTIC	0,717	0,716	0,715
MAPE	1,206	1,204	1,198

Tab.16 : Indicateurs de mesure de la qualité de l'ajustement du modèle UEMOA (27/02/2015)

➤ *Evolution de la courbe des taux sans risque de l'UEMOA au 27/02/2015*

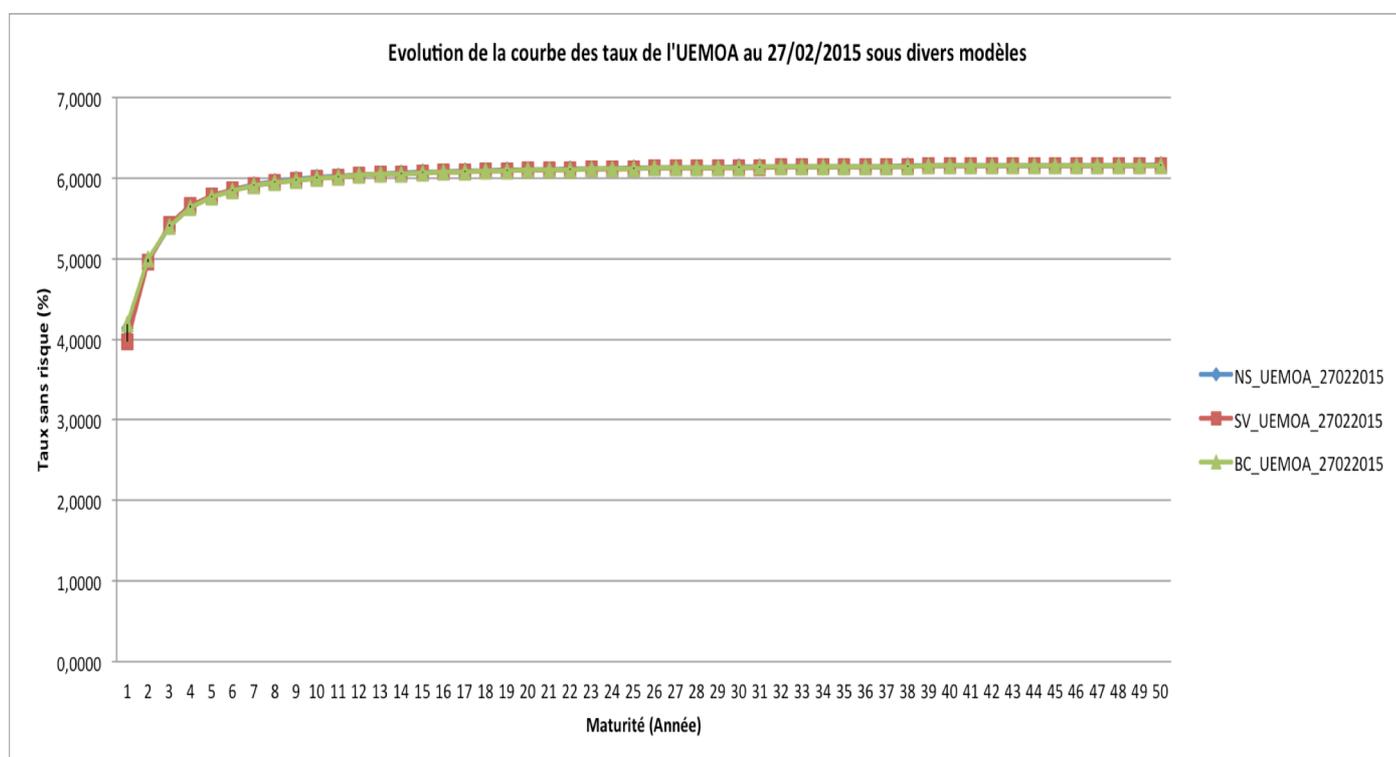


Fig. 19: Courbe des taux sans risque de l'UEMOA au 27/02/2015

2.3.3.2. Résultats de la Courbe des taux sans risque de la zone CEMAC au 27/02/2015

Disposant d'un marché financier non intégré et peu développé (seulement 4 obligations d'État en circulation), il est difficile de construire une courbe pour cette zone. Pour pallier à ce problème, nous proposons de construire cette courbe à la date de cotation du 27/02/2015 en ajustement simultanément les données financières du marché boursier secondaire de l'UEMOA sur la situation économique de la zone CEMAC et sur les données d'un émetteur

de référence¹⁶¹. Dans notre cas, nous choisirons le Cameroun comme émetteur de référence car il est la locomotive de la zone CEMAC (*cf.* Les Afriques [2009]) et présente un bon profil de risque. Pour preuve, la notation souveraine du Cameroun est B par FITCH et S&P pour la devise locale et la devise étrangère, tandis que la notation du GABON est de B+ (*cf.* BAD [2010]). Les hypothèses utilisées sont :

- $UFR = 4,8 \%$ ¹⁶².
- le taux court terme est $\delta = 2,45 \%$ ¹⁶³. En prélude de la baisse des taux d'intérêt dans cette zone, la BEAC a baissé son taux directeur de 50 points passant ainsi de 2,95 % à 2,45 %.

➤ ***Le calibrage du modèle de la CEMAC***

Le calibrage du modèle de la CEMAC s'est fait sur les données de l'UEMOA. Notre idée est de proposer une courbe des taux ponctuelle¹⁶⁴ à la zone CEMAC en appréhendant le comportement des agents privés de l'UEMOA face à la situation économique et monétaire de la CEMAC. En clair, cette courbe reflète la réaction de ces investisseurs¹⁶⁵ face au contexte économique et social de la CEMAC. Sous ces hypothèses *supra*, nous obtenons les valeurs des paramètres des modèles de Nelson Siegel (1987) et de ses extensions au 27/02/2015:

¹⁶¹L'émetteur de référence est le pays qui présente un bon profil de risque.

¹⁶²Cette valeur est déterminée sur des hypothèses de croissance et d'inflation sur le long terme. Selon le FMI, le taux de croissance en zone CEMAC serait de 2,2 %. En outre, l'hypothèse d'inflation doit être comprise entre 0 % et 3 % pour respecter la norme communautaire. Elle est choisie in fine de sorte que la courbe de taux finale soit capable de retrouver les données d'un émetteur de référence¹⁶². Dans notre cas, nous avons opté pour l'émission de l'État Camerounais (ECMR.02) proposant un taux d'intérêt de 5,90 % sur 5 ans sur la période 2013-2018. Ce choix est motivé par la volumétrie des échanges de ce titre.

¹⁶³ Voir <http://www.lesafriques.com/actualite/la-beac-baisse-le-taux-directeur-pour-booster-les-economies-d-afrique-cen.html?Itemid=89?articleid=44817>

¹⁶⁴En attendant de disposer d'un marché suffisamment liquide qui favorisera la construction d'une courbe des taux.

¹⁶⁵Cette proposition fait l'hypothèse selon laquelle les investisseurs de l'UEMOA sont identiques à ceux de la CEMAC. Cette hypothèse est cohérente au vu des réformes entreprises dans la zone CIMA / CIPRES, octroyant la possibilité aux assureurs privés de placer leurs liquidités hors de leur espace économique.

Paramètres	NELSON SIEGEL (en pourcentage)	SVENSSON (en pourcentage)	BJORK et CHRISTENSEN (en pourcentage)
β_0	4,8	4,8	4,8
β_1	-4,39	-2,3	-2,3
β_2	9,618	9,122	8,706
β_3	ND	-4,469	-2,514
τ_1	1,7	1,7	1,7
τ_2	ND	0,6	ND

Tab.17: Estimation des paramètres des modèles de Nelson Siegel et extension au 27/02/2015 (CEMAC)

➤ *Mesure du risque d'estimation dans la zone CEMAC*

Statistiques	NELSON SIEGEL (en pourcentage)	SVENSSON (en pourcentage)	BJORK et CHRISTENSEN (en pourcentage)
Theil-U-Statistic	0,632	0,628	0,633
MAPE	1,0313	1,0312	1,034

Tab.18 : Indicateurs de mesure de la qualité de l'ajustement du modèle CEMAC (27/02/2015)

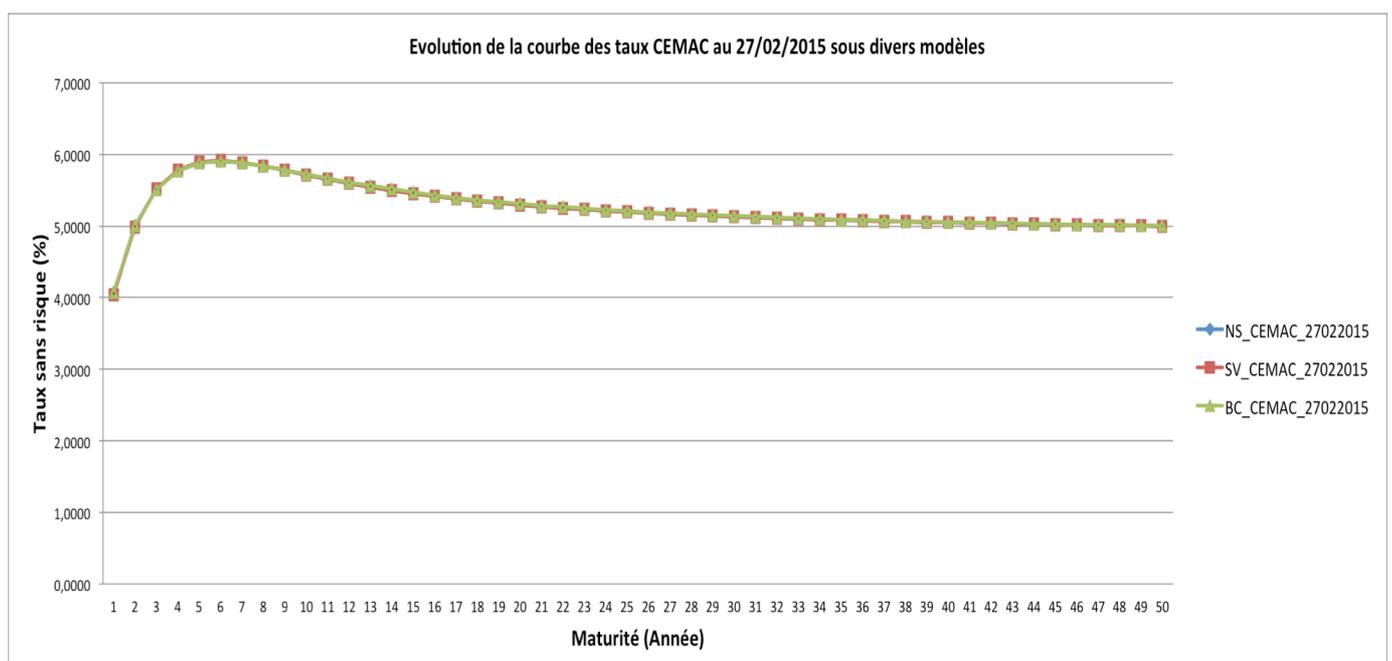
➤ *Evolution de la Courbe des taux CEMAC au 27/02/2015*

Fig. 20: Courbe des taux sans risque de la CEMAC au 27/02/2015

2.3.3.3. Construction de la Courbe des taux sans risque de la zone CIPRES.

Pour construire la courbe des taux sans risque de la zone CIPRES, nous avons retenu le modèle de BJÖRK et CHRISTENSEN (1999) pour la zone UEMOA et le modèle de SVENSSON (1994) pour la zone CEMAC. Nous allons utiliser la relation (3.29) pour déterminer les taux zéro-coupons de la zone CIPRES. En outre, l'estimation des pondérations se fera à partir de la relation (3.30).

Pondérations	Valeurs (en pourcentage)
α_1	52
α_2	48

Tab.19: Estimation des pondérations du modèle de la courbe des taux CIPRES (27/02/2015)

➤ Evolution des taux zéro-coupon

Zone /Maturité	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
UEMOA (%)	3,54	4,93	5,46	5,69	5,81	5,88	5,93	5,96	5,99	6,01	6,03	6,04	6,05	6,06	6,07
CEMAC (%)	3,56	4,86	5,58	5,89	5,98	5,96	5,90	5,82	5,74	5,66	5,59	5,53	5,48	5,43	5,39
CIPRES (%)	3,55	4,90	5,52	5,79	5,89	5,92	5,91	5,89	5,87	5,84	5,82	5,80	5,78	5,76	5,75

Tab.20 : Valeurs des taux zéro-coupon sur 15 ans pour les zones UEMOA, CEMAC et CIPRES

➤ Analyse comparative des Courbes des taux sans risque dans la zone CIPRES

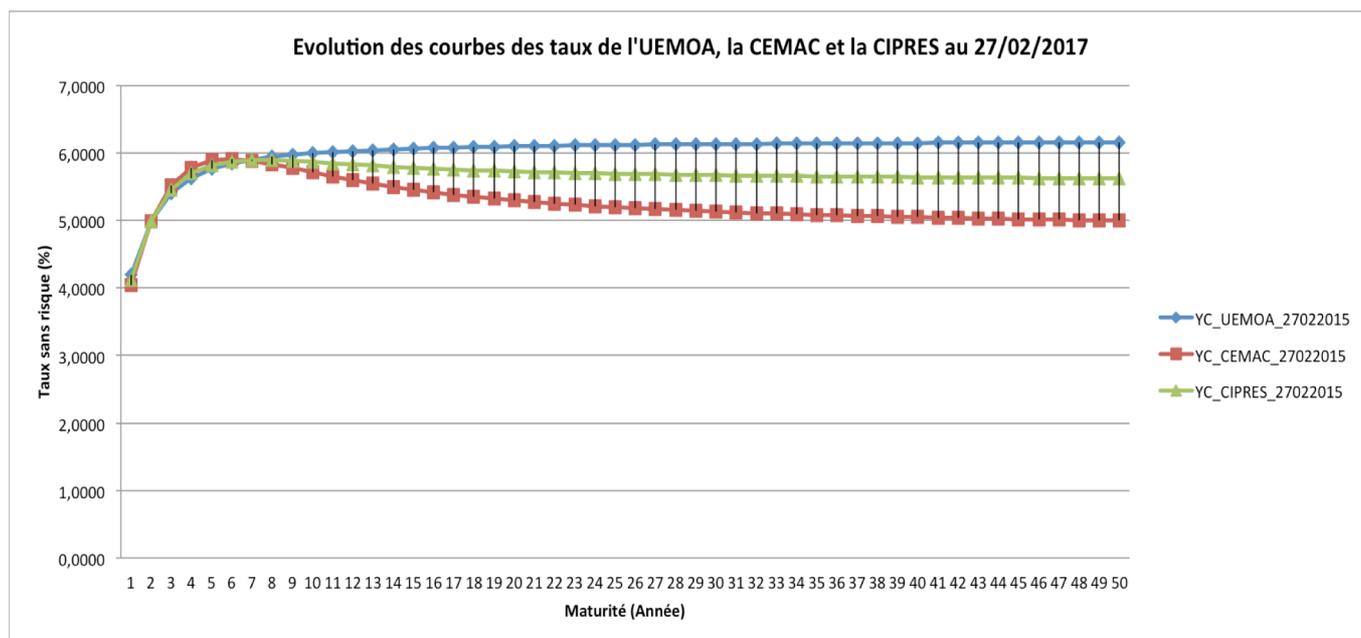


Fig. 21: Représentation simultanée des courbes des taux sans risque de l'UEMOA, la CEMAC et la CIPRES au 27/02/2015

2.4. Discussion

Après avoir testé les modèles de NELSON SIEGEL (1987), SVENSSON (1994), BJÖRK et CHRISTENSEN (1999), les travaux de recherche ont révélé que le modèle de BJÖRK ET CHRISTENSEN (1999) s'adapte mieux aux données de la zone UEMOA au 27/02/2015 que les modèles de NELSON SIEGEL (1987) et de LARS SVENSSON (1994). Le risque d'estimation ou l'erreur du modèle de taux est de l'ordre de 0,7 %.

En outre, dans la zone CEMAC, le modèle de LARS SVENSSON (1994) s'ajuste le mieux, sous des hypothèses. Le risque d'estimation ou l'erreur du modèle de taux est de l'ordre de 0,6 %. De plus, la modélisation de ces courbes des taux tient aussi compte de la politique monétaire actuelle des banques centrales de chaque zone. La courbe des taux de la CIPRES a été obtenue en combinant ces deux courbes via des pondérations. Ces dernières ont été obtenues en utilisant les techniques « d'allocation de capital ». Elles peuvent être définies comme la contribution des taux sans risque de chaque modèle dans l'ensemble.

Il est intéressant de souligner que la courbe des taux de la CEMAC atteint son sommet à la maturité 5 ans (5,98 %) et par la suite, elle baisse progressivement alors que celle de l'UEMOA est strictement croissante. Cette situation peut s'expliquer par le fait que le dernier point de référence observé sur le marché de la CEMAC est 5 ans, ce qui représente le dernier point liquide (LLP) alors que dans la zone UEMOA, il est de 10 ans. Autrement dit, le

manque d'information au-delà de 5 ans implique une extrapolation de la courbe CEMAC à cette maturité, qui selon nous, commence très tôt ce qui confère à la courbe, l'allure *supra*. Cette baisse de la courbe CEMAC à l'extrapolation peut s'expliquer par le fait qu'elle doit converger vers l'UFR = 4,8 %, inférieur au taux observé à la maturité 5 ans. Avec une contribution de 48 %, la courbe CEMAC influence énormément la forme de la courbe des taux de la CIPRES, avec des valeurs élevées aux maturités 5 ans et 6 ans.

Sur le plan économique, la courbe des taux de l'UEMOA reflète les performances économiques¹⁶⁶ actuelles de cette zone. De plus, elle est en accord avec la théorie des anticipations de la structure par terme des taux d'intérêt (*cf.* HICKS [1939]) car l'émetteur de l'obligation paie plus cher lorsque la maturité est lointaine. Par contre, dans la zone CEMAC, l'approche proposée dans ce chapitre montre que la théorie des anticipations est respectée sur la partie observable (0 – 5 ans). Au delà de 5 ans, le manque d'information et la tendance baissière des indicateurs économiques¹⁶⁷, au regard des récentes prévisions¹⁶⁸ du FMI¹⁶⁹, peut expliquer la baisse de la courbe sur la partie non observable (> 5 ans). Au vu de ce qui précède, cette situation signifie que les investisseurs de la zone CEMAC préfèrent placer leurs liquidités sur le moyen terme en lieu et place du long terme¹⁷⁰, qui a leur sens, présentera un risque potentiel.

La comparaison graphique de ces courbes nous permet de voir que la courbe de l'UEMOA est au-dessus des autres courbes, tandis que celle de la CEMAC est totalement en dessous. Quant à la courbe de la CIPRES, elle se situe entre ces deux courbes, ce qui est cohérent car elle est issue d'une approche par pondération. Toutefois, nous pouvons voir graphiquement qu'elle converge aussi vers la moyenne pondérée des UFR des zones UEMOA et CEMAC, soit 5,53 %.

À partir de ce constat, nous pouvons montrer de manière empirique que la courbe des taux sans risque de la zone CIPRES peut être obtenue approximativement en utilisant les modèles de NELSON SIEGEL, SVENSSON, BJÖRK et CHRISTENSEN, sous les hypothèses UFR_{CIPRES} et δ_{CIPRES} suivantes :

¹⁶⁶ Voir par exemple : <http://news.abidjan.net/h/520980.html>

¹⁶⁷ Par exemple, le taux de croissance.

¹⁶⁸ Voir par exemple : <http://www.jeuneafrique.com/231556/economie/cemac-le-fmi-predit-un-net-recul-du-taux-de-croissance-en-2015/> ; <http://www.jeuneafrique.com/245292/economie/face-a-une-croissance-qui-chute-la-beac-abaisse-son-taux-directeur/> ; <http://www.lenouveaugabon.com/finance/1007-9259-la-beac-baisse-sa-prevision-du-taux-de-croissance-de-la-cemac-a-2-8-pour-fin-2015>

¹⁶⁹ Fonds Monétaire international

¹⁷⁰ Dans tous les cas, les obligations d'état sur le long terme n'existent pas.

$$UFR_{CIPRES} = 0,52 \times UFR_{UEMOA} + 0,48 \times UFR_{CEMAC} = 5,528 \%$$

$$\delta_{CIPRES} = 0,52 \times \delta_{UEMOA} + 0,48 \times \delta_{CEMAC} = 2,476 \%$$

La figure ci-dessous compare graphiquement les résultats de ces trois modèles (sous les hypothèses UFR_{CIPRES} et δ_{CIPRES}) à la courbe de la zone CIPRES obtenue par pondération. Cette dernière (en violet) est légèrement au-dessus des autres modèles au-delà de la maturité 5 ans :

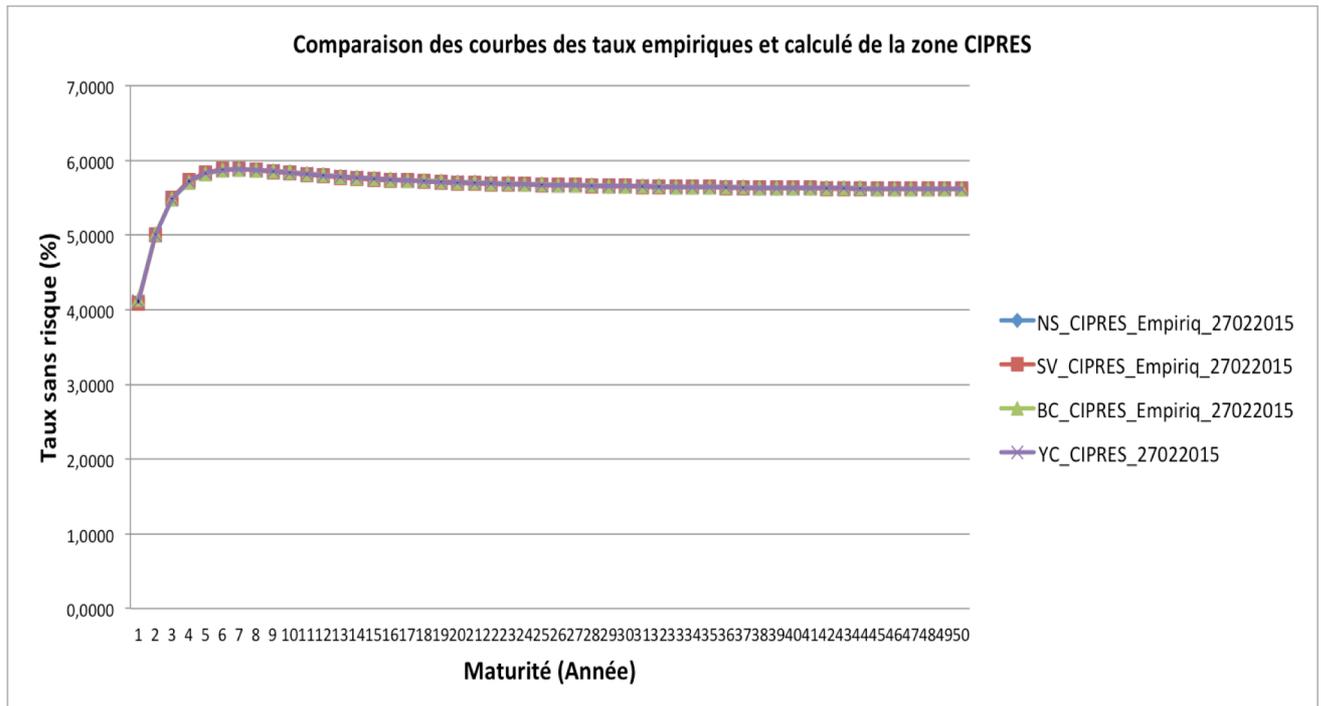


Fig.22: Analyse comparative des courbes des taux CIPRES obtenues par les modèles de Nelson Siegel et extension et la méthode par pondération

3. Analyse de sensibilité

Les courbes des taux discutées dans les sections ci-dessous sont sensibles aux paramètres suivants :

- La date de cotation,
- Le modèle de taux utilisé, et
- Les hypothèses intervenant dans l'ajustement des modèles.

Afin d'éclairer le lecteur, il est important de faire une analyse de sensibilité. Le but de cet exercice est d'étudier le comportement de la courbe des taux, face à l'évolution de ses divers paramètres.

En pratique, nous allons fixer¹⁷¹ les modèles de taux d'intérêt tout le long de notre exercice. Par la suite, nous allons étudier, en premier lieu, le comportement de la courbe des taux à plusieurs dates de cotation, à partir des hypothèses formulées *supra*. Dans ce contexte, il sera facile d'analyser la robustesse des ajustements obtenus¹⁷². En second lieu, nous allons nous placer à une date de cotation, ce qui nous permettra d'étudier l'impact des hypothèses formulées sur la trajectoire de la courbe des taux.

3.1. Sensibilité de la courbe des taux à la date de cotation

Un paramètre important de la sensibilité de la courbe des taux est la date de cotation. Ce résultat est intuitif car la structure des données peut varier d'une date à une autre. Cette situation s'explique principalement par la variation de la quantité¹⁷³, du prix¹⁷⁴ et des intérêts courus des obligations en circulation sur le marché financier régional.

Les dates de cotation retenues dans cette sous-section sont : **27/02/2015, 04/03/2015 et le 30/04/2015**. Ces choix permettront d'apprécier l'évolution temporelle de la courbe des taux à partir du 27/02/2015.

¹⁷¹ Comme dans les sections *supra*, nous nous intéressons au modèle de Nelson Siegel et ses extensions.

¹⁷² Aussi, cette situation permet in fine d'apprécier la robustesse des hypothèses au cours du temps.

¹⁷³ La variation de la quantité dépend de l'entrée et de la sortie (échéance) des obligations en circulation sur le marché financier régional.

¹⁷⁴ La variation du prix des obligations dépend naturellement de l'offre et de la demande.

3.1.1. Evolution temporelle de la courbe des taux de l'UEMOA

En utilisant les modèles de NELSON SIEGEL, SVENSSON et BJORK & CHRISTENSEN, ainsi que les mêmes hypothèses¹⁷⁵, nous obtenons la courbe des taux de l'UEMOA à plusieurs dates de cotation. Dans le contexte du modèle de NELSON SIEGEL, nous obtenons le graphique ci-dessous :

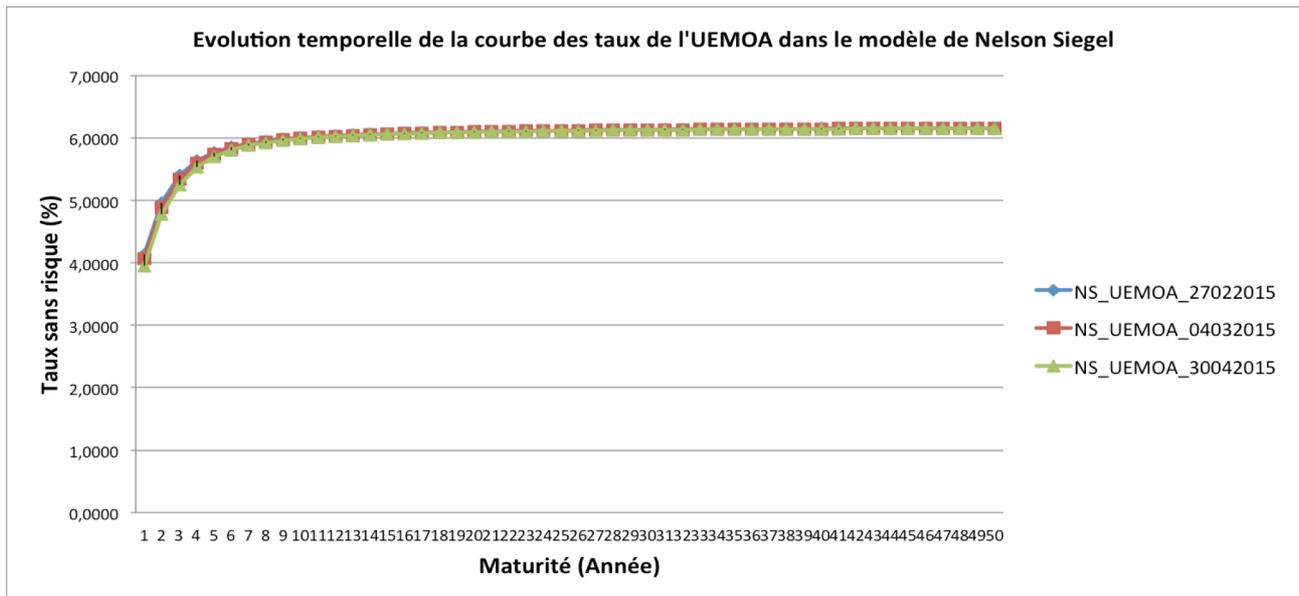
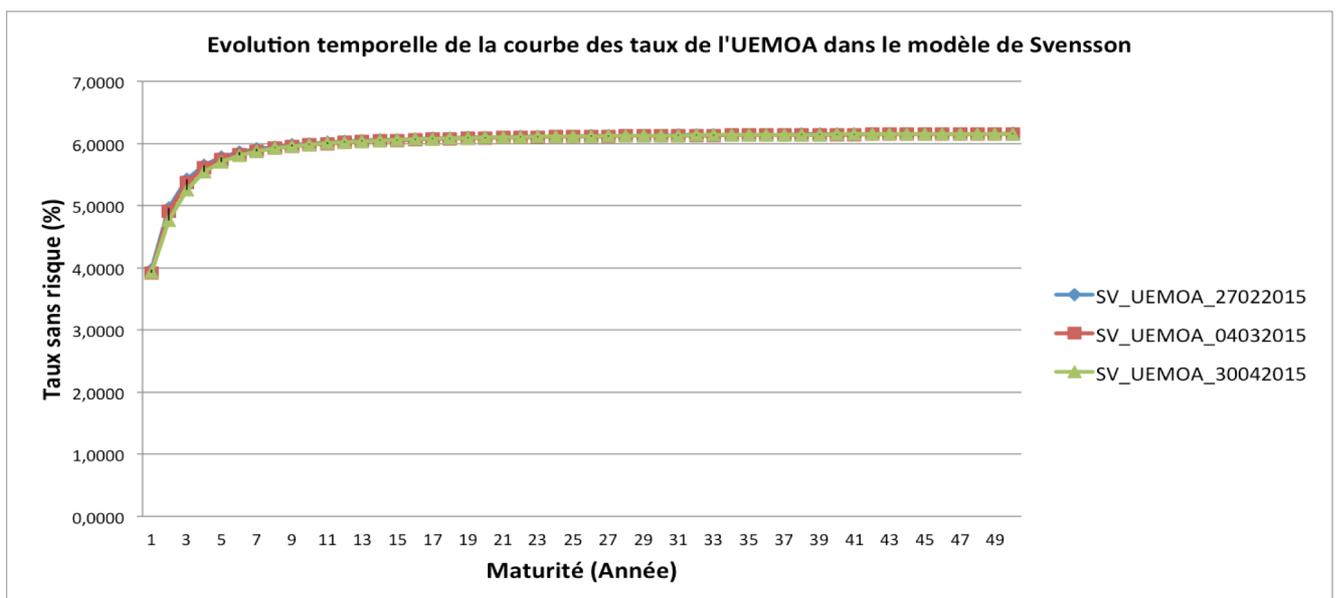


Fig. 23: Evolution temporelle de la courbe des taux de l'UEMOA dans le modèle de Nelson Siegel

De manière analogue, nous pouvons déduire les courbes des taux de l'UEMOA pour les autres modèles de taux d'intérêt. Les graphiques ci-dessous illustrent cette assertion :



¹⁷⁵ Il s'agit des hypothèses utilisées supra pour la construction de la courbe des taux sans risque à la date de cotation du 27/02/2015.

Fig. 24 : Evolution temporelle de la courbe des taux de l'UEMOA dans le modèle de SVENSSON

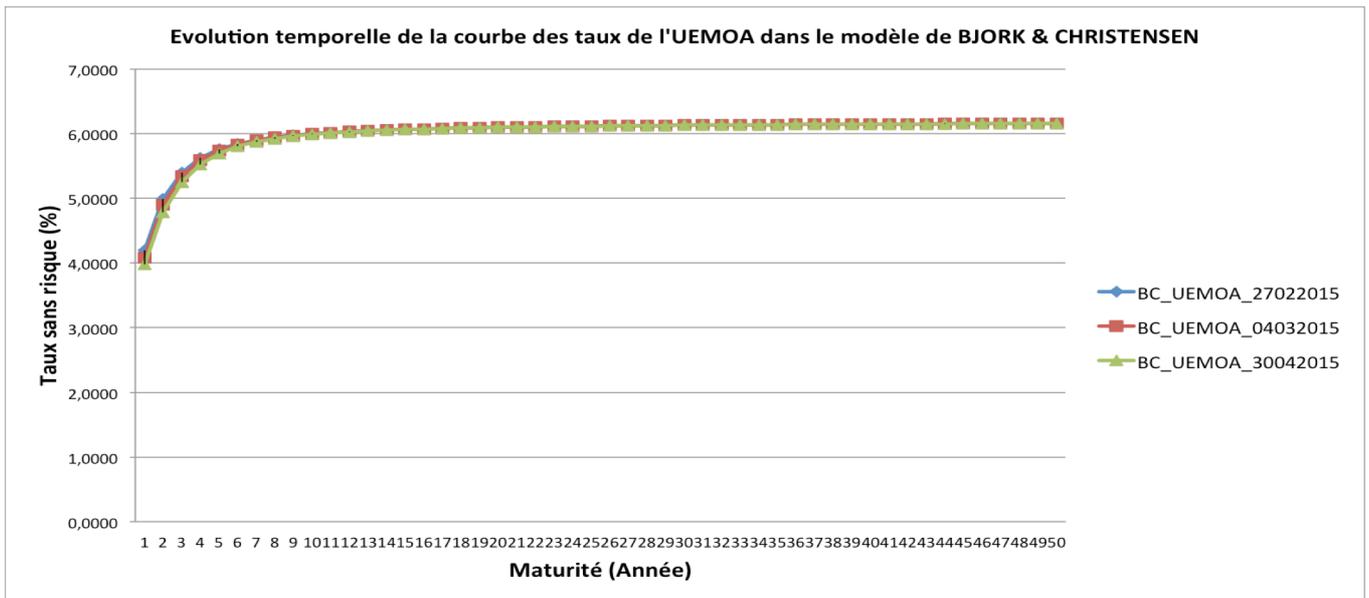


Fig. 25: Evolution temporelle de la courbe des taux de l'UEMOA dans le modèle de BJORK & CHRISTENSEN

3.1.2. Evolution temporelle de la courbe des taux de la CEMAC

Après l'étude de la zone UEMOA, nous nous intéressons *naturellement* au comportement de la courbe des taux CEMAC à plusieurs dates de cotation et sous divers modèles de taux d'intérêt. Les graphiques ci-dessous illustrent la dynamique de ces courbes obtenues à partir des trois modèles de taux considérés:

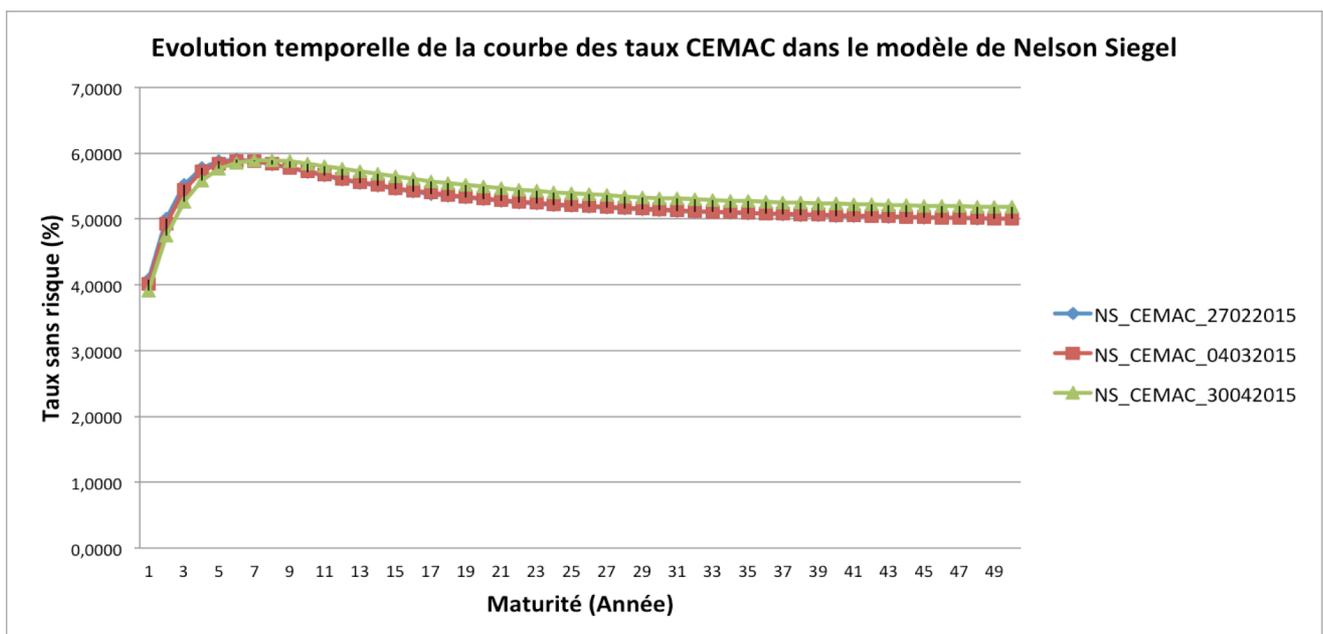


Fig. 26 : Evolution temporelle de la courbe des taux CEMAC dans le modèle de Nelson Siegel

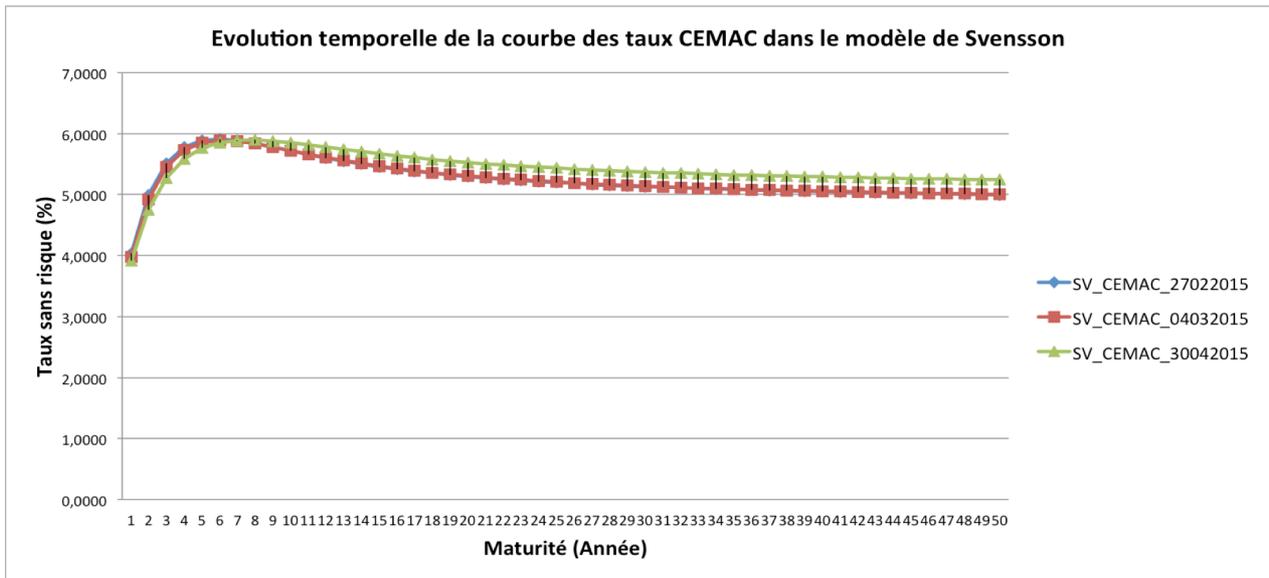


Fig. 27 : Evolution temporelle de la courbe des taux CEMAC dans le modèle de SVENSSON

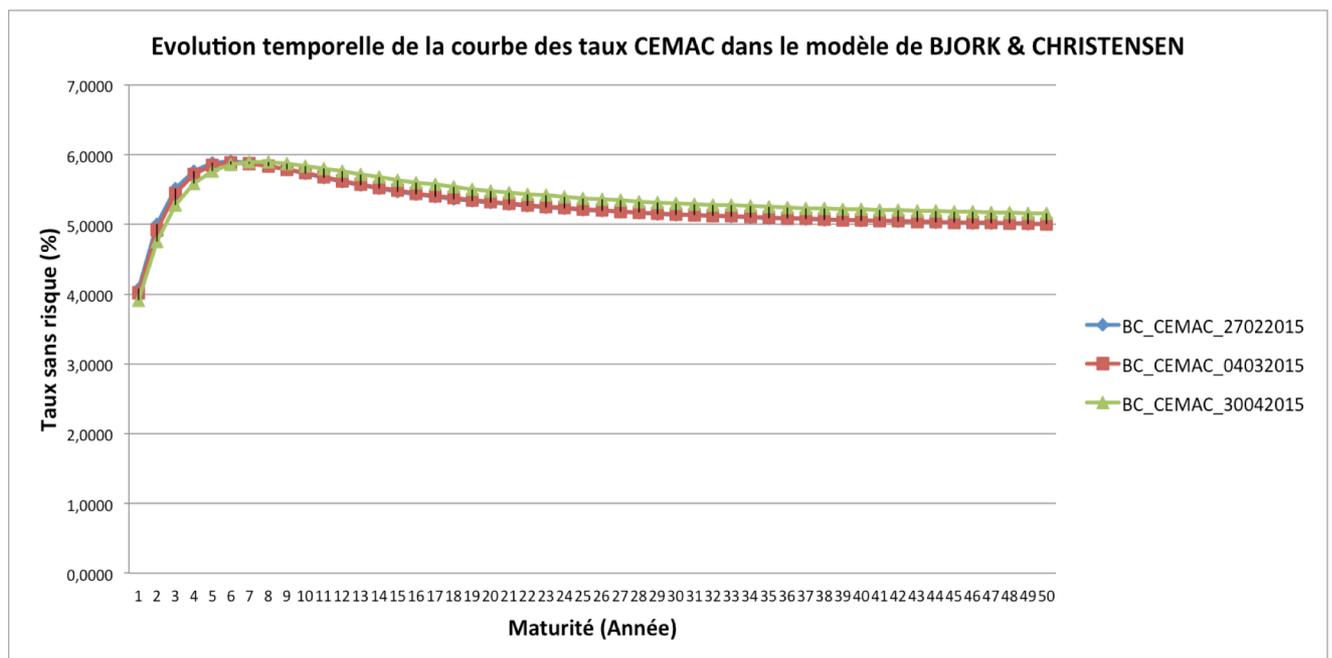


Fig. 28: Evolution temporelle de la courbe des taux CEMAC dans le modèle de BJORK & CHRISTENSEN

3.1.3. Evolution temporelle de la courbe des taux CIPRES

Pour conclure cette première analyse de sensibilité, nous allons nous intéresser au comportement de la courbe des taux CIPRES à plusieurs dates de cotation et sous divers modèles de taux d'intérêt. Les graphiques ci-dessous illustrent la dynamique de ces courbes sous les trois modèles de taux considérés :

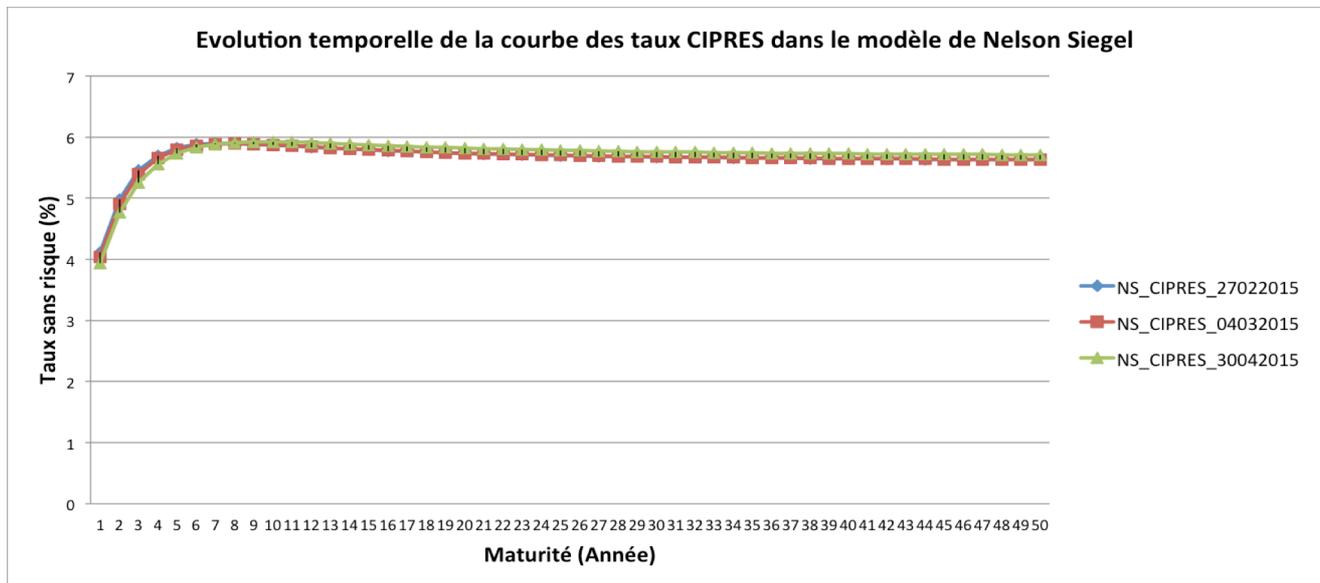


Fig. 29 : Evolution temporelle de la courbe des taux CIPRES dans le modèle de Nelson Siegel

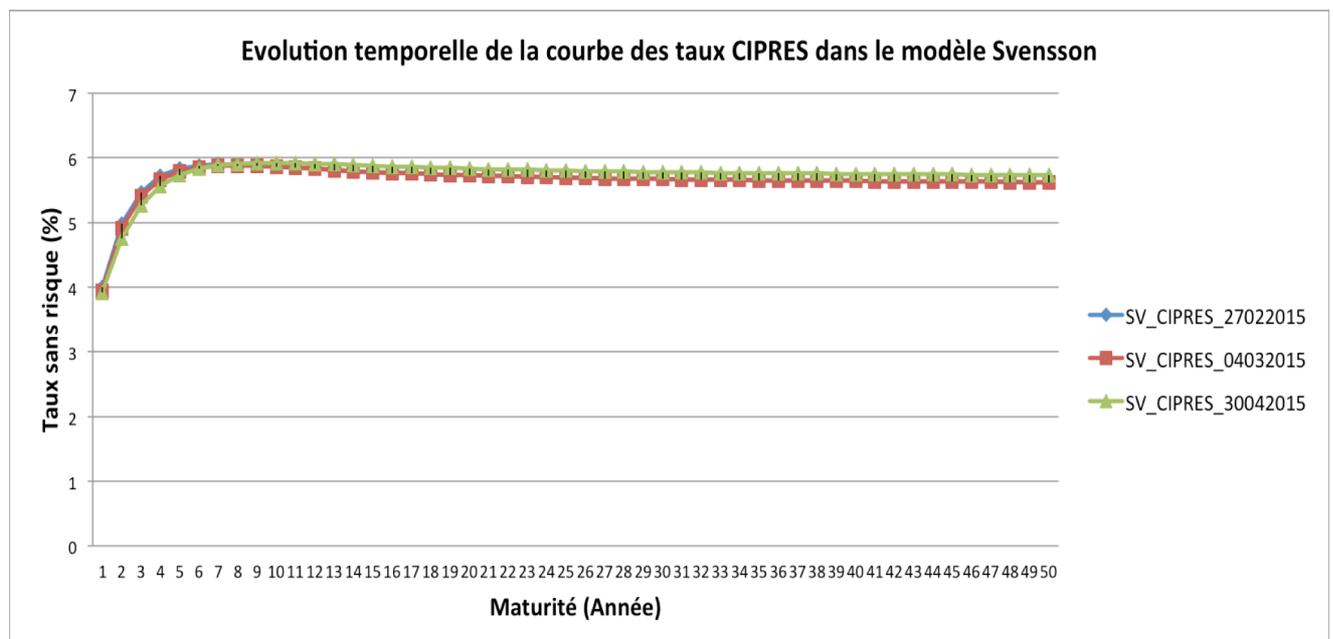


Fig. 30 : Evolution temporelle de la courbe des taux CIPRES dans le modèle de SVENSSON

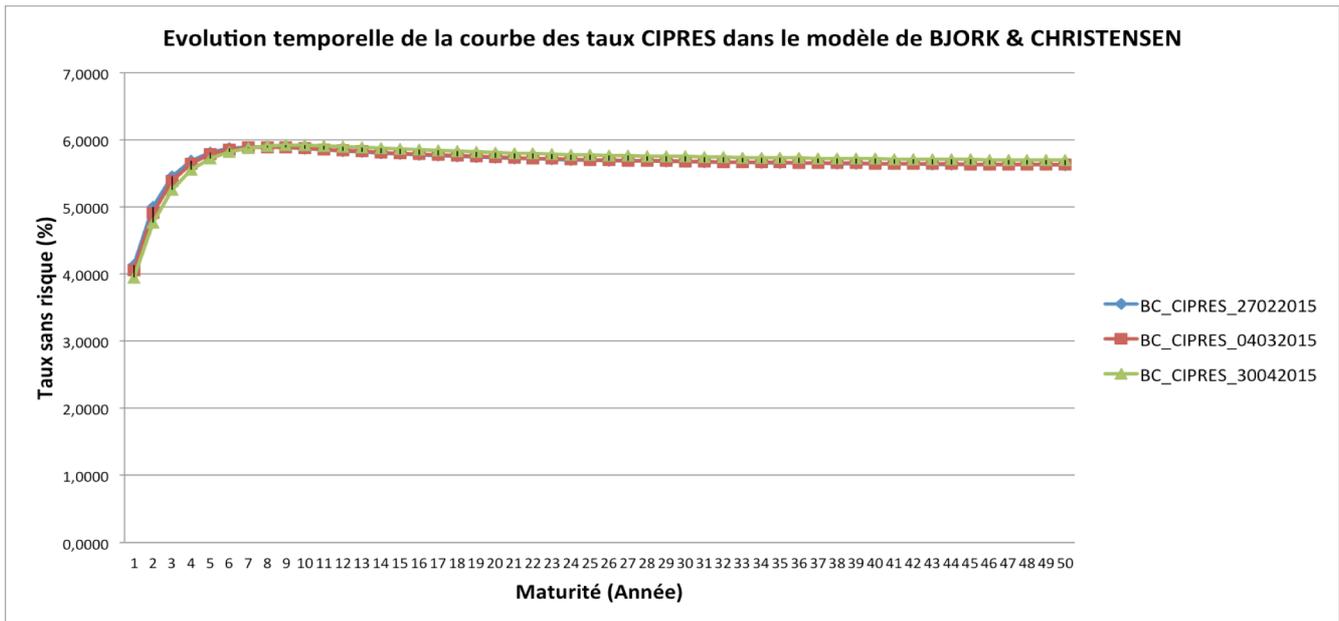


Fig. 31 : Evolution temporelle de la courbe des taux CIPRES dans le modèle de BJORK & CHRISTENSEN

3.1.4. Discussion

Au regard de ce qui précède, nous pouvons affirmer de la robustesse des hypothèses formulées *supra*. En effet, nous pouvons voir sur ces graphiques, que le changement de la date de cotation ne modifie pas l'allure des courbes des taux de l'UEMOA, la CEMAC et la CIPRES lorsque les hypothèses de départ sont maintenues. Autrement dit, sous ces hypothèses, la courbe des taux effectue des mouvements *non parallèles*, sans modifier son comportement. Cette situation se vérifie pour l'ensemble des espaces économiques étudiés, ce qui démontre la robustesse des ajustements obtenus ci-dessus.

3.2. Sensibilité de la courbe des taux aux hypothèses de construction

A une date de cotation, le choix des hypothèses influence *naturellement* le comportement de la courbe des taux sans risque. Dans ce contexte, l'expert doit formuler les bonnes hypothèses afin d'obtenir une courbe des taux qui reflète la réalité de son espace économique.

Notons que ces hypothèses concernent *principalement* l'évolution des taux long et court terme, ainsi que les bornes associées aux paramètres des modèles de taux. Pour preuve, si nous supposons que les taux long et court convergent respectivement vers 7% et 0% et que

les bornes des paramètres restent inchangées¹⁷⁶, nous pouvons observer un déplacement de la courbe des taux vers le haut, comme l'illustre le graphique ci-dessous :

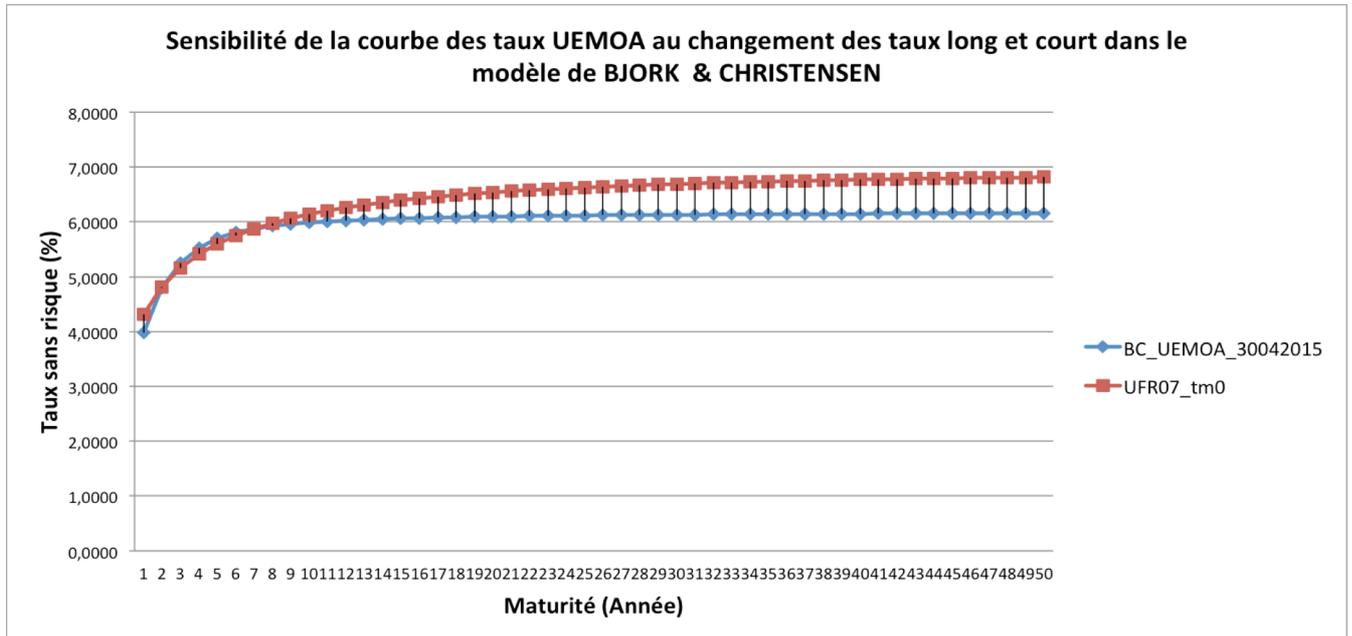
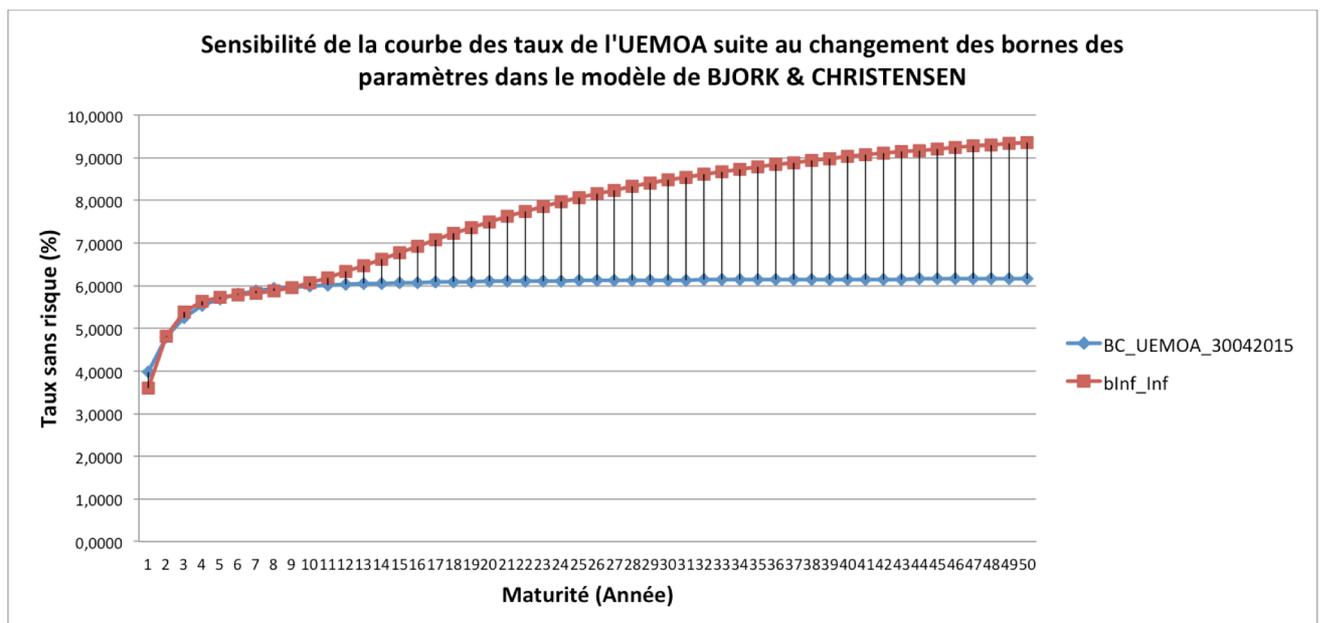


Fig. 32 : Sensibilité de la courbe des taux UEMOA au changement des taux long et court dans le modèle de BJORK & CHRISTENSEN

En outre, si nous accordons une *liberté*¹⁷⁷ aux bornes des paramètres des modèles de taux, nous constatons une déformation *naturelle* de la courbe des taux comme l'illustre le graphique ci-dessous :



¹⁷⁶ Par référence aux bornes utilisées dans la construction de la courbe des taux sans risque au 27/02/2015.

¹⁷⁷ Par exemple, dans le problème d'optimisation, on peut supposer que les paramètres du modèle varient entre $-\infty$ et $+\infty$.

Fig. 33 : Sensibilité de la courbe des taux UEMOA au changement des bornes des paramètres dans le modèle de BJORK & CHRISTENSEN

4. Conclusion du chapitre 3

Dans ce chapitre, nous avons comparé des modèles de construction d'une courbe des taux dans deux espaces économiques africains à savoir l'UEMOA et la CEMAC. Dans la zone UEMOA, les modèles de NELSON SIEGEL, SVENSSON, BJÖRK et CHRISTENSEN ont donné des résultats proches. Finalement, c'est le modèle de BJÖRK et CHRISTENSEN (1999) qui a été retenu pour cette zone car il présentait le *meilleur risque d'estimation*. En outre, le marché financier de la CEMAC est peu développé et n'est pas intégré. Il n'est donc pas possible de construire une courbe des taux sans risque à cause de la faible quantité de titres souverains en circulation (environ 4). Pour contourner cette difficulté, nous avons suggéré dans ce chapitre d'ajuster les données financières de la BRVM sur les données d'un émetteur de référence et sur la politique monétaire de cette zone en ce sens qu'elle présente des similitudes avec l'UEMOA. Sous ces hypothèses, c'est le modèle de SVENSSON qui a été retenue pour la zone CEMAC car il présentait le *meilleur risque d'estimation*. La courbe finale recherchée (courbe CIPRES) a été obtenue en unifiant les deux courbes *supra via* des pondérations, calculées à partir des techniques d'allocation du capital.

Ce travail présente des limites notamment dans la construction de la courbe des taux CEMAC basée sur plusieurs hypothèses¹⁷⁸. Toutefois, elles sont cohérentes¹⁷⁹ et la courbe des taux CEMAC proposée peut être utilisée comme instrument de tarification¹⁸⁰ des nouvelles obligations en circulation sur les marchés de Douala ou de la BVMAC. Enfin, il est important de souligner que le choix des hypothèses intervenant dans la construction de la courbe des taux doit aboutir à une courbe qui reflète la réalité des professionnels. Autrement dit, la courbe finale obtenue doit être capable de fournir des rendements identiques à ceux observés par les professionnels aux maturités observables.

Notre analyse de sensibilité démontre que la courbe des taux est très sensible à ses paramètres de construction. En outre, si nous faisons varier les modèles de taux et les dates de cotation, le comportement de la courbe des taux ne change pas, mais nous pouvons observer un

¹⁷⁸Il s'agit des hypothèses sur les données, l'environnement économique et financier, le choix de l'émission (émetteur de référence), etc.

¹⁷⁹Nous avons collecté, dans le secteur bancaire ivoirien, l'avis des experts des activités de marché, sur les résultats obtenus. De plus, les récentes émissions obligataires dans la zone UEMOA et CEMAC propose des taux d'intérêt légèrement supérieur au taux sans risque proposé. Ce surplus reflète en réalité la prime de risque implicite de l'émetteur.

¹⁸⁰Il s'agira par exemple d'utiliser la courbe des taux proposée pour calculer le taux coupon des nouvelles émissions.

déplacement *parallèle* de cette courbe vers le haut ou le bas. Toutefois, si nous modifions les bornes des paramètres, la courbe des taux se déforme peu importe les modèles de taux utilisés. Par conséquent, l'expert doit accorder une attention particulière aux choix de ses paramètres de construction, au risque de proposer des taux d'intérêt qui ne reflèteront pas la réalité économique de cette zone¹⁸¹.

¹⁸¹ Une telle situation peut entraîner des conséquences graves sur la stabilité économique de cette zone monétaire.

Chapitre 4 : Application de la courbe des taux sans risque au développement économique de la zone CIPRES¹⁸².

Nous avons analysé, dans le chapitre précédent, les méthodes de construction d'une courbe des taux sans risque pour la zone CIPRES. Aussi, nous avons vu qu'elle est sensible au choix de ses paramètres, en l'occurrence ses hypothèses de construction. Si cette courbe permet d'affiner l'évaluation des engagements en assurance, en revanche, elle est aussi un outil technique au service du développement de la zone CIPRES.

Ce chapitre, qui est complémentaire au chapitre précédent, vise à montrer l'importance de la courbe des taux zéro-coupon dans le développement économique de la zone CIPRES. En pratique, notre attention va porter, dans un premier temps, sur l'analyse et la conduite de la politique monétaire¹⁸³. Dans un second temps, nous allons voir les applications de cette courbe des taux, dans les autres secteurs de l'économie, autre que la politique monétaire¹⁸⁴.

Notons que nous allons introduire l'expression mathématique de quelques indicateurs importants (inflation anticipée, etc.), qui seront exploités dans le chapitre suivant, concernant le développement du générateur de scénarios économiques adapté au contexte de la zone CIPRES.

¹⁸² Ce chapitre est tiré de l'article de GBONGUE F. (2016) « Modélisation et analyse comparative des taux d'intérêt : Application au développement économique, à l'analyse et la conduite de la politique monétaire de l'UEMOA », *soumis* au prix BCEAO 2016.

¹⁸³ Par souci de simplification, nous allons étudier la politique monétaire de l'UEMOA.

¹⁸⁴ Nous faisons référence aux problématiques liées à la dette publique, la banque et les entreprises.

1. Introduction générale

En dehors du pilotage technique de l'activité d'assurance, la courbe des taux zéro-coupon peut jouer un rôle important dans le développement économique des pays de la zone CIPRES. Rappelons que le développement d'une économie se fait simultanément par le développement des infrastructures, le développement des entreprises de ces pays, couplés à des politiques monétaire et budgétaire efficaces.

Le développement des infrastructures est rendu possible par la loi des finances des pays de la zone CIPRES. En outre, le budget adopté est financé principalement par des ressources intérieures et extérieures. Ces dernières proviennent de la mobilisation des ressources, sur les marchés financiers régional et international. Dans ce contexte, il est judicieux que cette mobilisation s'appuie sur un système *intelligent* capable de fournir le coût réel de l'emprunt à tout instant. Ce coût réel peut être appréhendé par la construction de la courbe des taux zéro-coupon à plusieurs dates de cotation. L'inexistence de cette courbe peut justifier les coûts d'emprunt élevés de ces pays, ce qui à long terme, peut dégrader leur solvabilité¹⁸⁵ et constituer un obstacle à leur développement.

Dans la littérature, la courbe des taux est un *excellent* instrument d'analyse de politique économique. Par exemple, une hausse des taux de court terme par l'autorité monétaire¹⁸⁶, peut être sanctionnée par un ralentissement de l'économie¹⁸⁷.

Dans la pratique, le *spread* de la courbe des taux¹⁸⁸ est utilisé comme un indicateur de prévision de l'inflation et de l'activité économique future. En cas d'inversion de ce *spread*, cette situation peut signaler des dates de récessions¹⁸⁹.

Dans ce chapitre, la disponibilité des informations¹⁹⁰ nous emmène à nous intéresser principalement à :

- L'évolution future des taux d'intérêt
- La crédibilité de la politique monétaire au regard des anticipations de l'inflation
- Les anticipations de change

¹⁸⁵ Situation de défaut de paiement occasionné par une dette difficilement soutenable.

¹⁸⁶ Dans l'optique de maîtriser l'inflation.

¹⁸⁷ Cette situation se vérifie actuellement dans la zone UEMOA. Si les taux directeurs restent inchangés, en revanche le coût de refinancement des banques auprès de la banque centrale, a été relevé de 1%, ce qui laisse présager un taux de croissance de l'UEMOA en 2017, inférieur à celui de 2016.

¹⁸⁸ Différence entre le taux long (10 ans) et court terme (3 mois)

¹⁸⁹ *cf.* Mishkin [1990a] et [1990b].

¹⁹⁰ En l'absence de données historiques, il était ainsi impossible d'établir une relation statistique entre les taux d'inflation, de croissance et le *spread* de la courbe des taux.

2. Le contenu informationnel et les taux à termes implicites

Plusieurs travaux révèlent que la courbe des taux (issue des marchés financiers) contient des informations à l'usage des économistes et des financiers. Pour les financiers, le contenu informationnel de la courbe des taux est utilisé dans la tarification de nouveaux instruments financiers.

En outre, pour les économistes, cette information permet d'anticiper l'évolution temporelle de plusieurs *variables économiques*. C'est la position de nombreux économistes (FRANKEL et LOWN [1994], SVENSSON [1994a], STAMBAUGH [1988]).

Par exemple, SVENSSON [1994b] montre que, sous certaines hypothèses, les taux à terme¹⁹¹ peuvent être des *indicateurs* pour les anticipations de l'inflation, la reprise économique¹⁹² ou les anticipations de change. Dans ce contexte, la courbe des taux révèle une information *pertinente* pour les autorités monétaires, qui doivent décider de la politique à adopter¹⁹³. C'est la raison pour laquelle les banques centrales des pays développés¹⁹⁴ suivent très attentivement l'évolution de cette courbe.

Plus récemment, certains auteurs voient le contenu en information de la courbe des taux comme une mesure de *crédibilité* de la politique monétaire. Dans ce contexte, la courbe des taux révèle les anticipations des agents économiques, en réaction aux décisions prises par les autorités monétaires. Ne disposant pas des marchés dérivés¹⁹⁵, nous nous contenterons uniquement de lire les informations contenues dans la courbe des taux¹⁹⁶.

2.1. Le contenu informationnel

Concevoir des outils pour comprendre la courbe des taux est très important. Par exemple, ces outils sont souvent des alertes qui renseignent sur la concordance de cette courbe avec la situation économique. C'est pourquoi, nous proposons de présenter dans cette sous-section quelques outils qui nous permettront d'appréhender de façon rigoureuse la structure par terme

¹⁹¹ Ces taux à terme ou taux « *forward* » se déduisent de la courbe des taux.

¹⁹² Sur ce point, nous pouvons se référer à CHOUDHRY [2004]

¹⁹³ Par conséquent, elle peut être vue comme un outil de pilotage technique de l'activité monétaire.

¹⁹⁴ Nous pouvons citer la banque de France, la banque d'Angleterre, la banque centrale américaine, etc.

¹⁹⁵ La lecture d'information sur les marchés dérivés (et plus particulièrement sur les marchés des options) occupe une place prépondérante pour l'extraction d'informations (cf. ABKEN [1995], BAHRA [1996])

¹⁹⁶ Nous nous intéresserons à la zone UEMOA pour simplifier notre étude. Rappelons que la courbe des taux régionale proposée, a été construite à partir des obligations d'État cotées à la bourse régionale des valeurs mobilières.

des taux d'intérêt. Ces outils sont généralement le spread S_t , la pente p_t et le niveau N_t et la compréhension de la courbe utilisera le triplé $\{S_t, p_t, N_t\}$ (cf. RONCALLI [1998]).

2.1.1. Le spread de la courbe des taux

Nous définissons le *spread* $S_t(m_1, m_2)$ entre les dates m_1 et m_2 par :

$$S_t(m_1, m_2) = R_t(m_2) - R_t(m_1) \quad (4.1)$$

Il est important de signaler que ce *spread* se calcule à partir des taux zéro coupon et non à partir d'autres taux d'intérêt. En outre, dans de nombreuses études, le *spread* s'exprime comme étant la différence du taux long et du taux court, soit :

$$S_t(0, \infty) = R_t(\infty) - R_t(0) \quad (4.2)$$

En appliquant cette définition aux modèles de NELSON SIEGEL et SVENSSON, nous pouvons montrer que :

$$S_t(0, \infty) = -\beta_1 \quad (4.3)$$

En outre, dans le cas du modèle de BJORK et CHRISTENSSEN, nous avons :

$$S_t(0, \infty) = -(\beta_1 + \beta_3) \quad (4.4)$$

Une autre mesure du *spread* est la différence entre le taux zéro 10 ans et le taux zéro 1 mois, c'est à dire :

$$S_t\left(\frac{1}{12}, 10\right) = R_t(10) - R_t\left(\frac{1}{12}\right) \quad (4.5)$$

2.1.2. La pente de la courbe des taux

Dans la littérature, la définition de la pente de la courbe des taux n'est pas toujours explicite. Souvent, certains auteurs la résument au *spread* de la courbe des taux. Nous pensons qu'il serait judicieux de définir la pente de la courbe des taux de la façon suivante :

$$p_t(m_1, m_2) = \frac{R_t(m_2) - R_t(m_1)}{m_2 - m_1} \quad (4.6)$$

Si nous assimilons une courbe des taux inversée à un *spread* ou pente négative, c'est à dire $S_t(m_1, m_2) < 0$ ou $p_t(m_1, m_2) < 0$, nous pouvons être confrontés à un problème dans certains cas. En effet, nous pouvons être en situation où la courbe des taux est effectivement inversée mais que les taux longs soient plus élevés que les taux courts. Dans ce contexte, le *spread* et la pente sont positifs. C'est pourquoi, il convient de définir la pente de la courbe d'une autre façon en ne tenant compte que de la partie court terme. Ainsi, RONCALLI [1998] propose de définir la pente de la courbe des taux de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 p_t &= \lim_{m \rightarrow 0} p_t(m) \\
 &= \lim_{m \rightarrow 0} \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{R_t(m+h) - R_t(m)}{h} \right) \\
 &= \lim_{m \rightarrow 0} \frac{\partial R_t(m)}{\partial m}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Dans le modèle de Nelson Siegel, nous avons :

$$p_t = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2\tau_1} \tag{4.8}$$

2.1.3. Le niveau de la courbe des taux

Il s'agit d'un concept peu exploré dans la littérature, difficile à définir et surtout à quantifier. Quand nous parlons des taux bas ou hauts, nous faisons référence implicitement au niveau de la courbe des taux.

Une mesure possible de ce niveau est de considérer un certain nombre de maturités $\{m_i, i=1, K, n\}$ et de calculer une moyenne arithmétique pondérée (cf. RONCALLI [1998]) :

$$\bar{N} = \sum_{i=1}^n \alpha_i R_t(m_i) \tag{4.9}$$

Dans cette expression, la difficulté est de choisir les maturités des taux coupon zéro. C'est pourquoi, nous proposons de passer en temps continu et de calculer le niveau de la courbe de la manière suivante :

$$\bar{N}_t(m_1, m_2) = \frac{1}{m_2 - m_1} \int_{m_1}^{m_2} R_t(m) dm \quad (4.10)$$

Ainsi, nous pouvons interpréter $\bar{N}_t(m_1, m_2)$ comme étant le taux moyen sur la partie $[m_1, m_2]$. Par exemple, $\bar{N}_t(0, 10)$ peut être interprété comme le taux moyen pour les maturités inférieures à 10 ans.

2.2. Les taux à terme implicites

Les taux à terme implicites ou les taux d'intérêt « *forward* » sont des taux d'intérêt sur les investissements ou les prêts différés¹⁹⁷. Dans la littérature, ces taux sont utilisés d'une part par les financiers pour tarifier leurs produits financiers et d'autre part par les monétaristes pour atteindre les objectifs fixés par la politique monétaire. Une revue de littérature¹⁹⁸ montre que de nombreuses banques centrales considèrent ces taux comme des *indicateurs avancés* en ce sens qu'ils renseignent sur l'évolution future de l'économie, des taux d'intérêt et de l'inflation, leur permettant ainsi de réviser leurs stratégies afin d'atteindre l'objectif principal assigné à la politique monétaire.

Si la courbe des taux est un *outil standard* d'analyse de la politique monétaire, l'utilisation des taux à terme implicites (comme indicateur de pilotage) est relativement récent. Comme exemple, la banque centrale américaine et la banque d'Angleterre les ont inclus parmi leurs indicateurs d'analyse.

Sous certaines hypothèses, ces taux ont une prime à terme négligeable ce qui signifie qu'ils peuvent être interprétés comme les anticipations des taux d'intérêt futures de court terme.

Notons par $F_t(t', T)$ le taux de rendement à la date t d'un contrat à terme commençant à la date t' et finissant à la date T . Pour calculer $F_t(t', T)$, nous utiliserons la relation suivante :

¹⁹⁷ Dans ce contexte, nous avons trois dates : la date d'évaluation, et les dates de début et de fin du prêt ou de l'investissement.

¹⁹⁸ Cf. SVENSSON (1994b)

$$F_t(t', T) = \frac{(T-t)R_t(T) - (t'-t)R_t(t')}{T-t'} \quad (4.11)$$

Nous pouvons simplifier la relation *supra* en posant que : $\tau = t' - t$ et $m = T - t'$ d'où $F_t(t', T)$ aura la forme suivante :

$$F_t(\tau, m) = \frac{(\tau + m)R_t(\tau + m) - \tau R_t(\tau)}{m} \quad (4.12)$$

Cette relation est très intéressante car elle nous permet de déduire les taux à terme à partir des taux zéro-coupon. Ainsi, nous avons :

$$R_t(\tau + m) = \frac{m}{\tau + m} F_t(\tau, m) + \frac{\tau}{\tau + m} R_t(\tau) \quad (4.13)$$

Ces relations ci-dessus confirment les propos de SVENSSON [1994b]. En effet, les taux à terme contiennent la même information que les taux zéro-coupon mais codée de façon différente en ce sens qu'ils peuvent être considérés comme des taux à terme moyens.

3. Application de la courbe des taux au développement de la zone CIPRES¹⁹⁹

Parmi les applications de la courbe des taux au développement de la zone CIPRES, nous pouvons identifier le pilotage technique de la politique monétaire, la dette publique et des secteurs banque et assurance. En outre, une attention particulière sera accordée à l'analyse de la crédibilité de la politique monétaire dans le contexte de la zone CIPRES.

Notons que la définition première de la politique monétaire est l'ensemble des moyens mis en œuvre par un État ou une autorité monétaire pour agir sur l'activité économique par la régulation de sa monnaie (*cf.* Banque de France). Dans son sens large, elle est un instrument de politique économique générale susceptible de concourir²⁰⁰ à la réalisation de trois objectifs principaux à savoir : la stabilité des prix, la croissance économique et le plein emploi et l'équilibre extérieur. Dans ces trente dernières années, la politique monétaire a ordonné ses objectifs autour d'un principe de neutralité et rationalisé ses instruments, privilégiant un pilotage par les taux directeurs.

¹⁹⁹ Pour simplifier l'étude, nous restreindrons notre analyse à la politique monétaire de l'UEMOA, en ce qui concerne l'application numérique.

²⁰⁰ Cumulativement ou alternativement

L'apport de la courbe des taux dans le développement économique, particulièrement dans l'analyse et la conduite de la politique monétaire des banques centrales ne fait plus débat au niveau international. Hormis les raisons avancées dans SVENSSON [1994b], plusieurs travaux montrent qu'elle est utilisée dans la pratique, par plusieurs banques centrales (*cf.* BIS [2005]) dont la banque de France, la banque centrale américaine et la banque d'Angleterre.

3.1. Application de la courbe des taux au pilotage technique de la dette publique

Dans cette sous-section, nous allons rappeler brièvement l'apport de la courbe des taux dans la gestion technique de la dette publique. Par la suite, nous allons étudier les anticipations des taux d'intérêt²⁰¹ dans la zone UEMOA à la date de cotation du 01/06/2016.

3.1.1. Gestion optimale de la dette publique de l'État

La thèse doctorale de HUBIG [2012] présente un nouveau cadre de pilotage technique de la dette publique de l'État. Cette dette interagit avec le cadre macroéconomique incluant les aspects de stabilité financière, de politique fiscale et de politique monétaire. La courbe des taux joue un rôle central en ce sens qu'elle contribue à la stabilité financière²⁰² et assure le pilotage technique de la politique monétaire.

Les objectifs assignés aux gestionnaires de la dette publique sont de : combler le besoin de financement de l'État par un financement stable, minimiser les coûts d'emprunt et gérer les risques associés²⁰³.

Dans ce contexte, la connaissance de l'évolution future des taux est cruciale dans l'atteinte de ces objectifs. Cette évolution des taux d'intérêt peut être appréhendée par la courbe des taux à travers les taux *forwards*. Par conséquent, elle peut constituer un outil de pilotage technique de la dette publique.

²⁰¹ Nous verrons que ces informations sont cruciales dans la gestion technique de la dette publique.

²⁰² Par l'efficacité du marché financier par exemple.

²⁰³ Notamment le risque de taux et de liquidité

3.1.2. Evolution future des taux d'intérêt dans la zone UEMOA²⁰⁴

3.1.2.1. Modèle théorique

Plusieurs économistes soutiennent que les anticipations des taux d'intérêt peuvent être appréhendées par les taux à terme. En reprenant les notations de 2.2., $F_t(\tau, m)$ représente le taux de rendement à la date t d'un contrat à terme sur la période $[t + \tau, t + \tau + m]$. Cette analogie s'explique par l'idée selon laquelle un contrat à terme qui consiste à prêter au taux $F_t(\tau, m)$ à une date future $t + \tau + m$ peut être financé à la date $t + \tau$ par un emprunt au taux spot $R_{t+\tau}(m)$. Sous l'hypothèse des anticipations rationnelles, les taux à terme représentent les taux d'intérêt nominaux futurs car la prime à terme²⁰⁵ est nulle. Ce qui implique :

$$F_t(\tau, m) = E_t[R_{t+\tau}(m) | \mathfrak{S}_t] \quad (4.14)$$

\mathfrak{S}_t représente l'information disponible sur le marché. Lorsque cette hypothèse n'est pas vérifiée alors $\varphi_t(\tau, m)$ est non nul et l'évolution future des taux d'intérêt se définit comme suit :

$$E_t[R_{t+\tau}(m) | \mathfrak{S}_t] = F_t(\tau, m) - \varphi_t(\tau, m) \quad (4.15)$$

La littérature révèle que l'estimation de cette prime à terme est un exercice très délicat qui requiert un historique assez long. Dans le contexte de l'UEMOA, ne disposant pas de données pour tester l'hypothèse des anticipations rationnelles, nous supposons que la prime à terme est nulle :

$$\varphi_t(\tau, m) = 0 \quad (4.16)$$

Par conséquent, les anticipations des taux d'intérêt nominaux seront expliquées simplement par les taux forward issus de la courbe des taux nominaux de l'UEMOA.

²⁰⁴ Ce travail s'inspire de l'article de SVENSSON [1994] intitulé « Monetary Policy with flexible exchange rates and forward interest rates as indicators »

²⁰⁵ $\varphi_t(\tau, m) = F_t(\tau, m) - E_t[R_{t+\tau}(m) | \mathfrak{S}_t]$

3.1.2.2. Application

A partir des données du 01/06/2016, nous allons dans un premier temps construire la courbe des taux $R_{01/06/2016}(m)$, pour $m = 01/06/2017, \dots, 01/06/2046$. Dans un second temps, nous allons étudier les anticipations d'évolution des taux d'intérêt. En pratique, elles sont représentées par la fonction $F_t(\tau, m)$, avec m fixé et τ variable. Dans ce contexte, il s'agit de représenter l'évolution temporelle du taux d'intérêt pour un point de la courbe ($m = 0, 1$ et 10 ans) sur τ années à venir ($\tau = 01/06/2017, \dots, 01/06/2046$). Pour tous les modèles de taux candidats, nous représenterons graphiquement les couples de fonctions :

$$\begin{aligned} & c \left[R_{01/06/2016}(m); F_{01/06/2016}^{NS}(\tau, 0); F_{01/06/2016}^{SV}(\tau, 0); F_{01/06/2016}^{BC}(\tau, 0) \right], \\ & c \left[R_{01/06/2016}(m); F_{01/06/2016}^{NS}(\tau, 1); F_{01/06/2016}^{SV}(\tau, 1); F_{01/06/2016}^{BC}(\tau, 1) \right] \\ & c \left[R_{01/06/2016}(m); F_{01/06/2016}^{NS}(\tau, 10); F_{01/06/2016}^{SV}(\tau, 10); F_{01/06/2016}^{BC}(\tau, 10) \right] \end{aligned}$$

Ces fonctions *forwards* représentent respectivement les anticipations d'évolution des taux d'intérêt nominaux à la maturité nulle (court), un an et 10 ans (long) :

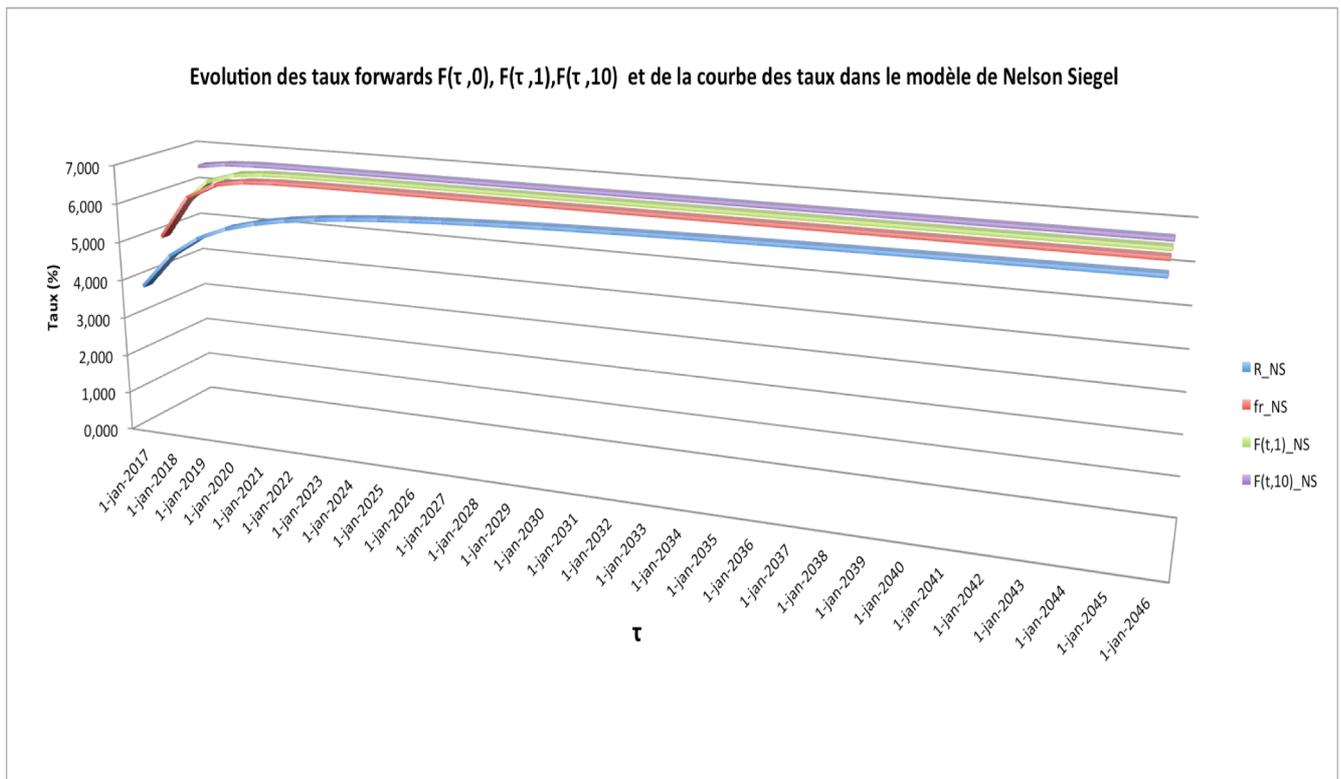


Fig. 34 : Evolution des taux forwards et de la courbe des taux nominaux dans le modèle de Nelson Siegel au 01 /06/2016

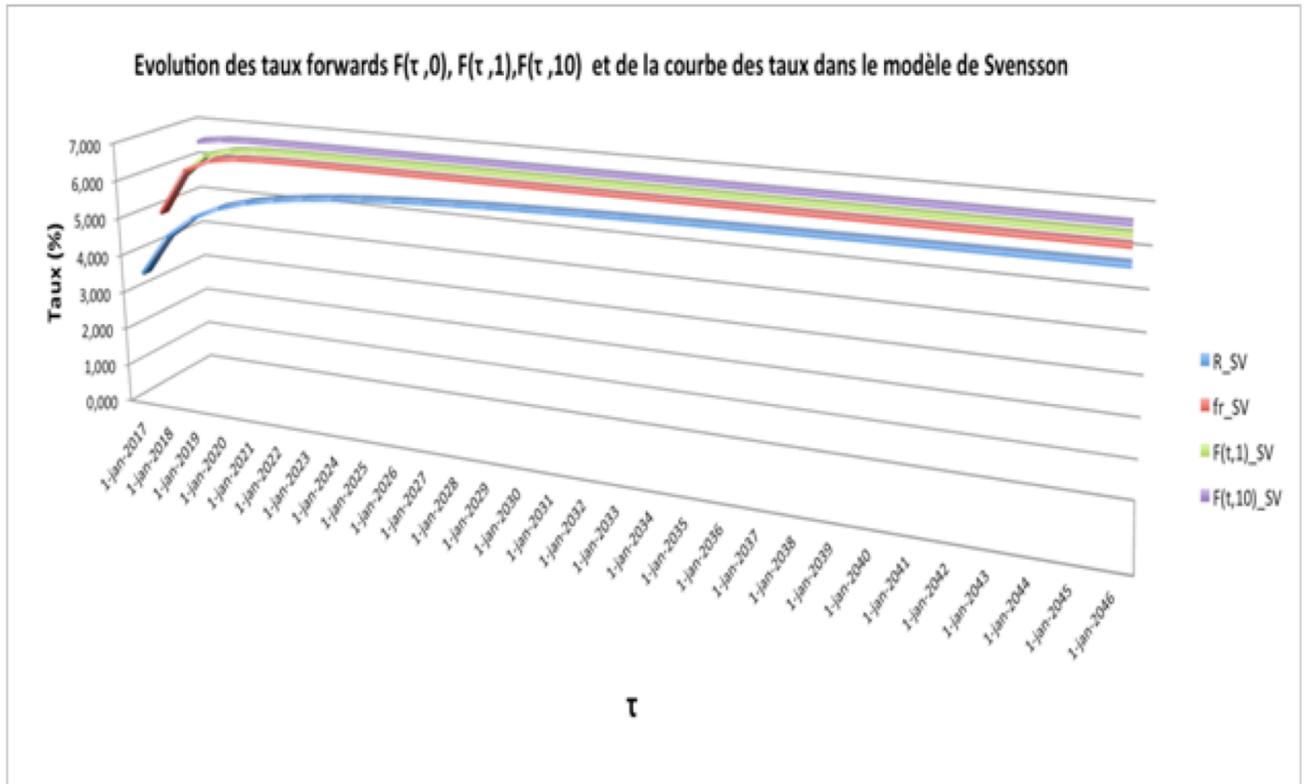


Fig. 35 : Evolution des taux forwards et de la courbe des taux nominaux dans le modèle de SVENSSON au 01 /06/2016

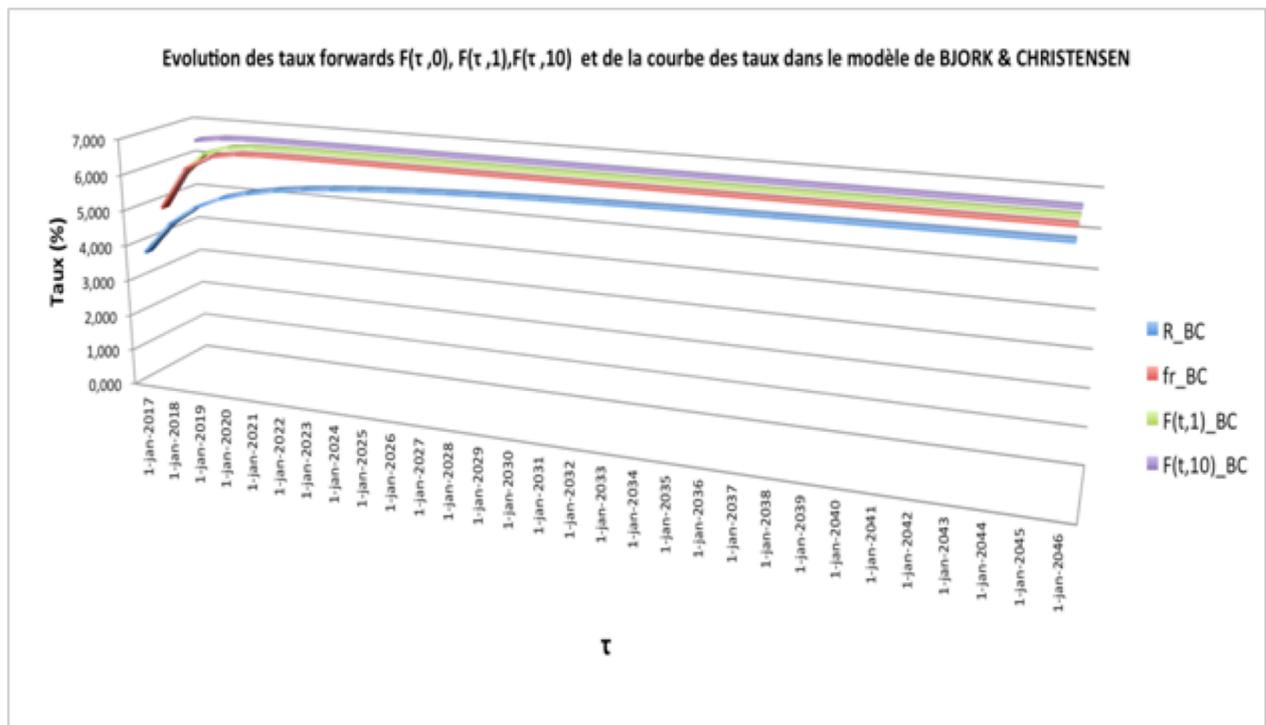


Fig. 36 : Evolution des taux forwards et de la courbe des taux nominaux dans le modèle de BJORK et CHRISTENSEN au 01 /06/2016

Pour apprécier la crédibilité de la politique monétaire, nous pensons qu'il suffit d'étudier les anticipations des agents économiques face aux décisions de l'autorité monétaire. En pratique, il suffit simplement d'étudier l'évolution des taux *forwards*, ce qui permettra d'appréhender la dynamique de l'inflation anticipée. Dans la suite de cette réflexion, nous montrerons que la politique monétaire actuelle de la BCEAO est *crédible* en ce sens que l'inflation anticipée tourne autour de sa valeur cible (2 %), peu importe le temps choisi.

3.2. Application de la courbe des taux à la gestion technique de la politique monétaire de la zone CIPRES

Pour mettre en lumière l'apport de la courbe des taux dans l'analyse et la conduite de la politique monétaire de la zone CIPRES, nous allons commencer par rappeler les politiques monétaires des espaces économiques que compose cette zone. Par la suite, nous nous intéresserons à la détermination de l'inflation anticipée²⁰⁶ au sens de Fisher.

3.2.1. La politique monétaire de la zone CIPRES

Dans la zone UEMOA, la politique monétaire est régie par les dispositions du traité du 14 Novembre 1973 constituant l'Union Monétaire Ouest Africaine (UMOA) et par les textes subséquents. Si les articles 12 et 52 de ce traité confient au conseil des ministres de l'Union et au conseil d'administration, respectivement la responsabilité et la conduite de la politique monétaire, en revanche de nouvelles dispositions ont été prises lors de la session du 20 janvier 2007 à Ouagadougou. Ces dispositions visent principalement à améliorer significativement l'efficacité des missions dévolues à l'UMOA et la BCEAO. Par exemple, l'objectif principal de la politique monétaire dans cette zone est d'assurer la stabilité des prix et l'objectif d'inflation²⁰⁷ est défini par le Comité de Politique Monétaire²⁰⁸.

Pour assurer la stabilité des prix dans l'Union, la BCEAO dispose d'un dispositif de gestion de la monnaie et de crédit, s'appuyant sur des mécanismes de marché et des instruments indirects de régulation de la liquidité, notamment les taux d'intérêt et le système de réserves obligatoires (*cf.* BCEAO).

²⁰⁶ Cette inflation anticipée nous permettra d'apprécier la crédibilité de la politique monétaire de l'UEMOA.

²⁰⁷ Le comité de placement de l'UEMOA a défini la stabilité des prix dans l'UEMOA comme un taux d'inflation de 2% à moyen terme avec une fourchette compris entre 1% et 3%, sur un horizon de 8 trimestres, soit sur 2 ans.

²⁰⁸ Sans préjudice de cet objectif, la banque centrale apporte son soutien aux politiques économiques de l'UEMOA (*cf.* Article 8). Nous observons aussi une définition claire des missions de la BCEAO aux articles 9 et 10.

La politique des taux d'intérêt est un élément central dans la gestion monétaire de l'Union. Elle s'appuie essentiellement sur les taux d'intérêt directeurs de la banque centrale comme moyen de régulation de la liquidité (*cf.* NUBUKPO [2002]). Les principaux taux directeurs de la banque centrale sont le taux minimum de soumission aux opérations d'open-market (2,5 %) et le taux du guichet de prêt marginal ou le taux de pension (3,5 %)

Le système de réserves obligatoires permet de modifier le comportement du système bancaire et d'agir sur le coût du crédit (*cf.* NUBUKPO [2011]). En effet, instauré dans le courant de 1993, il permet de renforcer l'efficacité de la politique monétaire des taux d'intérêt, notamment par l'application de coefficients différenciés selon les États. Cette différenciation permet de tenir compte des divergences d'évolution des crédits à l'économie et de la situation de liquidité des banques au sein de l'Union. Ces réserves obligatoires ne sont pas rémunérées (*cf.* Banque de France [2008])²⁰⁹.

Dans la zone CEMAC, la politique monétaire relève de la Banque Centrale des États de l'Afrique centrale (BEAC). Conformément à l'article 1^{er} de ses statuts, l'objectif final de la politique monétaire est de garantir la stabilité monétaire²¹⁰, qui signifie un taux d'inflation faible et un taux de couverture de la monnaie suffisant²¹¹.

Pour évaluer les risques pesant sur la stabilité monétaire et décider d'une action, la BEAC a adopté une approche pratique basée sur les analyses des évolutions des agrégats monétaires, de l'environnement économique international, des conditions d'offre et de demande sur les marchés des biens et des facteurs de production.

Pour atteindre cet objectif, la BEAC s'appuie aussi sur des mécanismes de marché et des instruments indirects de régulation de la liquidité, notamment la politique de refinancement²¹² et la politique de réserves obligatoires²¹³ (*cf.* BEAC).

²⁰⁹ Ce dispositif de réserves obligatoires permet à la BCEAO de réduire ou de développer la capacité de distribution de crédit du système bancaire. Ainsi, toutes les banques et les établissements financiers distributeurs de crédit, sont assujettis à la constitution des réserves obligatoires auprès de la banque centrale. Le dispositif de réserves obligatoires est utilisé par la BCEAO comme un instrument visant à renforcer l'efficacité de la politique monétaire.

²¹⁰ Sans préjudice de cet objectif, la BEAC apporte son soutien aux politiques économiques générales élaborées par les États membres.

²¹¹ Le seuil minimal est de 20 %.

²¹² La politique de refinancement, principal mode d'intervention de la BEAC, s'exécute via le marché monétaire. Mise en œuvre sous forme d'avance sur titres, cette politique revêt deux formes : une action par les quantités (objectif de refinancement) et une action par les prix (taux d'intérêt). En ce qui concerne l'action par les quantités, la BEAC s'appuie sur l'exercice de programmation monétaire pour arrêter les objectifs de croissance des agrégats monétaires et de refinancement compatibles avec la réalisation des objectifs finals de la politique monétaire.

La courbe des taux peut être un excellent *indicateur* pour ces banques centrales en ce sens qu'elle permettra de prévoir l'évolution future²¹⁴ des grandeurs économiques et financières, indispensable à la révision de la stratégie monétaire. Dans la suite de cette sous-section, nous nous intéresserons à l'inflation anticipée.

3.2.2. Les anticipations d'inflation

3.2.2.1. Modèle théorique

La mise en exergue de la relation entre l'inflation et les taux d'intérêt nominaux provient principalement des travaux de Fisher²¹⁵. La célèbre relation de Fisher²¹⁶ a inspiré de nombreux chercheurs, soucieux d'explorer la connexion entre la courbe des taux et l'inflation anticipée. Une littérature abondante existe sur le sujet²¹⁷. Par exemple, nous pouvons citer FAMA et GIBBONS [1982], BENNINGA et PROTOPAPADAKIS [1983], qui mettent en évidence l'influence de la politique monétaire sur la structure par terme des taux nominaux. Plus récemment, nous avons les contributions des auteurs comme SCHICH [1999], STOCK et WATSON [2003], ESTRELLA et al [2003], HARDOUVELIS et MALLIAROPULOS [2004] et BALFOUSSIA et WICKENS [2005].

Nous pouvons voir aussi cette connexion dans les travaux de SVENSSON [1994b]. Soit $r_t(m)$ et $q_t(m)$, les taux réel et d'inflation de maturité m . En reprenant les notations de la sous-section précédente, nous pouvons écrire la relation de Fisher pour la maturité m :

$$R_t(m) = r_t(m) + E_t(q_t(m)) \quad (4.17)$$

²¹³ L'article 20 des Statuts de la BEAC prévoit que le Comité de Politique Monétaire peut prendre toutes les dispositions pour imposer aux établissements de crédit la constitution de réserves obligatoires. Le recours aux réserves obligatoires vise à « mettre en banque » le système bancaire, c'est-à-dire, à le contraindre au refinancement lorsque les facteurs autonomes de la liquidité bancaire engendrent un excédent de monnaie centrale pour les établissements de crédit. Ainsi, les réserves obligatoires, par leur action structurelle, sont un complément à la politique du refinancement.

²¹⁴ Rappelons que la stabilité des prix est l'objectif principal assigné aux banques centrales de la zone CIPRES par les États membres. Par conséquent, connaître son évolution est extrêmement importante car elle permettra à tout moment au comité de politique monétaire, de revoir sa stratégie dans l'optique d'atteindre les objectifs fixés par les États membres de chaque espace économique de la zone CIPRES.

²¹⁵ Le lecteur intéressé pourra consulter Fisher I. [1930] «The theory of interest », New York : Macmillan.

²¹⁶ Cette relation montre que les taux nominaux sont la somme des taux réels et de l'inflation anticipée

²¹⁷ Cette littérature s'est constituée avant les années 1980

Dans le cadre de sa politique monétaire, l'autorité monétaire²¹⁸ sera intéressée par l'évolution future de l'inflation. Supposons que nous disposons d'une courbe des taux à la date t et nous sommes intéressés à l'évolution de l'inflation sur la période $[t + \tau, t + \tau + m]$.

Si les taux *forward* nominaux sont égaux au taux *spot*²¹⁹ nominaux futurs, nous pouvons écrire par la relation de Fisher que :

$$E_t[q_{t+\tau}(m)|\mathcal{S}_t] = F_t(\tau, m) - E_t[r_{t+\tau}(m)|\mathcal{S}_t] \quad (4.18)$$

Si cette hypothèse des anticipations rationnelles n'est pas vérifiée, l'évolution future du taux d'inflation est influencée sur la même période par une prime à terme $\varphi_t(\tau, m)$ et une prime de risque d'inflation $\theta_t(\tau, m)$ telle que :

$$\begin{aligned} E_t[q_{t+\tau}(m)|\mathcal{S}_t] &= E_t[R_{t+\tau}(m)|\mathcal{S}_t] - E_t[r_{t+\tau}(m)|\mathcal{S}_t] - \theta_t(\tau, m) \\ &= F_t(\tau, m) - E_t[r_{t+\tau}(m)|\mathcal{S}_t] - (\varphi_t(\tau, m) + \theta_t(\tau, m)) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Ces relations *supra* montrent que l'inflation anticipée dépend de plusieurs inconnues que sont : les taux réels futurs, la prime à terme et la prime de risque d'inflation. S'il existe un marché d'obligation réel alors le taux réel futur $E_t[r_{t+\tau}(m)|\mathcal{S}_t]$ n'est que la différence entre le taux *forward* réel $g_t(\tau, m)$ et la prime à terme réelle $\psi_t(\tau, m)$ (cf. SVENSSON [1994b]).

Dans ce contexte, l'inflation anticipée est donnée par la relation suivante :

$$E_t[q_{t+\tau}(m)|\mathcal{S}_t] = F_t(\tau, m) - g_t(\tau, m) - (\varphi_t(\tau, m) + \psi_t(\tau, m) + \theta_t(\tau, m)) \quad (4.20)$$

A contrario, SVENSSON [1994b] propose d'utiliser la relation précédente en émettant des hypothèses sur l'évolution future des taux réels. Étant donné qu'il n'existe pas d'instruments financiers qui favorisent la construction d'une courbe des taux réels dans la zone UEMOA, nous avons proposé une méthode *originale* d'estimation de la courbe des taux réels²²⁰, qui substituera l'hypothèse sur l'évolution future des taux réels comme le recommande l'article de SVENSSON.

²¹⁸ BCEAO ou BEAC

²¹⁹ C'est une autre appellation des taux sans risque.

²²⁰ Cf. Chapitre 5 de la thèse.

3.2.2.2. Application²²¹

A partir des données du 01/06/2016, nous pouvons étudier les anticipations d'inflation à la date de cotation ou à une date future, sous l'hypothèse des anticipations rationnelles²²².

En premier lieu, nous nous plaçons à la date de cotation (01/06/2016), c'est à dire que $\tau = 0$. Dans ce contexte, nous pouvons écrire que :

$$E_t[q_t(m) | \mathcal{S}_t] = F_t(0, m) - E_t[r_t(m) | \mathcal{S}_t] = R^{nominal}_t(m) - R^{réel}_t(m) \quad (4.21)$$

Par conséquent, nous pouvons représenter l'inflation anticipée, pour tous les modèles de taux candidats au 01/06/2016, sur les maturités $m = 01/06/2017, \dots, 01/06/2046$, en calculant la différence entre les courbes des taux nominaux et réels, comme l'illustre la figure ci-après :

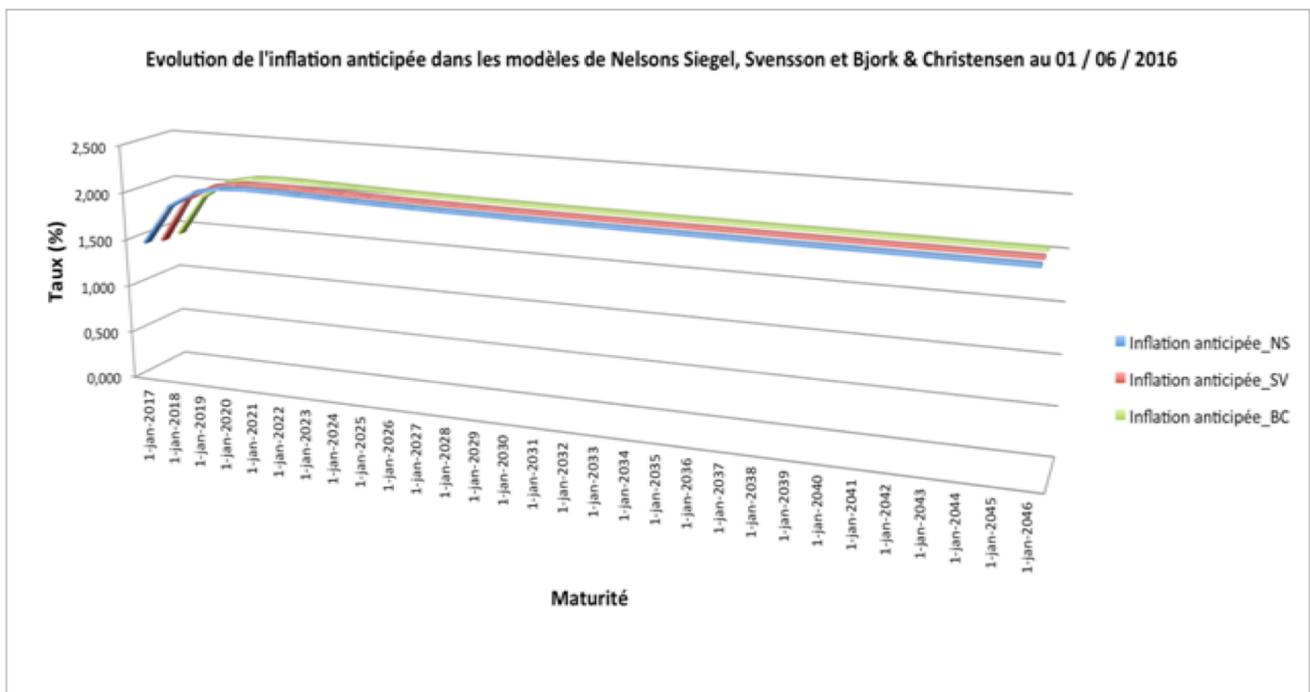


Fig. 37 : Evolution de l'inflation anticipée pour tous les modèles de taux candidats au 01 /06/2016

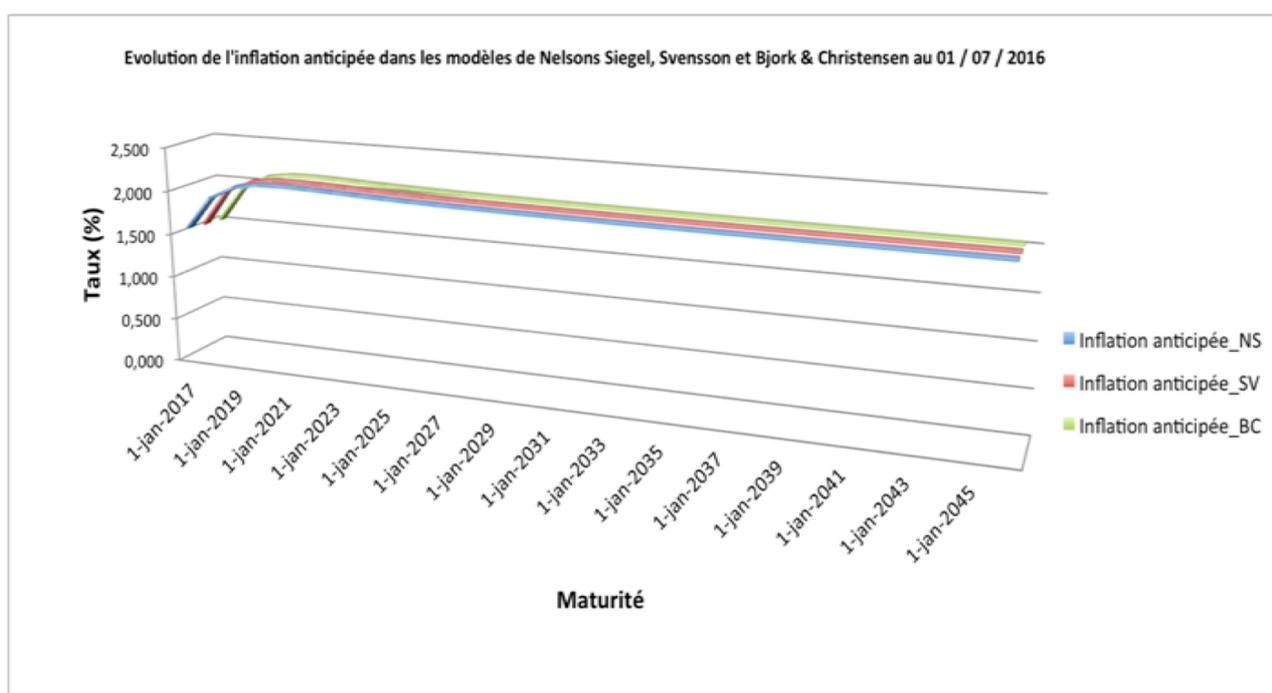
En second lieu, nous nous placerons à une date future à savoir 01/07/2016, c'est à dire que $\tau = \frac{1}{12}$, Dans ce contexte, nous pouvons écrire sous l'hypothèse des anticipations rationnelles que :

²²¹ Pour obtenir l'inflation anticipée, nous devons nécessairement construire la courbe des taux réels. Cette méthode de construction des taux réels sera présentée dans le chapitre suivant.

²²² $\varphi_t(\tau, m) = \psi_t(\tau, m) = \theta_t(\tau, m) = 0$

$$E_t \left[q_{t+\frac{1}{12}}(m) | \mathcal{S}_t \right] = F_t \left(\frac{1}{12}, m \right) - E_t \left[r_{t+\frac{1}{12}}(m) | \mathcal{S}_t \right] \quad (4.22)$$

Par conséquent, nous pouvons représenter l'inflation anticipée pour tous les modèles de taux candidats au 01/07/2016, en calculant la différence entre les courbes des taux *forwards* nominaux et réels, comme l'illustre la figure ci-dessous :



Enfin, nous allons nous intéresser à la valeur de l'inflation anticipée au 31 / 07 / 2016 et au 31 /12/ 2016 à partir de la date initiale 01 /06/ 2016 et d'un déplacement temporelle d'un mois 01 /07/ 2016, comme l'illustre les tableaux ci-dessous :

Date de cotation	31 / 07 / 2016	31 /12/ 2016
01/06/2016	0,85 %	1,2 %
01/07/2016	0,92 %	1,25 %

Tab.21: Anticipation de l'inflation au 31 /07/ 2016 et 31 /12/ 2016 à partir des dates de cotation 01/06/2016 et 01/07/2016 dans le modèle de NELSON SIEGEL.

Date de cotation	31 / 07 / 2016	31 /12/ 2016
01/06/2016	0,71 %	1,1 %
01/07/2016	0,73 %	1,12 %

Tab.22 : Anticipation de l'inflation au 31 /07/ 2016 et 31 /12/ 2016 à partir des dates de cotation 01/06/2016 et 01/07/2016 dans le modèle de SVENSSON.

Date de cotation	31 / 07 / 2016	31 /12/ 2016
01/06/2016	0,85 %	1,16 %
01/07/2016	0,93 %	1,22 %

Tab.23 : Anticipation de l'inflation au 31 /07/ 2016 et 31 /12/ 2016 à partir des dates de cotation 01/06/2016 et 01/07/2016 dans le modèle de BJORK et CHRISTENSEN.

Dans le modèle de NELSON SIEGEL, nous pouvons lire dans le tableau 21, qu'à partir du 01/06/2016, les inflations anticipées sur 2 mois et 7 mois sont respectivement de 0,85 % et 1,2 %. En outre, à partir du 01/07/2016, les inflations anticipées sur 1 mois et 6 mois sont respectivement de 0,92 % et 1,25 %.

Dans le modèle de SVENSSON, nous pouvons lire dans le tableau 22, qu'à partir du 01/06/2016, les inflations anticipées sur 2 mois et 7 mois sont respectivement de 0,71 % et 1,1 %. En outre, à partir du 01/07/2016, les inflations anticipées sur 1 mois et 6 mois sont respectivement de 0,73 % et 1,12 %.

Dans le modèle de BJORK et CHRISTENSEN, nous pouvons lire dans le tableau 23, qu'à partir du 01/06/2016, les inflations anticipées sur 2 mois et 7 mois sont respectivement de 0,85 % et 1,16 %. En outre, à partir du 01/07/2016, les inflations anticipées sur 1 mois et 6 mois sont respectivement de 0,93 % et 1,22 %.

En outre, au 01/06/2016, les taux d'inflation anticipée, en glissement annuel, dans la zone UEMOA sont respectivement de 1,5 %, 1,4 % et 1,4 % pour les modèles de NELSON SIEGEL, SVENSSON et BJORK & CHRISTENSEN.

Enfin, au 01/07/2016, les taux d'inflation anticipée, en glissement annuel, dans la zone UEMOA sont respectivement de 1,6 %, 1,5 % et 1,5 % pour les modèles de NELSON SIEGEL, SVENSSON et BJORK & CHRISTENSEN.

Au regard de ce qui précède, nous pouvons affirmer que le taux d'inflation anticipée, en glissement annuel²²³, se situera autour de 1,5 % dans la zone UEMOA.

²²³ Il s'agit du taux d'inflation anticipée sur la période du 01/06/2016 au 01/06/2017.

3.3. Apport de la courbe des taux dans l'analyse de l'activité économique

SEDILLOT [1999] étudie la contribution de la pente de la courbe des taux dans la prévision de l'activité économique future de trois pays (France, Allemagne et États-Unis). Il conclut que la pente des taux apparaît assez pertinente pour prévoir les retournements de conjoncture. Si la pente des taux est négative alors cette situation peut présager une récession économique. Comme exemple, CHOUDHRY [2004] montre que les courbes des taux *Swap* et de rendement des obligations d'État londoniens étaient décroissantes (pente négative) dès Janvier 1990 alors que la récession est survenue dans la période 1990 - 1991. Au cours de l'année 1992, l'économie londonienne est sortie de la récession économique. Cette reprise de l'activité économique s'est ressentie sur le marché financier en ce sens que les pentes des taux *supra* étaient redevenues positives, les courbes des taux sans risque de Novembre 1992 sont une illustration.

Les turbulences de la zone UEMOA, causées par la grave crise postélectorale ivoirienne de 2011, avaient été anticipées par le marché financier. L'analyse des courbes des taux montre qu'elles avaient des pentes négatives de Juillet 2010 à Juin 2012. Toutefois, nous remarquons que la pente des taux de l'UEMOA est devenue positive le 08 Juin 2012, ce qui peut s'expliquer par la sortie de la récession de l'économie ivoirienne. Pour preuve, le taux de croissance ivoirien enregistré à fin 2012, s'établit à 10,7 % contre -4.7 % en 2011, selon la banque mondiale. Les courbes des taux des États de l'UEMOA au 10/05/2012 (pente négative) et au 08/06/2012 (pente positive) sont présentées ci-après :

Courbe des taux sans risque au 10/05/2012

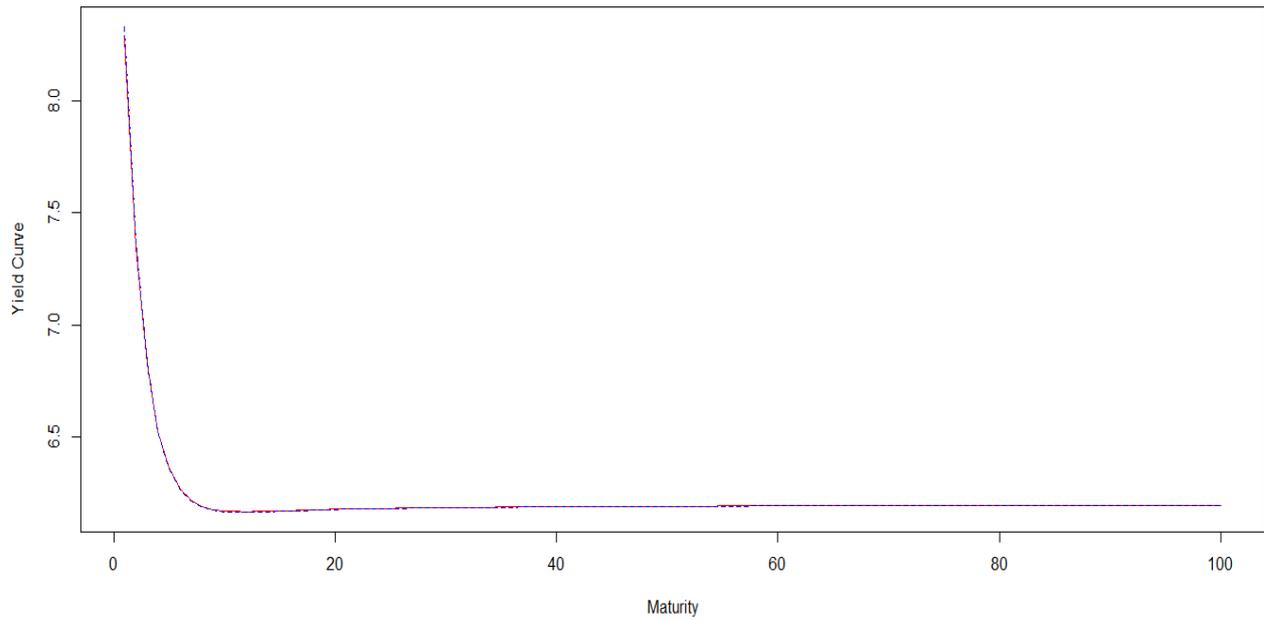


Fig. 39 : Courbe des taux des États de l'UEMOA au 10 / 05 / 2012

Courbe des taux sans risque au 08/06/2012

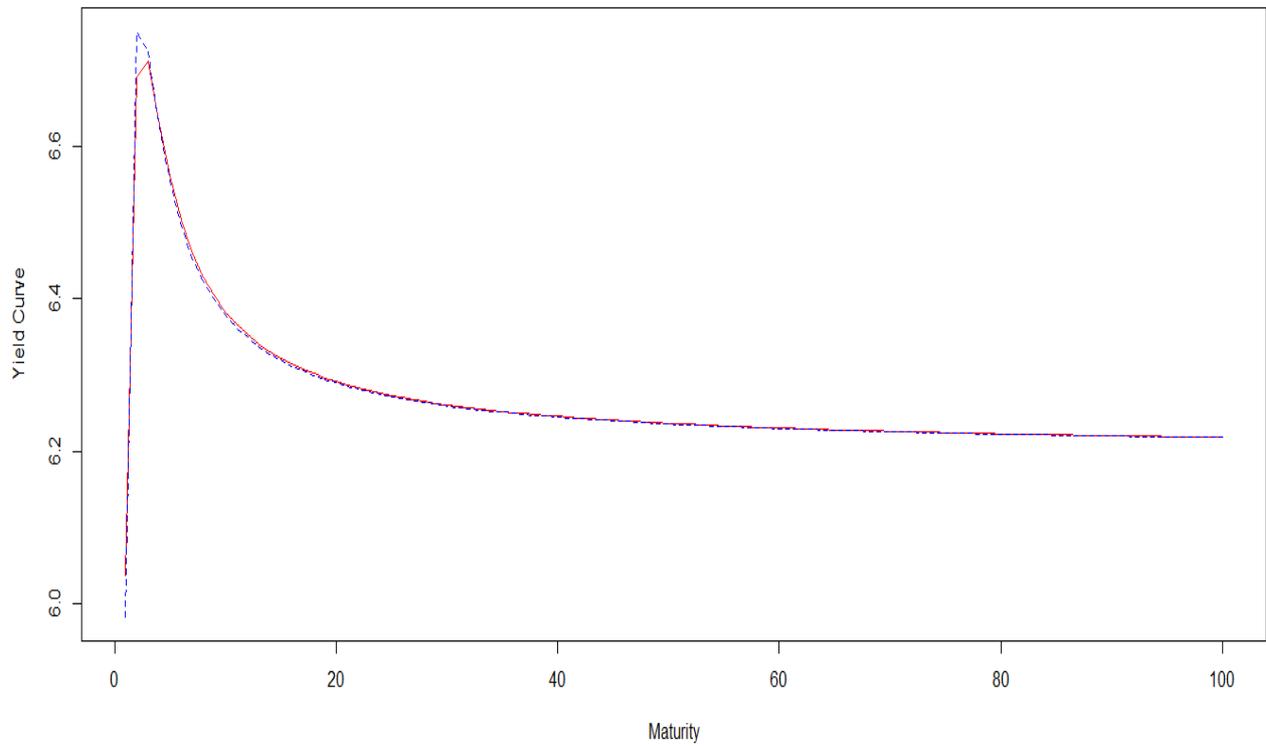


Fig.40 : Courbe des taux des États de l'UEMOA au 08 / 06 / 2012

3.4. La courbe des taux et les anticipations de change

GOODHART (1993) rappelle que le seul objectif de la politique macro-monnaire est la stabilité des prix. Les autorités monétaires ont alors plusieurs choix possibles d'objectif intermédiaire pour atteindre ce résultat, comme par exemple un agrégat monétaire, un taux de change ou encore la visée directe du taux d'inflation. Certains pays (comme la France) utilisent le taux de change. Comme l'un des instruments les plus courants de la politique monétaire est le taux d'intérêt court, il y'a donc un lien entre la courbe des taux et le cours de change (et aussi l'inflation).

La courbe des taux peut être utilisée pour appréhender les anticipations de change à cause de la relation de parité des taux d'intérêt non couverte. À partir de l'analyse des taux de dépréciation *ex-post*, SVENSSON (1994a) montre comment employer l'inflation dans les taux à terme pour construire les anticipations de change. Certains auteurs voient dans ces anticipations une appréciation par le marché de la politique de change (ou de la crédibilité des autorités monétaires en matière de change).

3.4.1. Taux de dépréciation *ex-post*

Soit $r_t^{cours^{M/CFA}}$ ou $e(t)$ ²²⁴ le taux de change coté au certain en temps t . SVENSSON (1994a) définit le taux de dépréciation $\lambda(t, m)$ entre les dates t et $t + m$ par la relation suivante :

$$e(t+m) = e(t)e^{m\lambda(t,m)} \quad (4.23)$$

Pour calculer le taux de dépréciation *ex-post*, nous utilisons l'expression suivante :

$$\lambda(t, m) = \frac{\ln e(t+m) - \ln e(t)}{m} \quad (4.24)$$

Nous constatons une dépréciation de la monnaie nationale entre les dates t et $t + m$ si la valeur du cours de change a augmenté, soit $\lambda(t, m) > 0$

3.4.2. Les taux à terme et la prévision du cours de change

Sous certaines conditions et si la parité des taux d'intérêt non couverte est vérifiée, SVENSSON (1994a) montre que :

$$\begin{aligned} E_t[\lambda_{t+\tau}(m) | \mathfrak{S}_t] &= E_t[R_{t+\tau}(m) | \mathfrak{S}_t] - E_t[R_{t+\tau}^*(m) | \mathfrak{S}_t] \\ &= F_t(\tau, m) - F_t^*(\tau, m) \end{aligned} \quad (4.25)$$

²²⁴ En réalité, $r_t^{cours^{M/CFA}}$ représente le taux de change de la monnaie M par rapport au CFA.

La position de la courbe des taux à terme « nationale » $F_t(\tau, m)$ par rapport à la courbe des taux à terme « étrangère » $F_t^*(\tau, m)$, est donc une source d'information pour les anticipations de change. Nous la définissons par la fonction suivante :

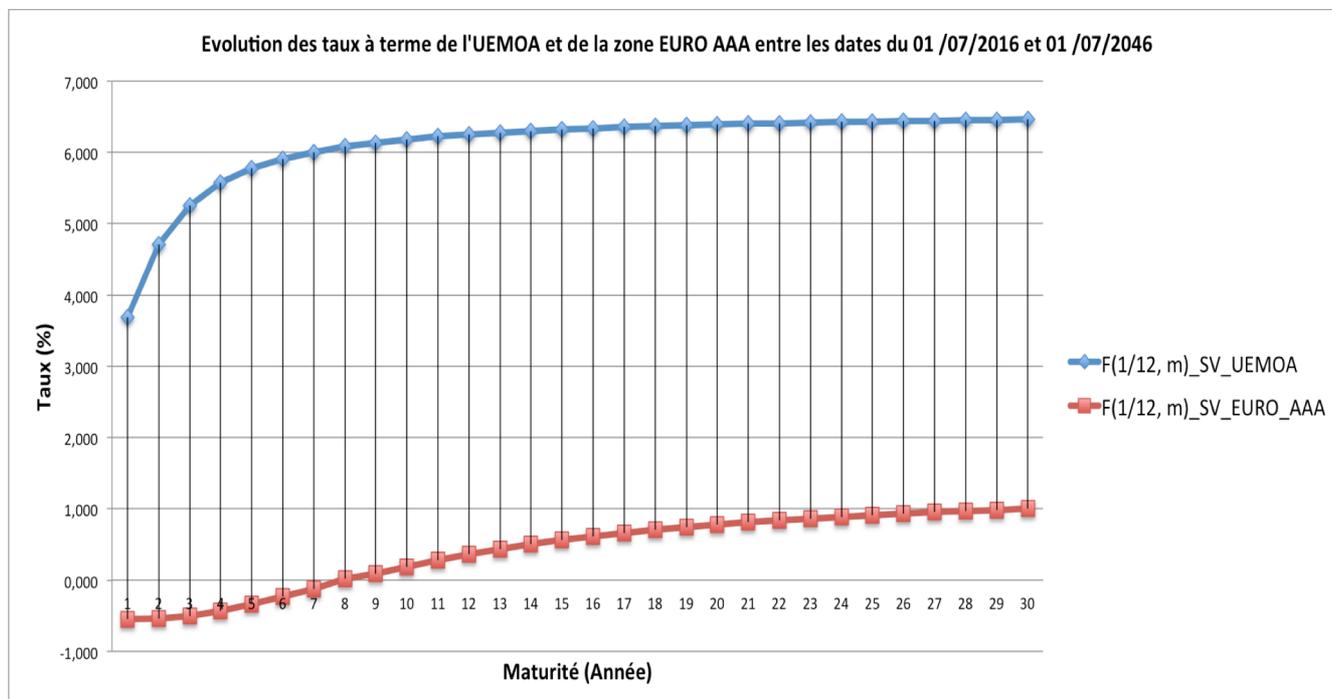
$$v_t(\tau, m) = F_t(\tau, m) - F_t^*(\tau, m) \quad (4.26)$$

3.4.3. Application

Si la parité CFA / EURO est fixe, en revanche, nous allons prévoir le cours de change entre les dates du 01 / 07 / 2016 et 01 / 07 / 2017 en utilisant la relation 4.26.

A partir des données de la BCE²²⁵, nous pouvons estimer la courbe des taux à terme de la zone EURO au 01 / 07 / 2017 à la date de cotation du 01 / 06 / 2016. Nous utiliserons la courbe des taux de référence, c'est à dire celle construite sur les émissions des pays de l'union européenne notés AAA.

Sur le graphique, ci-dessous, nous comparons les courbes des taux à terme des zones UEMOA et EURO dans le modèle de SVENSSON :



²²⁵ <https://www.ecb.europa.eu/stats/money/yc/html/index.en.html>

Fig. 41 : Evolution des taux à terme de l'UEMOA et de la zone EURO AAA entre les dates du 01/07/2016 et 01/07/2016

Sur le graphique, nous pouvons voir que la courbe des taux à terme de l'UEMOA (bleu) est au-dessus de celle de l'EURO_AAA. Nous déduisons que le taux de dépréciation est positif sur toutes les maturités, soit : $\lambda(t, m) > 0$

Cette situation signifie, qu'à tout moment, les agents anticipaient une hausse du cours de change CFA / EURO c'est à dire une dépréciation du FCFA par rapport à l'EURO, ce qui est logique²²⁶. Nous pensons que ce résultat n'est pas étonnant et est en accord avec la réalité.

4. Analyse de sensibilité

Les sections précédentes nous ont permis de montrer l'apport de la courbe des taux dans le développement de la zone CIPRES. En pratique, nous nous sommes intéressés principalement aux agrégats suivants: la courbe des taux à terme et l'inflation anticipée.

Notons que celles-ci dérivent de la courbe des taux sans risque. Toutefois, nous avons montré dans le chapitre précédent, que cette courbe est sensible à ses paramètres de construction (notamment les hypothèses et la date de cotation), ce qui implique que, ces agrégats *supra* sont *naturellement* sensibles à ces paramètres.

Par exemple, si nous maintenons les mêmes hypothèses, nous pouvons observer un déplacement de la courbe des taux sans risque, d'une date de cotation à l'autre. Cette variation de la courbe s'explique par la modification de la structure des données (entrée et sortie des obligations), des prix et des durées de vie restantes des obligations en circulation.

Pour preuve, à partir des mêmes hypothèses, nous allons comparer graphiquement les courbes des taux sans risque de l'UEMOA, aux dates de cotation du 01/06/2016 et 20/06/2017. En utilisant le modèle de Nelson Siegel, nous obtenons le graphique ci-dessous:

²²⁶ Autrement dit, les agents économiques préfèrent l'EURO au FCFA.

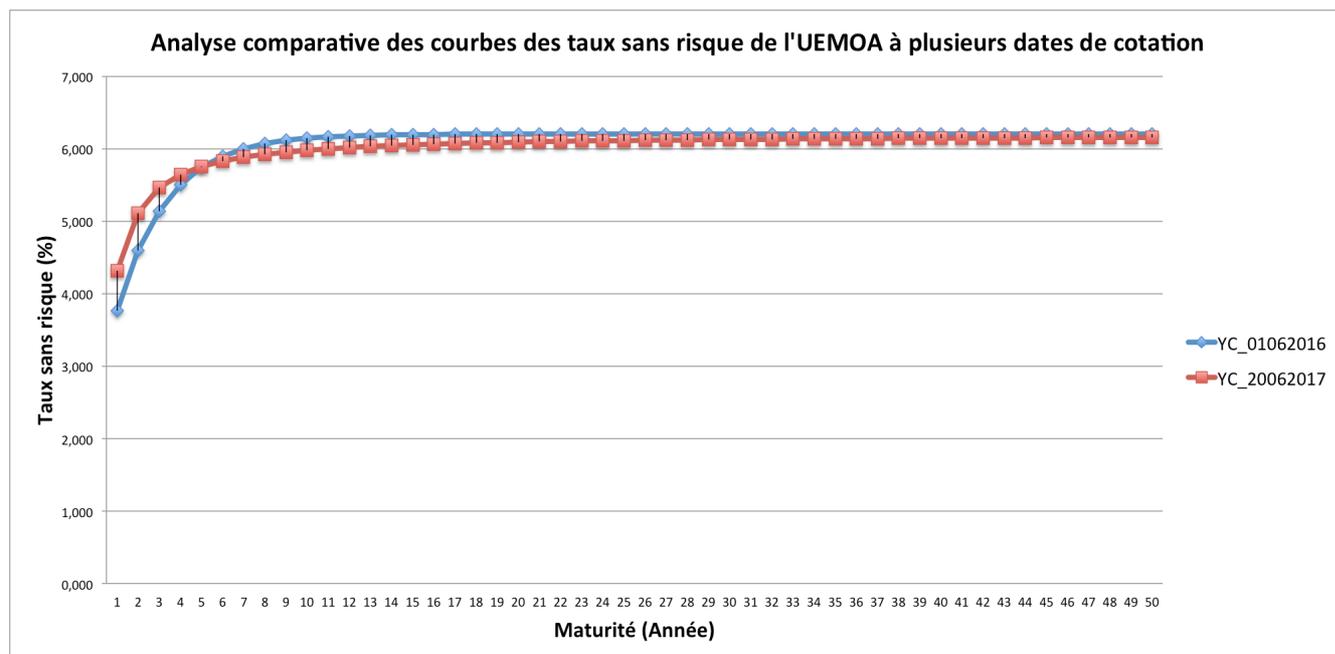


Fig. 42: Analyse comparative des courbes des taux sans risque de l'UEMOA à plusieurs dates de cotation

4.1. Analyse comparative des taux *forwards*

Comme nous l'avons vu plus haut, ces courbes des taux *spot* vont nous permettre de déterminer les courbes des taux *forwards* $F_{01/06/2016}^{NS}(\tau, 1)$ et $F_{20/06/2017}^{NS}(\tau, 1)$, correspondantes aux dates de cotation du 01/06/2016 et 20/06/2017, à partir de la relation 4.12. Le graphique ci-dessous illustre cette assertion :

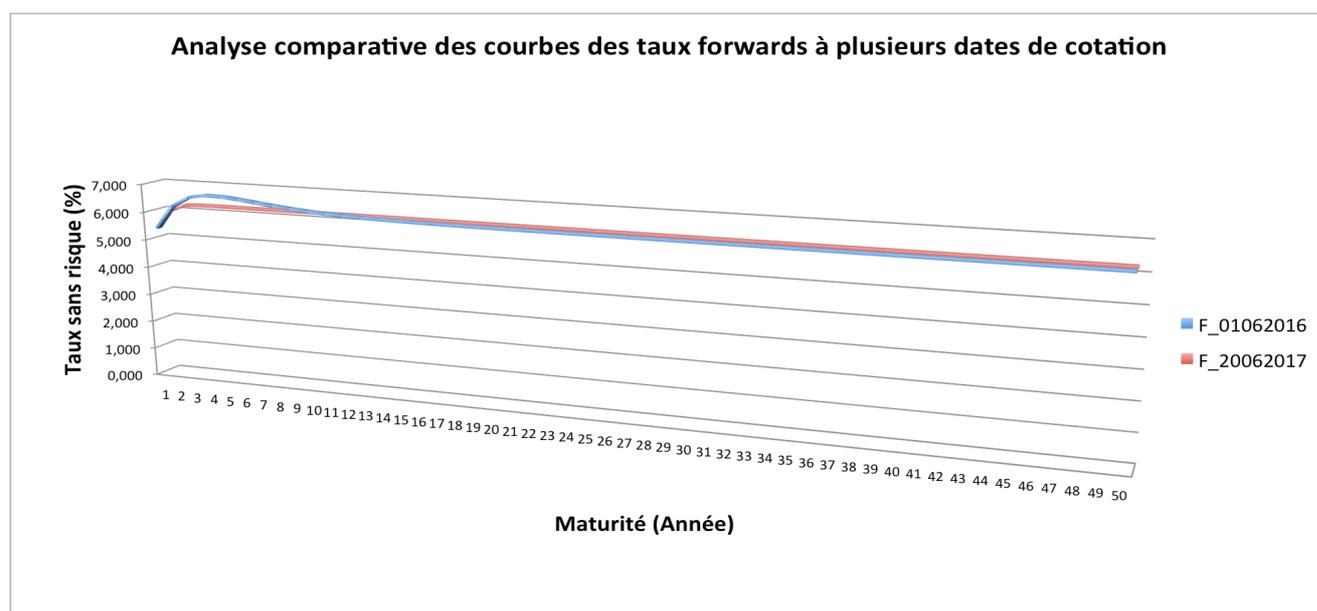


Fig. 43 : Analyse comparative des courbes des taux *forwards* à plusieurs dates de cotation

A partir de ce graphique, nous pouvons dire que la courbe des taux *forwards* est sensible à sa date de cotation. Si ce résultat est *trivial*, au regard des conclusions sur l'analyse de sensibilité de la courbe des taux sans risque, en revanche il méritait d'être présenté afin d'améliorer la compréhension du lecteur.

4.2. Prévision de l'inflation anticipée

Comme dans la sous-section précédente, nous allons montrer que la prévision de l'inflation anticipée est aussi sensible à sa date de cotation. Pour ce faire, nous allons déterminer les courbes des taux réels et nominaux aux dates de cotation du 01/06/2016 et 20/06/2017. Par la suite, nous nous intéresserons à la valeur de l'inflation anticipée à la maturité du 31/12/2017.

Pour déterminer ces courbes des taux, nous utilisons le modèle de Nelson Siegel (1987). En particulier, pour déterminer les taux réels à partir des titres publics, nous allons supposer que le comportement futur de l'inflation suit un processus d'ORNSTEIN UHLENBECK (*cf.* chapitre 5). Dans ce contexte, nous obtenons les courbes des taux réels ci-dessous :

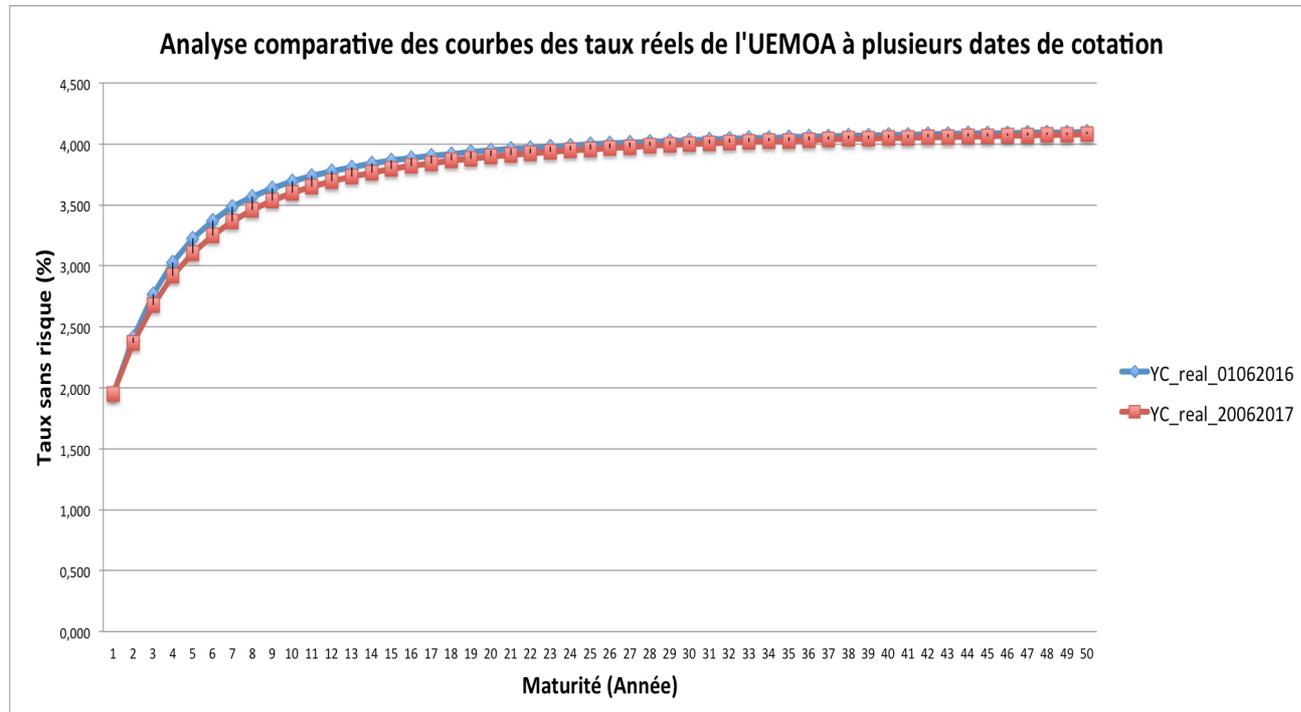


Fig. 44 : Analyse comparative des courbes des taux réels de l'UEMOA à plusieurs dates de cotation

A partir de ces courbes de taux, nous pouvons déterminer la valeur de l'inflation anticipée au sens de Fisher à la date du 31/12/2017, à partir des dates de cotation du 01/06/2016 et 20/06/2017. Le tableau ci-dessous illustre cette assertion :

Date de cotation	Inflation anticipée au 31/12/2017 = Taux nominaux – Taux réels
01/06/2016	4,29-2,235 = 2,06 %
20/06/2017	3,62-1,71 = 1,91 %

Fig. 45 : Valeur de l'inflation anticipée au 31/12/2017 à partir de plusieurs dates de cotation

Sous les mêmes hypothèses, nous obtenons deux valeurs différentes de l'inflation anticipée lorsque la courbe des taux est estimée à des dates de cotation différentes (01/06/2016 et 20/06/2017). Nous pouvons ainsi conclure que l'inflation anticipée est *sensible* aux paramètres de construction de la courbe des taux sans risque. Par conséquent, l'expert doit être prudent quant au choix de ces paramètres.

5. Application aux autres secteurs de l'économie.

Dans cette section, nous allons décrire brièvement la contribution de la courbe des taux au développement économique des pays de la zone CIPRES. En pratique, notre attention portera sur son intervention dans les secteurs stratégiques de l'économie²²⁷ et la dette publique.

5.1. Développement de l'assurance

Si la courbe des taux participe, de manière directe ou indirecte²²⁸, au développement de plusieurs secteurs de l'économie de la zone CIPRES, en revanche, nous nous intéresserons dans cette sous-section, à son application dans le secteur de l'assurance.

En assurance²²⁹, la courbe des taux intervient dans l'évaluation en « juste valeur » des engagements de l'assureur, en lieu et place de l'approche traditionnelle. Cette dernière fut

²²⁷Comme la banque et l'assurance.

²²⁸Elle est incontournable dans la mise en application des normes comptables internationales et de solvabilité dans les pays de la zone CIPRES. Ainsi, le projet de réforme de la SYSCOA-OHADA est une illustration.

critiquée par de nombreux auteurs car elle n'est pas en adéquation avec les nouvelles règles internationales (IFRS, Bâle II et III, Solvabilité II) de comptabilité et de surveillance. De plus, avec l'approche traditionnelle, l'actif et le passif ne sont pas évalués de la même manière, ce qui ne favorise pas la mise en place d'une politique de gestion actif-passif cohérente basée sur un adossement des flux actif / passif. La prise en compte des taux de marché *via* une courbe des taux permet de considérer le passif comme un instrument financier et de l'évaluer de la même manière que l'actif. Cette approche permet un adossement des flux actif / passif même au-delà de la dernière maturité liquide sur le marché financier.

5.2. Développement de la banque

Dans le secteur bancaire, si la courbe des taux n'intervient pas dans le dispositif de notation interne des clients, elle est fondamentale dans la mise en place d'un modèle de gestion actif-passif et d'un système interne de tarification des contreparties au sens de la circulaire n°003-2011 / UMOA ou COBAC R-2001 / 07 de la CEMAC²³⁰.

Dans la pratique, le taux de crédit appliqué à une relation est fixe sur toute la durée du prêt et est fortement influencé par la concurrence. Ce taux de crédit peut être modélisé comme étant la somme du taux sans risque et d'une prime de risque. Il est évident que cette hypothèse d'uniformité du taux de crédit²³¹ n'est pas vérifiée dans le temps. Pour pallier à ce biais, la prime de risque doit être estimée de sorte à contenir l'évolution future des taux d'intérêt nominaux.

Face à la course effrénée des chiffres observée dans le secteur bancaire subsaharien francophone, la courbe des taux²³² peut être utilisée comme un outil de régulation de l'activité bancaire par la fixation des taux de crédit *minimaux*, égaux aux taux sans risque par exemple. Nous pensons que cette décision du régulateur²³³ aura des retombées positives sur la stabilité du système bancaire à long terme car elle contribuera à l'amélioration de la solvabilité des banques, réduisant ainsi la probabilité d'occurrence du risque systémique dans la zone CIPRES.

²²⁹Cf. GBONGUE, F. (2016d) : Apport de la courbe des taux sans risque au développement de l'assurance dans la zone CIMA. L'assureur Africain, n°102.

²³⁰Cf. GBONGUE, F., KOUAKOU, A. (2015c) : Quelles solutions au financement des PME dans l'espace UEMOA ? Financier Afrik.

²³¹ Ou de tarification a priori.

²³² Un exemple de courbe des taux pour le secteur bancaire peut être consulté dans GBONGUE (2016a).

²³³ Nous faisons référence aux commissions bancaires.

6. Conclusion du chapitre 4

Pour montrer l'utilité de la courbe des taux comme outil décisionnel au service de l'autorité monétaire, nous avons essayé de montrer qu'elle participe à la détermination de l'inflation anticipée *au sens de Fisher*.

En pratique, après avoir collecté et retraité les données financières de la BRVM au 01/06/2016, nous avons estimé, dans un premier temps, les courbes des taux nominaux et réels pour les modèles de NELSON et SIEGEL (1987), LARS SVENSSON (1994) et de BJÖRK ET CHRISTENSEN (1999). Nous avons conclu que le modèle de LARS SVENSSON (1994) s'adapte mieux aux données de la zone UEMOA, avec un risque d'estimation ou erreur du modèle de taux de l'ordre de (0,93 % ; 1,53 %) et (1,024 % ; 1,731 %) ²³⁴, respectivement pour la construction des courbes des taux nominaux et réels ²³⁵.

En appliquant la relation de *Fisher*, nous avons déduit l'inflation anticipée au 01/06/2016 pour les maturités suivantes : 2 mois, 7 mois, 1 an, ... et 30 ans. Par exemple, sur les trois premières maturités, c'est à dire le triplet (2 mois ; 7 mois ; 1 an), l'application numérique révèle que les taux d'inflation anticipée sont *de (0,85 % ; 1,2 % ; 1,5 %), (0,71 % ; 1,1 % ; 1,4 %) et (0,85 % ; 1,16 % ; 1,4 %)*, respectivement pour les modèles de NELSON et SIEGEL, LARS SVENSSON et de BJÖRK ET CHRISTENSEN.

En dérivant les courbes des taux *forwards* nominaux et réels à partir des courbes des taux *supra*, nous avons estimé l'inflation anticipée au 01/07/2016 ²³⁶ pour les mêmes maturités à savoir : 1 mois, 6 mois, 1 an, ... et 30 ans. Comme exemple, nous obtenons sur les trois premières maturités, c'est à dire le triplet (1 mois ; 6 mois ; 1 an), les taux d'inflation anticipée suivantes : *(0,92 % ; 1,25 % ; 1,6 %), (0,73 % ; 1,12 % ; 1,5 %) et (0,93 % ; 1,2 % ; 1,5 %)*, respectivement pour les modèles de NELSON et SIEGEL, LARS SVENSSON et de BJÖRK ET CHRISTENSEN.

Selon les scénarios utilisés, nous pouvons conclure que la politique monétaire de l'UEMOA est crédible en ce sens que l'inflation anticipée par les agents économiques ne s'écarte pas de l'objectif cible de l'inflation.

²³⁴ Nous rappelons qu'il s'agit du couple (THEIL U, MAPE).

²³⁵ La courbe des taux réels a été estimée avec comme input la valeur cible de l'inflation fixée à 2 %.

²³⁶ Nous avons simplement déplacé la courbe des taux d'un mois par rapport à la date initiale **01/06/2016**.

Si ces résultats sont intéressants, en outre, ils sont sensibles à la date de cotation utilisée pour construire la courbe des taux. L'analyse de sensibilité nous a révélé que les taux *forwards* et l'inflation anticipée *au sens de Fisher* varient lorsque les paramètres de construction de la courbe des taux changent. Ainsi, l'expert doit accorder une attention particulière au choix de ses paramètres, au risque de se tromper dans ses calculs.

Chapitre 5 : Proposition d'un modèle de projection des scénarios économiques pour le développement de la zone CIPRES²³⁷

Dans ce chapitre, nous proposons un générateur de scénarios économiques (GSE) pour la zone CIPRES. C'est un outil qui permet de projeter des facteurs de risque économiques et financiers. Il s'agit d'un élément important dans le pilotage technique de l'activité d'assurance, notamment dans l'évaluation des provisions économiques, l'allocation stratégique des actifs et la gestion des risques financiers.

Dans la littérature, les modèles du GSE que nous rencontrons, sont applicables difficilement en Afrique subsaharienne francophone, principalement à cause de l'insuffisance ou l'inexistence des données. Pour pallier à ce problème, nous proposons, dans ce chapitre, une démarche de conception d'un générateur de scénarios économiques pertinent, adapté au contexte de la zone CIPRES.

En pratique, après une revue de littérature, nous nous intéressons, en premier lieu, à la conception du GSE, en mettant en exergue la structure du GSE, ainsi que les relations pouvant exister entre les grandeurs économiques et financières.

En second lieu, notre attention va porter sur la spécification, le calibrage et la génération des scénarios de chaque modèle du GSE. Par la suite, une attention particulière sera consacrée à une proposition d'extension du GSE en incluant d'autres variables économiques en l'occurrence les taux de chômage, de croissance et de change.

Pour terminer ce chapitre, notre analyse va porter sur une application intéressante du GSE qui est l'étude du risque de défaut implicite des États de la zone CIPRES. Ce sujet est vital dans le contexte où :

- les États commencent à se faire noter en monnaie locale afin de lever des fonds à moindre coût sur le marché financier régional.
- le dispositif Bâle II / III sera applicable dans le courant de 2018.

²³⁷Ce chapitre dérive de l'article de **Gbongué, F., Planchet, F., AHOUSI A.** (2017) « Proposition d'un modèle de projection des scénarios économiques pour le développement de la zone CIPRES ». **Assurance et gestion des risques**, Vol. 84 (1-2).

1. Introduction

Un générateur de scénarios économiques est un outil essentiel car il permet de nous éclairer sur le développement probable des grandeurs économiques et financières. Ces derniers sont utilisés par les États lors de l'élaboration de leurs budgets, la mobilisation des ressources sur le marché financier local, le pilotage technique de la dette publique, etc. De plus, la conception d'un GSE permet de piloter l'activité de crédit, de tarifier les produits bancaires et de mettre en place une politique cohérente de gestion actif-passif.

En outre, l'utilisation du GSE est aussi importante en assurance. En effet, dans le cadre du pilotage technique de son activité²³⁸, l'assureur doit disposer d'une boîte à outils afin d'évaluer au mieux la viabilité de la compagnie sur le long terme. En pratique, elle permet d'évaluer finement l'actif, le passif et les interactions entre actif et passif²³⁹.

En ce qui concerne le passif, les outils dont nous disposons, dans une logique d'évaluation des engagements de l'assureur sont les probabilités de réalisation d'une série d'évènements aléatoires²⁴⁰ auxquels l'assureur est exposé²⁴¹ et le taux d'actualisation qui permet de prendre en compte la valeur temps de l'argent, en adéquation avec l'objectif fixé par la compagnie d'assurance (*cf.* PLANCHET [2013]).

En ce qui concerne l'actif, le portefeuille de l'assureur est composé principalement des actions, des obligations, de l'immobilier et du monétaire²⁴². La connaissance des flux de trésorerie futurs entrants est possible grâce à des outils qui assurent la projection de ces actifs sur l'horizon considéré.

Les interactions fortes entre l'actif et le passif naissent le plus souvent en présence de rachat ou de dispositif de participation aux bénéficiaires dans les contrats d'assurance. Dans ce contexte, la conception de ces outils s'avère particulièrement délicate.

Ces outils techniques, tant au niveau de l'actif et du passif²⁴³, sont regroupés au sein du GSE. En plus des variables financières *supra*, le GSE comporte aussi des variables économiques telles que l'inflation, le produit intérieur brut (PIB), le chômage, etc.

²³⁸ L'activité d'assurance est très spécifique en ce sens que la prime est collectée avant le paiement du sinistre.

²³⁹ En présence de dispositif de participation aux bénéficiaires.

²⁴⁰ On peut citer la mortalité et / ou la longévité, l'invalidité, l'incapacité, etc....

²⁴¹ Dans la pratique, ces probabilités permettent de déterminer les flux de trésorerie futurs probables sortants.

²⁴² Il existe d'autres types d'investissement dit alternatif.

²⁴³ À l'exclusion des risques techniques.

Dans la littérature, les modèles de GSE les plus répandus sont ceux de WILKIE (1986, 1995), MULVEY (1989, 1996,1998), MULVEY et *al.* (2007), BRENNAN et XIA (2000), HIBBERT et *al.* (2001), JARROW et YILDIRIM (2003) et AHLGRIM et *al.* (2005). Dans FALEH et *al.* (2011), nous pouvons voir que ces GSE peuvent être distingués grâce à leur structure de dépendance, ce qui nous permet de distinguer deux catégories que sont les GSE basés sur une structure par cascade et une structure à corrélation.

En premier lieu, les modèles à structure par cascade comprennent principalement les modèles de WILKIE (1986, 1995), MULVEY (1989, 1996,1998), MULVEY et *al.* (2007). Le GSE proposé par WILKIE est basé sur une structure par cascade²⁴⁴ avec une relation non linéaire entre les variables. En spécifiant un modèle stochastique pour l'indice des prix à la consommation²⁴⁵ (IPC), il parvient à déterminer les autres variables du modèle en l'occurrence les dividendes, les revenus de dividende, les taux d'intérêt et la croissance des salaires (*cf.* WILKIE [1986]). Dans le modèle original, WILKIE utilise un modèle autorégressif de premier ordre pour l'inflation. En 1995, il met à jour ce premier modèle en gardant les principes de la structure par cascade mais en optant cette fois-ci pour une modélisation de l'inflation par un processus ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*, *cf.* ENGLE [1982]).

SAHIN et *al.* (2008) revisitent le modèle original de WILKIE. En pratique, ils considèrent simultanément un modèle sans et avec « ARCH » pour l'indice des prix à la consommation. Après avoir mis à jour²⁴⁶ les paramètres des modèles du GSE, ils discutent de la validation de ces modèles, examinent la stabilité des paramètres et concluent par la suite que la majorité de ces paramètres ne sont pas stables.

MULVEY (1989) développe un GSE pour "Pacific Mutual" et tout dernièrement pour « Towers Perrin–Tillinghast » [1996,1998]. Ces générateurs sont construits sur une structure par cascade, avec une relation non linéaire entre les variables du GSE. Dans MULVEY et *al.* (2007), les auteurs proposent un GSE dénommé « CAP Link » pour les compagnies d'assurance multinationales. Il est aussi basé sur une structure par cascade, avec comme force motrice les taux d'intérêt. À partir de ces derniers, ils arrivent à déterminer la dynamique des autres variables du GSE.

²⁴⁴Une structure par cascade est définie comme une structure dans laquelle nous partons de la détermination de la valeur d'une variable (par exemple l'inflation) pour ensuite déduire les valeurs des autres variables (taux réels, rendements des actions, etc.), *cf.* FALEH et PLANCHET [2011].

²⁴⁵ WILKIE suppose que l'inflation est la « force motrice » du modèle.

²⁴⁶ Pour la mise à jour, les données utilisées concernent la période 1923-2007

En second lieu, les modèles à structure basée sur les corrélations se composent des modèles de BRENNAN et XIA (2000), HIBBERT et al. (2001), JARROW et YILDIRIM (2003) et AHLGRIM et al. (2005). Le point de départ du modèle de HIBBERT et al. (2001)²⁴⁷ est la détermination de la structure par terme des taux réels à partir de la modélisation stochastique des taux courts réels par le modèle à 2 facteurs de Hull & White (1994). Par la suite, ils proposent un modèle pour l'inflation anticipée en appréhendant la dynamique des taux d'inflation instantanés par le modèle à 2 facteurs de Hull & White (1994). À partir de ces deux grandeurs, HIBBERT et al. (2001) déterminent la structure par terme des taux d'intérêt nominaux grâce à la relation de Fisher²⁴⁸ et les autres variables du GSE²⁴⁹.

Le GSE proposé dans d' AHLGRIM et al. (2005)²⁵⁰ capte la dynamique des variables suivantes : l'inflation, les taux d'intérêt réels, le taux de chômage et les rendements des actions et de l'immobilier. Dans le modèle proposé par AHLGRIM et al. (2005), l'inflation joue un rôle important car elle participe à la détermination d'autres grandeurs du GSE²⁵¹.

Dans le modèle de BRENNAN et XIA (2000), les auteurs présentent des modèles stochastiques des taux d'intérêt réels, de l'inflation anticipé et des actions en vue d'en déduire un indice des prix à la consommation stochastique et un facteur d'actualisation stochastique nominal. Ils démontrent que l'inflation réalisée n'est pas corrélée à l'inflation attendue. Par comparaison aux modèles de WILKIE (1995), HIBBERT et al. (2001), d' AHLGRIM et al. (2005), le modèle de BRENNAN et XIA (2000) couvre un périmètre restreint puisqu'il n'intègre que les taux d'intérêt réels, l'inflation et les actions.

La connaissance des variables financières et économiques est déterminante pour le développement de la zone CIPRES, notamment dans la conduite de l'activité d'assurance dans cette zone. En l'état actuel, la boîte à outils à disposition des assureurs de la zone CIPRES, est composée principalement : d'une table de mortalité réglementaire²⁵² et d'un taux

²⁴⁷ Pour plus d'information, nous renvoyons le lecteur à HIBBERT et al. (2001) « *A stochastic asset model & calibration for long term financial planning purposes* »

²⁴⁸ Cf. Fisher [1939].

²⁴⁹ En ce qui concerne les actions, HIBBERT et al. (2001) proposent respectivement le modèle de changement de régime de type *Hardy* et un modèle AR (1) pour la modélisation du rendement des actions et des taux de dividendes.

²⁵⁰ Ce modèle a le mérite d'être soutenu par les associations professionnelles des actuaires.

²⁵¹ Par exemple, à partir de la dynamique de l'inflation et des taux d'intérêt réels, AHLGRIM et al. (2005) déterminent les taux d'intérêt nominaux grâce à la relation de Fisher, tout comme dans le modèle de HIBBERT et al. (2001). De plus, les évolutions du rendement de l'immobilier et des taux de chômage tiennent compte de l'évolution de l'inflation.

²⁵² En l'occurrence les tables de mortalité CIMA-H et CIMA-F respectivement pour les populations masculines et féminines

d'actualisation fixe égal à 3,5 %²⁵³. Par conséquent, elle constitue un handicap au développement de l'assurance des pays de la zone CIPRES.

Ainsi, ce chapitre tente d'apporter des solutions au problème posé *supra* en proposant un GSE adapté au contexte de la zone CIPRES, dans l'optique de fournir aux professionnels, une analyse prospective de la solvabilité et, en particulier, des indications sur l'incertitude associée au niveau de la couverture des engagements réglementaires.

L'analyse des modèles du GSE²⁵⁴ proposés par la littérature s'adapte difficilement à la zone CIPRES. En fonction des données disponibles, les ajustements doivent être apportés à la conception du GSE.

Cette situation s'explique par le fait que les taux d'intérêt nominaux s'obtiennent souvent par la détermination des taux d'intérêt réels. Ces derniers dérivent de la modélisation des taux courts réels (*cf.* HIBBERT *et al.* [2001], BRENNAN ET XIA [2000]) et des taux longs réels (*cf.* AHLGRIM *et al.* [2005]).

Au regard de ce qui précède, il est nécessaire de penser à un GSE propre à cette zone. Dans la suite de ce chapitre, nous proposerons une approche de conception d'un GSE²⁵⁵ pertinent adapté au marché de la zone CIPRES.

2. Proposition d'un générateur de scénarios économiques en zone CIPRES

La conception d'un générateur de scénarios économique dans la zone CIPRES présente des difficultés du fait de l'absence de nombreuses données. Cette situation défavorable ne permet pas l'application de certains modèles stochastiques rencontrés dans la littérature. En outre, nous disposons d'informations assez suffisantes pour concevoir un GSE pertinent qui répondra aux besoins actuels des professionnels de la zone CIPRES²⁵⁶.

Dans cette section, nous proposerons un générateur de scénarios économique pour le développement de la zone CIPRES. En pratique, après avoir présenté le GSE, nous spécifierons les modèles retenus après l'analyse des modèles existants. Par la suite, nous

²⁵³ Cette situation ne favorise pas une vision prospective de l'activité d'assurance dans cette zone car il n'est pas possible, sans GSE, de projeter les bilans, afin d'apprécier la rentabilité de l'activité.

²⁵⁴ Ainsi que sa conception.

²⁵⁵ Les modèles de GSE proposés peuvent être calibrés sur les données actuelles de la zone CIPRES.

²⁵⁶ L'utilisation d'un générateur de scénarios économiques pour l'analyse prospective de l'activité d'assurance, serait bénéfique pour la zone. Le GSE que nous proposons comprend des variables économiques et financières calibrées dans un contexte d'absence ou d'insuffisance de données.

procéderons au calibrage des modèles retenus. La génération de trajectoires des variables de notre GSE est abordée dans la section suivante.

2.1. Générateur de scénarios économiques en zone CIPRES

Dans cette sous-section, nous allons parcourir, dans un premier temps, les composants du GSE de la zone CIPRES. Dans un second temps, nous proposerons une structure qui mettra en évidence les relations cohérentes entre ces variables.

2.1.1. Vue synoptique du GSE

Le générateur de scénarios économiques est composé des variables suivantes : les taux d'intérêt réels et nominaux, l'indice des prix à la consommation, l'inflation anticipée, l'écart des taux, les rendements des obligations de société, des actions, du monétaire, de l'immobilier, le taux de chômage et le taux de croissance.

Le GSE proposé se base sur deux variables motrices que sont les taux d'intérêt nominaux des États et l'indice des prix à la consommation (IPC). Notons que la connaissance de ces deux variables permettra de déterminer les autres variables du GSE, excepté le rendement des actions.

Les taux d'intérêt nominaux des États²⁵⁷ permettent de déterminer l'inflation anticipée grâce à la relation de FISHER²⁵⁸, les écarts de taux et *in fine* les rendements des obligations des sociétés²⁵⁹.

L'indice des prix à la consommation (IPC) est une variable importante de notre GSE. Sa dynamique permet de déterminer le taux de chômage grâce à la courbe de Phillips²⁶⁰ (*cf.* AHLGRIM et *al.* [2005]), le rendement de l'immobilier, les taux d'intérêt réels et *in fine* le rendement du monétaire²⁶¹.

Par contre, la détermination du rendement des actions ne dérive d'aucune variable motrice. Elle provient de la fluctuation ou la volatilité du prix des actions sur le marché financier régional. En outre, la loi d'OKUN décrit une relation linéaire empirique entre le taux de

²⁵⁷ Issus des titres publics

²⁵⁸ *Cf.* Fisher (1939)

²⁵⁹ Les rendements des obligations dérivent de la courbe des taux des entreprises obtenue à partir de la somme de la courbe des taux nominaux des États et de la courbe des écarts de taux.

²⁶⁰ La courbe de Phillips illustre une relation empirique négative (relation décroissante) entre le taux de chômage et l'inflation ou taux de croissance des salaires nominaux.

²⁶¹ Le rendement du monétaire provient de la courbe des taux réels.

croissance et la variation du taux de chômage. Cette loi peut nous permettre d'appréhender la dynamique du taux de croissance grâce à la dynamique du taux de chômage²⁶².

2.1.2. Structure du GSE

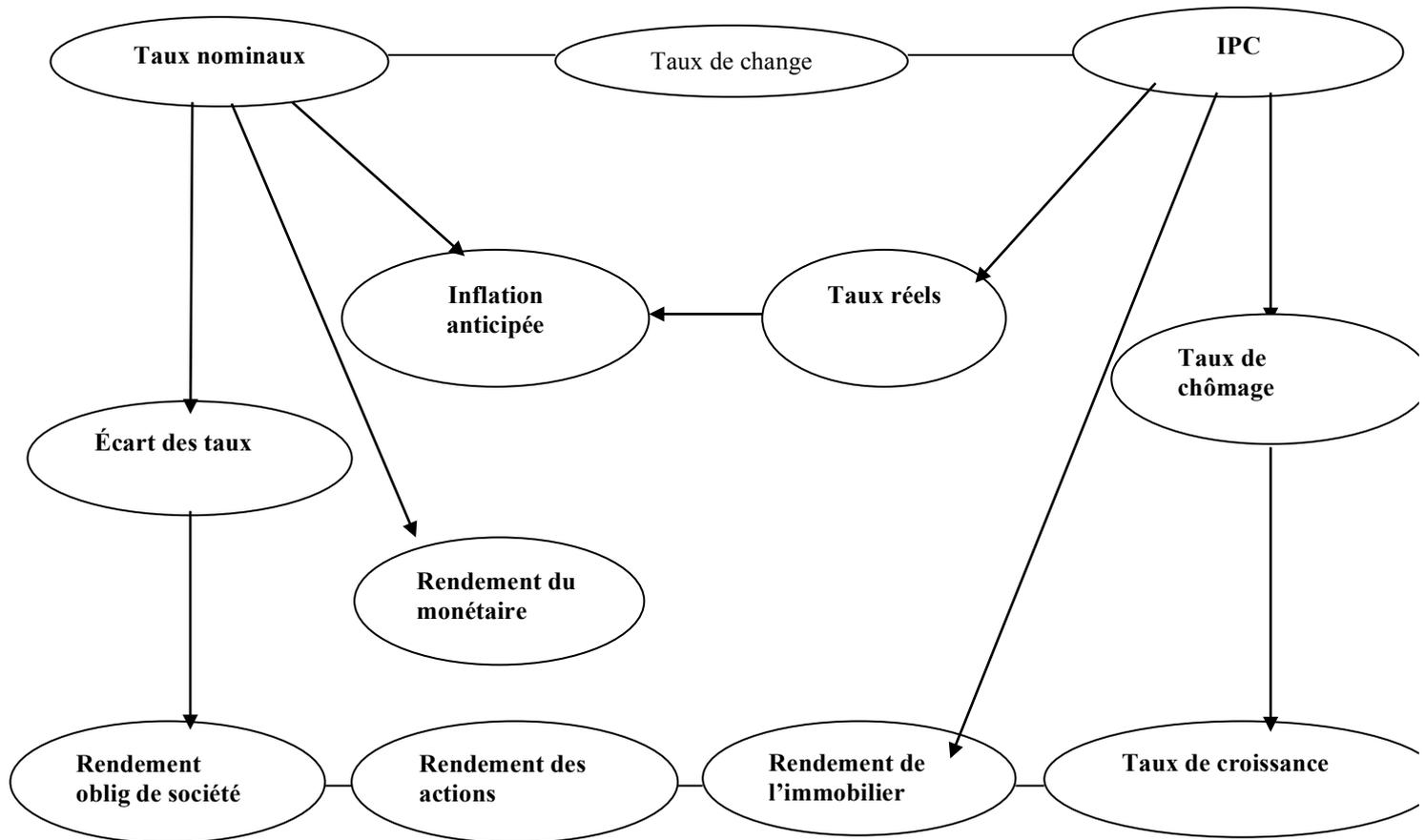


Fig. 46 : Structure du GSE proposé pour la zone CIPRES

2.2. Spécification et calibrage des modèles du GSE

Dans cette sous-section, nous allons passer en revue les variables du GSE. Dans un premier temps, nous allons spécifier ces modèles. Dans un second temps, nous allons estimer les paramètres de ces modèles afin d'appréhender, par la suite, la dynamique des variables économiques et financières.

²⁶² La dynamique du taux de chômage peut être appréhendée par le modèle OU.

2.2.1. Indice des prix à la consommation

Dans une économie, l'indice des prix à la consommation (IPC) mesure l'évolution du niveau moyen des prix des biens et services consommés par les ménages, pondérés par leur part dans la consommation moyenne des ménages. Dans la littérature, nous pouvons voir que l'IPC joue un rôle important dans un GSE.

Ainsi, dans le modèle de WILKIE, l'évolution de l'IPC dépend de l'IPC de la date précédente ($t-1$) et du taux d'inflation instantané à la date t , qui suit un processus AR(1) dans le modèle original et un processus GARCH dans la version révisée.

Par contre, dans le modèle de BRENNAN et XIA, l'IPC est défini clairement comme un processus de diffusion dans lequel le **taux d'inflation instantané** est représenté par un processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK.

Aussi, dans les modèles de HIBBERT et *al.*, AHLGRIM et *al.*, le taux d'inflation instantané est modélisé respectivement par un processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK et le modèle de HULL et WHITE à 2-facteurs, sans que des indications sur la dynamique de l'IPC ne soient présentées.

METZ et ORT (2008) proposent un modèle ARMA pour appréhender la force de l'inflation centrée par sa moyenne, afin de revaloriser le coût des pensions indexées sur l'inflation. Au regard de ce qui précède, nous retenons, pour la zone CIPRES, le processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK pour modéliser le taux d'inflation instantané, les indices de prix à la consommation se déduisant du modèle de WILKIE.

Les données sur l'indice des prix à la consommation ont été collectées sur le site de la **Banque Centrale des États de l'Afrique de l'Ouest**. En notant IPC_t et q_t respectivement l'indice des prix à la consommation et le taux d'inflation instantané à la date t , nous posons la relation suivante :

$$IPC_t = IPC_{t-1} \times \exp(q_t) \quad (5.1)$$

Dans cette expression, q_t suit un processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK de la forme suivante (en temps continu) :

$$dq_t = \kappa_q (\mu_q - q_t) dt + \sigma_q dB_q \quad (5.2)$$

Dans ce modèle la vitesse de retour à la moyenne, le taux moyen et la volatilité sont représentés par les paramètres à estimer suivants : κ_q , μ_q et σ_q .

Si AHLGRIM et *al.* (2005) utilisent le schéma d'EULER²⁶³ pour discrétiser ce processus, alors nous optons pour une discrétisation exacte (*cf.* PLANCHET et *al.* [2009]). En considérant Δt le pas de la simulation, nous obtenons l'expression suivante :

$$q_{t+1} = q_t e^{-\kappa_q \Delta t} + \mu_q (1 - e^{-\kappa_q \Delta t}) + \varepsilon_q \sigma_q \sqrt{\frac{1 - e^{-2\kappa_q \Delta t}}{2\kappa_q}} \quad (5.3)$$

Nous disposons de données à fréquence annuelle²⁶⁴, ce qui aboutit à l'expression suivante :

$$q_{t+1} = q_t e^{-\kappa_q} + \mu_q (1 - e^{-\kappa_q}) + \varepsilon_q \sigma_q \sqrt{\frac{1 - e^{-2\kappa_q}}{2\kappa_q}} \quad (5.4)$$

Nous remarquons que l'expression ci-dessus peut se mettre sous la forme suivante :

$$q_{t+1} = \alpha_q + \beta_q q_t + \varepsilon_{q,t} \quad (5.5)$$

L'estimation des paramètres est effectuée via une régression linéaire simple et les coefficients estimés $\hat{\alpha}_q$ et $\hat{\beta}_q$ sont transformés pour revenir au modèle d'AHLGRIM et *al.* [2005], soit :

$$\hat{\beta}_q = e^{-\kappa_q}, \hat{\alpha}_q = \mu_q (1 - e^{-\kappa_q}) \text{ et } \varepsilon_{q,t} = \varepsilon_q \sigma_q \sqrt{\frac{1 - e^{-2\kappa_q}}{2\kappa_q}} \quad (5.6)$$

Nous déduisons que :

- La vitesse de retour à la moyenne est déduite de la relation suivante : $\kappa_q = -\ln(\hat{\beta}_q)$
- Le taux d'inflation moyen est déterminé par : $\mu_q = \frac{\hat{\alpha}_q}{1 - \hat{\beta}_q}$
- L'écart type de l'erreur $\hat{\sigma}_q$ est égal à l'écart type de l'erreur du modèle estimé divisé

$$\text{par : } \sqrt{\frac{1 - e^{-2\kappa_q}}{2\kappa_q}} \times \varepsilon_q$$

²⁶³ Cette discrétisation aboutit au taux instantané suivant : $q_{t+1} = \kappa_q \mu_q \Delta t + (1 - \kappa_q \Delta t) q_t + \varepsilon_q \sigma_q \sqrt{\Delta t}$

²⁶⁴ $\Delta t = 1$

Le tableau ci-dessous résume les valeurs obtenues sur des données couvrant la période (1971-2015) :

Paramètres	Intitulé	Valeurs
κ_q	Vitesse de retour à la moyenne	0,756
μ_q	Taux d'inflation moyen	0,052
$\hat{\sigma}_q$	Écart type de l'erreur	0,072

Tab.24: Paramètres estimés du modèle de l'inflation

Pour apprécier la qualité du modèle, nous avons calculé différents indicateurs, que nous avons résumés dans le tableau ci-dessous :

Test	Résultat	Interprétation
R^2 ajusté	0,5	Le pouvoir explicatif du modèle est de 50 %
Fisher	$P=0,00159$	Le modèle global est significatif
STUDENT (constante)	$P = 0,01421$	La constante est significative
STUDENT (variable)	$P = 0,00159$	Le coefficient de la variable est donc significatif
Moyenne résidus	$5,67. 10^{-20}$	La moyenne des résidus est considérée nulle
BREUSCH- GODFREY	$P = 0,4161$	Absence d'auto-corrélation d'ordre $p = 1$
ARCH(1)	$P = 0,88$	Absence d'hétéroscédasticité d'ordre $q = 1$
JARQUE-BERA	$P < 2,2.10^{-16}$	Hypothèse de normalité des résidus non vérifiée ²⁶⁵

Tab.25 : Qualité d'ajustement du modèle de l'inflation

²⁶⁵ Ce résultat s'explique par le fait que notre échantillon est de petite taille car nous disposons de données de pas annuel. Dans ce contexte, on peut également utiliser le test de *SHAPIRO-WILK*, fondé sur le rapport entre une combinaison linéaire des étendues successives et l'écart-type. L'utilisation de ce test fournit une p-value de 0.061.

2.2.2. Taux d'intérêt nominaux²⁶⁶

Les taux d'intérêt nominaux sont le reflet d'une situation économique et monétaire. Ils traduisent la perception de long terme des investisseurs vis-à-vis du contexte macroéconomique.

Selon FISHER (1939), les taux d'intérêt nominaux qui se forment sur le marché financier, reflètent les anticipations des agents privés sur la croissance réelle de l'économie et l'inflation future.

Dans la littérature, il existe plusieurs méthodes pour déterminer les taux d'intérêt nominaux et par déduction une courbe des taux nominaux (*cf.* GBONGUE et PLANCHET [2015f]). Dans l'ensemble des GSE étudiés, cette courbe est obtenue de manière indirecte après déduction de la structure par terme des taux d'intérêt réels et de l'inflation anticipée.

Dans le contexte de la zone CIPRES, les marchés financiers ne fournissent pas, en temps réel, les rendements²⁶⁷ des titres en circulation. En outre, nous disposons des prix des obligations, ainsi que des intérêts courus à chaque date de cotation.

Cette situation défavorable nous pousse à opter pour une approche par les prix, à l'opposé de l'approche par les rendements qui est beaucoup utilisé dans la littérature. Dans GBONGUE et PLANCHET [2015f], nous avons présenté une méthodologie de construction d'une courbe des taux nominaux dans le contexte de la zone CIPRES, via une approche par les prix des titres publics. L'analyse comparative des modèles de taux d'intérêt et la pratique nous poussent à retenir le modèle de Nelson Siegel²⁶⁸ (1987) pour la simulation des taux d'intérêt nominaux de notre GSE. Rappelons que, dans ce modèle, le taux *forward* instantané s'écrit sous la forme suivante :

$$f_t^{nom}(m) = \beta_0^{nom} + \beta_1^{nom} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{nom}}\right) + \beta_2^{nom} \left(\frac{m}{\tau_1^{nom}}\right) \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{nom}}\right) \quad (5.7)$$

Ce qui aboutit à une expression fermée des taux d'intérêt nominaux :

²⁶⁶ Pour la détermination des taux d'intérêt (nominaux, réels), ainsi que les écarts de taux, nous utiliserons les données des obligations publiques et privées, en circulation à la BRVM au 24/10/2016. Nous constaterons que le calibrage donne des résultats différents des chapitres 3 et 4, ce qui démontre de la sensibilité de la courbe des taux à sa date de cotation.

²⁶⁷ Ils peuvent être calculés individuellement mais cela impliquera un temps de travail important.

²⁶⁸ Par ailleurs, c'est le modèle retenu par certaines banques centrales occidentales (*cf.* BIS [2005]).

$$\begin{aligned}
 R_t^{nom}(m) &= \frac{1}{m} \int_0^m f_t^{nom}(u) du \\
 &= \beta_0^{nom} + (\beta_1^{nom} + \beta_2^{nom}) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{nom}}\right)}{\frac{m}{\tau_1^{nom}}} \right] - \beta_2^{nom} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{nom}}\right) \quad (5.8)
 \end{aligned}$$

L'utilisation de ce modèle requiert l'estimation d'un vecteur de paramètres²⁶⁹ contenant les quatre paramètres $\chi = (\beta_0^{nom}, \beta_1^{nom}, \beta_2^{nom}, \tau_1^{nom})$. Le calibrage de ce modèle requiert au préalable de faire varier τ_1^{nom} entre 0 et 30. Pour chaque valeur de τ_1^{nom} , il s'agira d'estimer les paramètres du modèle de Nelson Siegel en minimisant l'écart au carré entre les prix théorique et observé :

$$\underset{\beta_0^{nom}, \beta_1^{nom}, \beta_2^{nom}}{\text{Minimiser}} H_1(\hat{P}) = \underset{\beta_0^{nom}, \beta_1^{nom}, \beta_2^{nom}}{\text{Minimiser}} \left(\sum_{k=1}^N (P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta))^2 \right) \quad (5.9)$$

Dans ce contexte, nous obtenons une matrice de paramètres. Le choix des paramètres finaux se fait en respectant les **propriétés principales du modèle** à savoir $\beta_0^{nom} > 0$ et $\beta_0^{nom} + \beta_1^{nom} > 0$, pour la valeur la plus faible de l'erreur au carré, ce qui correspond naturellement à une valeur de τ_1^{nom} . Le tableau ci-dessous illustre les résultats du calibrage :

Paramètres	β_0^{nom}	β_1^{nom}	β_2^{nom}	τ_1^{nom}
Valeurs	6,2	-3,7	-1,85	0,6

Tab.26 : Paramètres estimés du modèle des taux d'intérêt nominaux (Nelson Siegel)

La qualité du modèle des taux nominaux est appréciée à travers l'évaluation du risque d'estimation au moyen de deux indicateurs que sont le Theil-U-Statistic (cf. KOVACHEV et SIMEONOV [2014]) et le *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE, cf. NAVAS [2005]).

Statistiques	THEIL U-STATISTIC	MAPE
NELSON SIEGEL	0,9 %	1,5 %

Tab.27 : Qualité d'ajustement du modèle des taux d'intérêt nominaux

²⁶⁹ La définition, le calibrage et l'interprétation des paramètres de ce modèle se retrouvent dans le chapitre 3.

2.2.3. Taux d'intérêt réels

La modélisation de la courbe des taux réels de la zone CIPRES est presque identique à celle des taux nominaux en ce sens qu'elle est construite en annulant simplement l'inflation anticipée des taux d'intérêt nominaux des États de l'Union. En pratique, il s'agira de formuler des hypothèses sur la probable évolution de l'inflation dans le processus de calibrage des prix des obligations gouvernementales.

Si dans la littérature, la construction de la courbe des taux réels se fait à partir des titres obligataires ou des produits dérivés (swap, etc.) indexés sur l'inflation (*cf.* JARROW et YILDIRIM [2003]), en revanche, dans la zone CIPRES, ces instruments financiers sont inexistant, ce qui rend difficile la construction d'une courbe des taux réels. Mais, il est possible de contourner ce problème en concevant une méthodologie pertinente²⁷⁰ d'estimation des taux réels²⁷¹ adaptés au contexte économique de la zone CIPRES.

L'idée motrice est d'arriver à concevoir une courbe des taux réels à partir des titres publics en circulation sur le marché régional, ce qui implique d'isoler l'inflation dans le processus de minimisation de l'écart au carré entre les prix théorique et observé.

Dans Deacon et al. (2004), nous voyons que le prix de marché complet d'une obligation réelle classique indexée sur l'inflation s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \hat{P}_k^{real}(t, \theta) &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} CF_k^{real}(t, m) \times B^{real}(t, m) \\ &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} \frac{C^{real} \prod_{i=1}^m (1+q_i)}{(1+r_m)^m \prod_{i=1}^m (1+q_i)} + \frac{FV^{real} \prod_{i=1}^{[\theta]+1} (1+q_i)}{(1+r_{[\theta]+1})^{[\theta]+1} \prod_{i=1}^{[\theta]+1} (1+q_i)} \quad (5.10) \end{aligned}$$

avec :

$[\theta]+1$: Le nombre de versements des cash-flows

C^{real} : La valeur du coupon réel versée

FV^{real} : La valeur de remboursement de l'obligation réelle indexée sur l'inflation.

²⁷⁰ Assez proche de la réalité.

²⁷¹ Ces taux réels permettront de favoriser l'émission de futures obligations ou produit de taux indexés sur l'inflation.

$q_i = \frac{IPC_i - IPC_{i-1}}{IPC_{i-1}}$ ou $\pi_i = \log\left(\frac{IPC_i}{IPC_{i-1}}\right)$: L'inflation observée à la date i ²⁷².

r_m : Le taux d'intérêt réel à la maturité m

En nous inspirant de la relation ci-dessus, il est possible de réécrire la fonction prix théorique nominal sous la forme ci-dessous :

$$\begin{aligned}\hat{P}_k^{nom}(t, \theta) &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} CF_k^{nom}(t, m) \times B^{nom}(t, m) \\ &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} \frac{C^{nom}}{(1+y_m)^m} + \frac{FV^{nom}}{(1+y_{[\theta]+1})^{[\theta]+1}} \\ &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} \frac{C^{nom}}{(1+r_m)^m \prod_{i=1}^m (1+q_i)} + \frac{FV^{nom}}{(1+r_{[\theta]+1})^{[\theta]+1} \prod_{i=1}^{[\theta]+1} (1+q_i)} \quad (5.11)\end{aligned}$$

Avec :

$C^{nom} = C^{real} \prod_{i=1}^m (1+q_i)$: La valeur du coupon nominal versée.

$FV^{nom} = FV^{real} \prod_{i=1}^{[\theta]+1} (1+q_i)$: La valeur de remboursement de l'obligation nominale.

$(1+y_m)^m = (1+r_m)^m \prod_{i=1}^m (1+q_i)$, ce qui est en accord avec la théorie de Fisher.

Nous rappelons que y_m et r_m représentent respectivement les taux d'intérêt nominaux et réels à la maturité m . Dans l'expression du prix théorique ci-dessus, nous pouvons voir que les inconnues sont l'inflation et les taux réels r_m , recherchés pour toutes les maturités.

Nous retenons aussi le modèle de Nelson Siegel (1987) pour capter la dynamique des taux réels. Par conséquent, le taux *forward* réel instantané prend la forme naturelle suivante :

²⁷² Rappelons que IPC_i représente l'indice des prix à la consommation à la date i .

$$f_t^{real}(m) = \beta_0^{real} + \beta_1^{real} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{real}}\right) + \beta_2^{real} \left(\frac{m}{\tau_1^{real}}\right) \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{real}}\right) \quad (5.12)$$

Les taux d'intérêt réels sont obtenus par la suite par intégration des taux *forwards* réels, ce qui aboutit à la formulation mathématique :

$$\begin{aligned} r_t(m) &= \frac{1}{m} \int_0^m f_t^{real}(u) du \\ &= \beta_0^{real} + (\beta_1^{real} + \beta_2^{real}) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{real}}\right)}{\frac{m}{\tau_1^{real}}} \right] - \beta_2^{real} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{real}}\right) \end{aligned} \quad (5.13)$$

L'utilisation de ce modèle requiert l'estimation d'un vecteur de paramètres contenant les quatre paramètres $\chi^{real} = (\beta_0^{real}, \beta_1^{real}, \beta_2^{real}, \tau_1^{real})$. Notons que ces paramètres s'interprètent de la même manière à savoir :

- ✓ le taux réel long terme est représenté par : β_0^{real}
- ✓ la différence entre le taux court réel et le taux long réel est β_1^{real}

Nous retenons le processus de calibrage décrit dans la sous-sous-section précédente. Notons que la nouvelle expression du prix théorique ci-dessus nous permet simplement d'obtenir des taux d'intérêt réels, conditionnellement à l'évolution future de l'inflation. Dans ce contexte, nous pouvons étudier deux cas de figures.

Dans le premier cas (le plus simple), il s'agira de fixer q_i sur toute la durée de vie restante de l'obligation. Dans ce contexte, le choix de q_i doit être minutieux et requiert de ce fait une approche experte. Nous proposons de la calibrer sur l'objectif cible de l'inflation fixé par l'autorité monétaire, qui est de $q_i = 2\%$ dans le contexte de la zone CIPRES. Ainsi, le prix théorique s'écrit de la manière suivante :

$$\hat{P}_k^{nom}(t, \theta) = \sum_{m=1}^{[\theta]+1} \frac{C^{nom}}{(1+r_m)^m (1+2\%)^m} + \frac{FV^{nom}}{(1+r_{[\theta]+1})^{[\theta]+1} (1+2\%)^{[\theta]+1}} \quad (5.14)$$

Les paramètres du modèle sont obtenus en minimisant l'écart au carré entre les prix théoriques ci-dessus et observés sur le marché financier régional, soit :

$$\underset{\beta_0^{real}, \beta_1^{real}, \beta_2^{real}}{\text{Minimiser}} H_2(\hat{P}) = \underset{\beta_0^{real}, \beta_1^{real}, \beta_2^{real}}{\text{Minimiser}} \left(\sum_{k=1}^N (P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta))^2 \right) \quad (5.15)$$

Les valeurs obtenues sont consignées dans le tableau ci-dessous :

Paramètres	β_0^{real}	β_1^{real}	β_2^{real}	τ_1^{real}
Valeurs	4,2	-3,7	-1,85	0,6

Tab.28 : Calibrage du modèle des taux d'intérêt réels dans l'hypothèse d'inflation constante

La qualité de ce modèle est résumée dans le tableau ci-dessous :

Statistiques	THEIL U-STATISTIC	MAPE
NELSON SIEGEL	0,94 %	1,5 %

Tab.29 : Qualité d'ajustement du modèle des taux d'intérêt réels dans l'hypothèse d'inflation constante

Dans le second cas, il s'agira de prévoir l'évolution probable de l'inflation, au moyen du processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK afin de retrouver la dynamique de q_i dont l'horizon de projection correspond naturellement au maximum des durées de vie des obligations gouvernementales considérées.

Le tableau ci-dessous résume les valeurs obtenues des paramètres du modèle à partir de la dynamique de q_i obtenue à la sous-section 2.2.1. :

Paramètres	β_0^{real}	β_1^{real}	β_2^{real}	τ_1^{real}
Valeurs	4,2	-3,7	-0,033	1,9

Tab.30 : Calibrage du modèle des taux d'intérêt réels dans l'hypothèse d'inflation non constante.

La qualité de ce modèle est illustrée dans le tableau ci-dessous :

Statistiques	THEIL U- STATISTIC	MAPE
NELSON SIEGEL (%)	1,1 %	2 %

Tab.31 : Qualité d'ajustement du modèle des taux d'intérêt réels dans l'hypothèse d'inflation non constante.

2.2.4. Écart de taux

Dans la littérature financière, les obligations des gouvernements sont considérées comme des titres sans risque. Inversement, toute obligation (à l'exclusion des obligations d'État) présente un risque de l'émetteur, appelé l'écart des taux ou écart de crédit.

Il se définit comme la différence entre le rendement avec risque et sans risque et comporte deux composantes attribuables respectivement au risque de crédit et de liquidité. Dans la pratique, il est très difficile de les estimer séparément.

AMATO et REMOLONA (2003) montrent que les *écarts* de taux sur les titres privés sont souvent plus élevés que ce dont on aurait besoin pour couvrir la perte espérée. Ce constat se justifie par le fait qu'en pratique, pour les investisseurs, les *écarts* des taux doivent servir à couvrir aussi bien la perte espérée que la perte non espérée²⁷³.

Dans la pratique, plusieurs facteurs peuvent influencer l'écart des taux dont le plus important est l'appréciation de la qualité de crédit de l'émetteur, au moyen de sa notation. La meilleure note implique un écart des taux faible.

ANNAERT et CEUSTER (1999) soutiennent que la structure par terme des écarts de taux ne doit pas être nécessairement à pente positive et que diverses formes de cette courbe sont possibles.

De nombreux praticiens s'intéressent aux écarts de taux. Par exemple, les banquiers utilisent ces écarts de taux pour la tarification des prêts dans le but d'atteindre la rentabilité fixée par les actionnaires. Pour le gestionnaire d'un portefeuille des obligations de société, la connaissance de la dynamique des écarts de crédit, est une information cruciale pour la couverture de son portefeuille, à partir des produits dérivés sur les obligations des États.

Dans la pratique, les écarts de taux sont observés sur les obligations de société. Pour les estimer, nous nous référerons à GBONGUE [2016a]. En effet, la construction de la courbe des écarts de taux dépend de l'entrée ou non²⁷⁴ de la variable *écart de taux* (CS)²⁷⁵ dans la modélisation du prix des obligations de société.

Ainsi, deux situations se dégagent. En premier lieu, nous pouvons considérer le CS comme une variable exogène du modèle de prix théorique. Dans ce contexte, la structure par terme

²⁷³ Cette perte provient principalement de la dégradation de la qualité de crédit de l'émetteur.

²⁷⁴ Si l'écart des taux (CS) est exogène au modèle, nous faisons référence à la méthode directe de construction de la courbe des taux des obligations de société. A contrario, s'il est endogène au modèle, il s'agit de la méthode indirecte.

²⁷⁵ La notation CS fait référence au « credit spread ».

des écarts de taux est obtenue par la différence entre la courbe des taux des obligations de société²⁷⁶ et la courbe des taux de l'État.

En second lieu, le CS peut être considéré comme une variable endogène du modèle. Dans ce cas, la structure par terme des écarts de taux est déduite du processus de modélisation du prix des obligations de société.

Dans le contexte de la zone CIPRES, nous nous intéresserons à la seconde approche. Disposant d'un marché financier régional capable de fournir les prix de marché des obligations de société, nous proposons le modèle de prix suivant :

$$\begin{aligned}\hat{P}_k^{corp}(t, \theta) &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} CF_k^{corp}(t, m) \times B^{corp}(t, m) \\ &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} \frac{C^{corp}}{(1+y_m)^m (1+cs_m)^m} + \frac{FV^{corp}}{(1+y_{[\theta]+1})^{[\theta]+1} (1+cs_{[\theta]+1})^{[\theta]+1}} \quad (5.16)\end{aligned}$$

Avec :

C^{corp}, FV^{corp} : Les coupons versés et la valeur nominale des obligations de société.

y_m, cs_m : Les taux d'intérêt nominaux et écarts de taux à la maturité m .

Nous pouvons remarquer que l'écart de taux cs_m est la variable inconnue²⁷⁷ de la fonction mathématique du prix des obligations de société. Elle sera aussi modélisée par le modèle de NELSON SIEGEL (1987). Dans ce modèle, le taux à terme instantané des écarts de taux s'écrit comme suit :

$$f_t^{cs}(m) = \beta_0^{cs} + \beta_1^{cs} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{cs}}\right) + \beta_2^{cs} \left(\frac{m}{\tau_1^{cs}}\right) \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{cs}}\right) \quad (5.17)$$

Nous déduisons une expression fermée des écarts de taux par intégration des taux à terme:

²⁷⁶ Elle est obtenue de manière indépendante, à partir des obligations des entreprises en circulation sur le marché financier régional.

²⁷⁷ Étant donné que la variable y_m provient de la courbe des taux nominaux.

$$\begin{aligned}
R_t^{cs}(m) &= \frac{1}{m} \int_0^m f_t^{cs}(u) du \\
&= \beta_0^{cs} + (\beta_1^{cs} + \beta_2^{cs}) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{cs}}\right)}{\frac{m}{\tau_1^{cs}}} \right] - \beta_2^{cs} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{cs}}\right) \quad (5.18)
\end{aligned}$$

L'utilisation de ce modèle requiert l'estimation d'un vecteur de paramètres contenant quatre variables que sont : $\chi^{cs} = (\beta_0^{cs}, \beta_1^{cs}, \beta_2^{cs}, \tau_1^{cs})$. Dans ce modèle, l'interprétation économique des paramètres est analogue à celles déjà présentées *supra*.

Le processus de calibrage du modèle suit la même logique que ceux des taux réels et nominaux décrits *supra*. Sauf que nous minimisons plutôt les prix des obligations de société, soit :

$$\underset{\beta_0^{cs}, \beta_1^{cs}, \beta_2^{cs}}{\text{Minimiser}} H_3(\hat{P}_{corp}) = \underset{\beta_0^{cs}, \beta_1^{cs}, \beta_2^{cs}}{\text{Minimiser}} \left(\sum_{k=1}^N (P_k^{corp}(t, \theta) - \hat{P}_k^{corp}(t, \theta))^2 \right) \quad (5.19)$$

Le tableau ci-dessous illustre les résultats du calibrage du modèle :

Paramètres	β_0^{cs}	β_1^{cs}	β_2^{cs}	τ_1^{cs}
Valeurs	1,5	-1,2	-1,5	30

Tab.32 : Paramètres estimés du modèle des écarts de taux.

La qualité de ce modèle est consignée dans le tableau ci-dessous :

Statistiques	THEIL U-STATISTIC	MAPE
NELSON SIEGEL	1,5 %	2,5 %

Tab.33 : Qualité d'ajustement du modèle des écarts de taux.

2.2.5. Rendement des actions

Une approche naturelle de projeter le rendement des actions est l'utilisation du modèle de BLACK et SCHOLLES (1973), qui suppose que la dynamique du prix des actions $\{S_t, t \geq 0\}$ suit un mouvement brownien géométrique. Dans ce modèle, la volatilité du prix est constante ce qui, à priori, laisse penser que les mouvements du prix sont indépendants. En Afrique de l'Ouest, ADEOSUN et *al.* [2015] appliquent le modèle de BLACK-SCHOLLES (BS) sur les

données journalières du marché financier nigérian des actions, pour chaque année distincte allant de 1996 à 2014. Ils concluent que ce modèle permet d'appréhender la dynamique du prix des actions. En outre, ils font remarquer que le résultat des prédictions serait meilleur si les paramètres constants du modèle BS étaient stochastiques.

Dans le modèle BS, la dynamique du prix des actions s'écrit comme suit :

$$S_{t+\Delta t} = S_t \times \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}Z\right), t \geq 0. \quad (5.20)$$

En notant par $y_{t+\Delta t} = \log\left(\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t}\right)$, le rendement des actions, alors nous pouvons écrire :

$$y_{t+\Delta t} = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}Z \quad (5.21)$$

Cette expression montre que les rendements des actions sont indépendants dans le modèle BS, ce qui signifie que, les variations des prix sont indépendantes. Le calibrage de ce modèle est relativement simple et les paramètres s'obtiennent par les expressions suivantes :

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{\mu})^2}}{\sqrt{\Delta t}} \quad (5.22)$$

Dans la pratique, nous observons une dépendance entre les rendements des obligations. Cette dépendance s'observe très souvent sur la volatilité des rendements (*cf.* Chand et al. [2012]). Dans la littérature, les modèles célèbres utilisés pour appréhender la dépendance des prix au moyen de la dépendance des rendements et/ou de la volatilité sont les modèles de type ARCH/GARCH (*cf.* ENGLE [1982], BOLLERSLEV [1986], SHERRIS [1997]).

AHLGRIM et al. [2008] rappellent le modèle CAS-SOA pour la modélisation du rendement des actions. Il s'agit du modèle de changement de régime (RSLN : *Regime Switching Log Normal*, *cf.* Hardy [2001]).

Dans ce modèle, la modélisation porte principalement sur l'excès de rendement par un changement de régime. En effet, soit s_t le rendement de l'action à la date t . Ce rendement est la somme du taux d'intérêt réel, de l'inflation²⁷⁸ et de l'excès de rendement x_t :

$$\begin{aligned} s_t &= y_t + x_t \\ &= r_t + q_t + x_t \\ \ln x_t | \rho_t &: N(\mu_{\rho_t}, \sigma_{\rho_t}) \end{aligned} \quad (5.23)$$

ρ_t représente le régime qui dicte la distribution spécifique de x_t . Le modèle de la CAS / SOA utilise deux régimes ($\rho_t = 1$ ou 2).

Plus récemment, un modèle a été proposé par l'académie américaine des actuaires dans lequel le rendement des actions était modélisé par un modèle stochastique à log-volatilité (cf. AHLGRIM et al. [2008]) :

$$\begin{aligned} ds_t &= \mu_t dt + v_t dB_t^s \\ d(\ln v_t) &= \phi[\ln \tau - \ln v_t] dt + \sigma_v dB_t^v \\ \mu_t &= A + Bv_t + Cv_t^2 \end{aligned} \quad (5.24)$$

Chauvin [2006] propose une méthode simple pour calculer le prix des actions. Elle consiste à ajuster les rendements y_t par une distribution probabiliste, soit :

$$S_t = S_0 \times \exp\left(\sum_{i=1}^t y_i\right), \quad t \geq 1. \quad (5.25)$$

Les modèles les plus répandus dans la littérature pour la modélisation des rendements des actions sont les modèles de type ARCH et GARCH et de changement de régime. Par exemple, nous pouvons citer les travaux de JIANG [2012], HARDY [2001], SEN [2004], TILL [2011].

Dans le contexte de la CIPRES, nous nous intéresserons à deux modèles classiques. Le premier est le modèle de Black et Scholes (cf. *supra*) et le second est un modèle stochastique à volatilité, défini comme suit :

²⁷⁸ Cette quantité est représentée par $y_t = r_t + q_t$

$$\begin{aligned}
 ds_t &= \mu_t dt + \sigma_t \varepsilon_t \\
 d \ln \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \ln \sigma_{t-1}^2 \\
 \mu_t &= A + B \mu_{t-1} \\
 \varepsilon_t &: N(0,1)
 \end{aligned}
 \tag{5.26}$$

Sur le marché financier régional (BRVM), nous disposons de deux principaux indices à savoir l'indice BRVM10 et l'indice BRVM composite. Le premier indice traduit l'évolution des dix actions les plus liquides du marché tandis que le second décrit l'évolution de toutes les actions du marché. En outre, il existe des indices sectoriels que sont les indices BRVM industrie, services, finance, transport, agriculture, distribution et autres.

Pour prévoir le rendement de ces deux indices, nous allons, dans un premier temps, modéliser le rendement de l'indice BRVM 10. Dans un second temps, nous déterminerons le rendement de l'indice BRVM composite à travers un modèle linéaire, dans lequel les erreurs seront générées par le biais de la copule de *Clayton*.

Les données²⁷⁹ collectées pour le calibrage de ces modèles portent sur ces deux indices principaux. En clair, il s'agit de l'historique des indices BRVM 10 et composite couvrant la période du 10 /05 / 2002 au 18 / 08 / 2016.

Le calibrage du modèle de Black et Scholes sur les rendements de l'indice BRVM 10 fournit les valeurs des paramètres ci-dessous :

Paramètres	μ^{BS}	σ^{BS}
Valeurs	0,00032	0,198

Tab.34 : Calibrage du modèle de Black et Scholes sur l'historique de l'indice BRVM 10.

En outre, le calibrage du modèle stochastique à volatilité fournit le tableau ci-dessous :

Paramètres	A	B	α_0	α_1
Valeurs	0,00032	0,0243	-0,0048	0,999

Tab.35 : Calibrage du modèle de stochastique à volatilité sur l'historique de l'indice BRVM 10.

Dans la pratique, l'indice BRVM composite est très influencé par l'indice BRVM 10 car ils évoluent le plus souvent dans le *même sens*. Pour prévoir le rendement de l'indice BRVM

²⁷⁹ La base de données comprend les données journalières des indices BRVM 10 et BRVM composite.

composite, nous allons spécifier la relation linéaire existante entre les rendements des deux indices, ce qui aboutit à la modélisation ci-dessous :

$$R_t^C = \phi_0 + \phi_1 R_{t-1}^C + \phi_2 R_t^{10} + \sigma \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t : N(0,1) \quad (5.27)$$

Les erreurs du modèle ε_t suivent une loi normale centrée réduite. Elles s'écrivent de la manière suivante :

$$\varepsilon_t = N^{-1}(u_t) , u_t \in [0,1] \quad (5.28)$$

Le calibrage du modèle linéaire *supra* aboutit au tableau ci-dessous :

Paramètres	ϕ_0	ϕ_1	ϕ_2
Valeurs	0,000158	0,024	0,696

Tab.36 : Calibrage du modèle linéaire entre l'indice BRVM composite et 10.

La qualité d'ajustement du modèle est résumée dans le tableau ci-dessous :

Test	Résultat	Interprétation
R^2 ajusté	0,72	Le pouvoir explicatif du modèle est de 72 %
Fisher	$P < 2,2.10^{-16}$	Le modèle global est significatif
STUDENT (constante)	$P = 0,03578$	La constante est significative
STUDENT (variable 1 ²⁸⁰)	$P = 0,00684$	Le coefficient de la variable 1 est donc significatif
STUDENT (variable 2 ²⁸¹)	$P < 2,2.10^{-16}$	Le coefficient de la variable 2 est donc significatif
Moyenne résidus	$-1,13. 10^{-20}$	La moyenne des résidus est considérée nulle
BREUSCH-GODFREY	$P = 1,88.10^{-10}$	Présence d'auto-corrélation d'ordre $p = 1$
ARCH (1)	$P < 2,2.10^{-16}$	Présence d'hétéroscédasticité d'ordre $q = 1$
JARQUE-BERA	$P < 2,2.10^{-16}$	Hypothèse de normalité des résidus non vérifiée

Tab.37 : Qualité d'ajustement du modèle linéaire entre l'indice BRVM composite et 10.

Par le modèle *supra*, nous pouvons voir que la simulation des rendements de l'indice BRVM composite passe par la simulation des erreurs et particulièrement des nombres uniformes u_t . Pour simuler ces nombres uniformes, nous décidons de tenir compte de la dépendance entre les indices boursiers. En effet, les taux de Kendall et Spearman sont respectivement de 82 % et 93,33 %, ce qui laisse penser à l'existence d'une dépendance entre les indices BRVM 10 et composite. La copule retenue est la copule de Clayton²⁸². Pour calibrer cette copule, nous utilisons la méthode du pseudo-maximum de vraisemblance²⁸³, implémentée dans le package *copula*, sous R. L'application numérique fournit le paramètre suivant : $\theta = 9,088$.

²⁸⁰ Il s'agit du rendement de l'indice BRVM composite à t-1.

²⁸¹ Il s'agit du rendement de l'indice BRVM 10 à t.

²⁸² Pour choisir la copule de Clayton, nous avons testé toutes les copules de la famille archimédienne. Par la suite, le test statistique de Genest a permis de retenir la meilleure copule.

²⁸³ Pour les aspects théoriques de cette méthode, nous renvoyons l'auteur à « Genest, C., Ghoudi, K., et Rivest, L.-P. (1995). A semi parametric estimation procedure of dependence parameters in multivariate families of distributions. *Biometrika* 82, 543–552. »

2.2.6. Rendement de l'immobilier

Dans la zone CIPRES, l'immobilier fait partie des actifs de l'assureur. Dans le cadre de la gestion actif-passif, l'évolution des rendements influence très souvent la stratégie d'allocation. Toutefois, comme souligne FALEH [2011], la projection des rendements de l'immobilier se heurte souvent aux problèmes d'un historique peu profond, d'une liquidité insuffisante et de données confidentielles (cas des fonds de couverture)²⁸⁴.

Dans une perspective de long terme, cet actif est souvent traité avec prudence. En outre, dans le cadre de l'allocation stratégique des actifs d'un régime de retraite en zone CIPRES, l'attention est souvent portée sur les actions, les obligations et le monétaire, ce qui rejoint CAMPBELL et al. [2001]. Cependant, cette situation ne remet pas en cause le potentiel que présentent ces actifs en tant que source de performance et/ou de couverture supplémentaire pour le portefeuille financier de la société ou du fonds de retraite (cf. AHLGRIM et al. [2005]).

Dans la littérature, le rendement de l'immobilier est modélisé selon un modèle de VASICEK [1977]²⁸⁵. Par exemple, AHLGRIM et al. [2005] proposent deux modèles séparés d'ORNSTEIN-UHLENBECK dont le premier contient le niveau de l'inflation et le second n'en contient pas. Par ce choix, ils espèrent fournir un pouvoir prédictif additionnel des rendements de l'immobilier mais constatent des résultats quasiment identiques.

Dans le contexte de la zone CIPRES, nous décidons de modéliser la dynamique des rendements de l'immobilier par le second modèle d' AHLGRIM et al. (2005), soit :

$$dre_i = \kappa_{re} (\mu_{re} - re_i) dt + \sigma_{re} dB_{re} \quad (5.29)$$

κ_{re} : La vitesse de retour à la moyenne.

μ_{re} : Le rendement moyen de l'immobilier.

σ_{re} : L'écart-type de l'erreur.

²⁸⁴ Cette situation est identique à ce qui est observée dans la zone CIPRES

²⁸⁵ L'équivalent de Hull et White [1990] avec un seul facteur : le taux court

Pour calibrer ce modèle, nous avons opté pour une méthode experte afin de refléter au mieux la réalité. Dans IACUS [2008], nous pouvons voir que si $\{X_t, t \geq 0\}$ suit le processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK et s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} dX_t &= (\theta_1 - \theta_2 X_t) dt + \theta_3 dW_t, \quad X_0 = x_0. \\ &= \theta_2 \left(\frac{\theta_1}{\theta_2} - X_t \right) dt + \theta_3 dW_t, \quad X_0 = x_0. \end{aligned}$$

Alors pour tout $t \geq 0$, ce processus possède une densité conditionnelle dont l'espérance et la variance prennent la forme suivante :

$$\begin{aligned} E_\theta(X_t | X_0 = x_0) &= \frac{\theta_1}{\theta_2} + \left(x_0 - \frac{\theta_1}{\theta_2} \right) e^{-\theta_2 t} \\ \text{Var}_\theta(X_t | X_0 = x_0) &= \frac{\theta_3^2 (1 - e^{-2\theta_2 t})}{2\theta_2} \end{aligned} \quad (5.30)$$

En posant simplement que $\kappa_{re} = \theta_2$ et $\mu_{re} = \frac{\theta_1}{\theta_2}$, nous pouvons déduire l'espérance et la variance conditionnelles de l'immobilier :

$$\begin{aligned} E_\theta(re_t | re_0) &= \mu_{re} + (re_0 - \mu_{re}) e^{-\kappa_{re} t} \\ \text{Var}_\theta(re_t | re_0) &= \frac{\sigma_{re}^2 (1 - e^{-2\kappa_{re} t})}{2\kappa_{re}} \end{aligned} \quad (5.31)$$

Ces expressions nous permettront de calibrer le modèle de l'immobilier *via* un avis d'expert et de déterminer les paramètres inconnus à savoir la vitesse de retour à la moyenne et la volatilité :

$$\kappa_{re} = -\frac{1}{t} \log \left(\frac{E_\theta(re_t | re_0) - \mu_{re}}{re_0 - \mu_{re}} \right) \quad (5.32)$$

$$\sigma_{re} = \sqrt{\frac{\text{Var}_\theta(re_t | re_0) \times 2\kappa_{re}}{1 - e^{-2\kappa_{re} t}}} \quad (5.33)$$

Le tableau ci-dessous résume les valeurs obtenues à partir de la méthode experte :

Paramètres	Intitulé	Valeurs
κ_{re}	Vitesse de retour à la moyenne	0,693
μ_{re}	Taux de rendement moyen de l'immobilier	0,15
$\hat{\sigma}_{re}$	Écart type de l'erreur	0,068

Tab.38 : Calibrage du modèle de l'immobilier par l'approche experte.

2.2.7. Rendement du monétaire

Le monétaire est considéré comme un actif sans risque. Dans la pratique, nous l'assimilons aux dépôts à terme (DAT) des banques commerciales. Dans la zone CIPRES, le taux de rémunération de ces dépôts est déduit de la négociation entre le client et la banque. Toutefois, il est supérieur au taux de rémunération de l'épargne, qui est de 3,5 %. Au regard de ce qui précède, nous pouvons naturellement supposer dans notre étude que le rendement du monétaire correspond au taux à un an r observé sur la courbe des taux nominaux de la zone CIPRES. Soit M_t le monétaire à la date t . Sa dynamique est décrite de la manière suivante :

$$\frac{dM_t}{M_t} = r dt \quad (5.34)$$

ce qui conduit à :

$$M_{t+\Delta t} = M_t \exp(r\Delta t) \quad (5.35)$$

2.2.8. Rendement des obligations de société

Dans la littérature (*cf.* STANDER [2005]), il existe deux principales méthodes pour estimer le rendement des obligations de société. En premier lieu, il s'agit de la méthode dite indirecte qui consiste à déduire le rendement des obligations de société à partir de la somme des *écarts* des taux et des taux nominaux²⁸⁶. Dans ce contexte, la détermination des *écarts* des taux s'apparente à la seconde méthode retenue dans la sous-sous-section 2.2.4.

²⁸⁶ Ces taux nominaux proviennent de la courbe des taux sans risque.

En second lieu, la méthode est dite directe car elle consiste à estimer directement une courbe des taux des entreprises sans expressément faire référence aux écarts des taux. Dans ce contexte, la courbe des taux des entreprises est construite de la même manière que la courbe des taux sans risque.

Pour déterminer cette courbe, nous utiliserons le modèle de NELSON SIEGEL (1987) dans un souci d'harmonisation, dont le taux à terme instantané suit la dynamique suivante :

$$f_t^{ent}(m) = \beta_0^{ent} + \beta_1^{ent} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{ent}}\right) + \beta_2^{ent} \left(\frac{m}{\tau_1^{ent}}\right) \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{ent}}\right) \quad (5.36)$$

Les rendements des obligations *de société* sont déduits de :

$$\begin{aligned} R_t^{ent}(m) &= \frac{1}{m} \int_0^m f_t^{ent}(u) du \\ &= \beta_0^{ent} + (\beta_1^{ent} + \beta_2^{ent}) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{ent}}\right)}{\frac{m}{\tau_1^{ent}}} \right] - \beta_2^{ent} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^{ent}}\right) \end{aligned} \quad (5.37)$$

Les paramètres à estimer sont représentés par le vecteur $\chi^{ent} = (\beta_0^{ent}, \beta_1^{ent}, \beta_2^{ent}, \tau_1^{ent})$ et sont obtenus en minimisant l'écart au carré entre les prix des entreprises théorique et observé :

$$\underset{\beta_0^{ent}, \beta_1^{ent}, \beta_2^{ent}}{\text{Minimiser}} H_4(\hat{P}_{corp}) = \underset{\beta_0^{ent}, \beta_1^{ent}, \beta_2^{ent}}{\text{Minimiser}} \left(\sum_{k=1}^N (P_{corp}^k(t, \theta) - \hat{P}_{corp}^k(t, \theta))^2 \right) \quad (5.38)$$

Les données utilisées pour le calibrage de ce modèle sont les obligations des entreprises en circulation au 24 /10/ 2016. L'application numérique nous donne les valeurs de 7, -3,5, -0,0215 et 2,5 respectivement pour β_0^{ent} , β_1^{ent} , β_2^{ent} et τ_1^{ent} . En outre, la qualité d'ajustement du modèle fournit les valeurs de 1,6 % et 2,8 % respectivement pour la THEIL-U-STATISTIC et la MAPE.

3. Génération de trajectoires des variables et extension du GSE

Dans cette section, nous allons analyser, dans un premier temps, les scénarios économiques qui découlent des modèles présentés dans la section précédente. Si une structure du GSE a été proposée *supra*, en outre, certaines variables n'ont pu être modélisées par manque de données. Dans ce contexte, les modèles du GSE déjà proposés pourront être, dans un second temps, étendus aux modèles du chômage, de la croissance et du taux de change, que nous aborderons dans la sous-section 3.2.

3.1. Génération de trajectoires

La génération de trajectoires des variables du GSE est un exercice assez délicat. En ce qui concerne l'inflation, sa projection doit aussi tenir compte de l'avis des experts. Dans ce contexte, nous avons procédé à la simulation du modèle OU²⁸⁷ sur un horizon de treize ans, conditionnellement à l'information donnée par l'autorité monétaire « le taux d'inflation en moyenne pour l'ensemble de l'union resterait modéré en 2016 et 2017. Sur la base des estimations réalisées, il se situerait à 1,1 % en 2016, proche du niveau de 2015, avant de s'accélérer pour atteindre 1,7 % en 2017 ». Tenant compte de cette information, nous aboutissons à la trajectoire de l'inflation suivante :

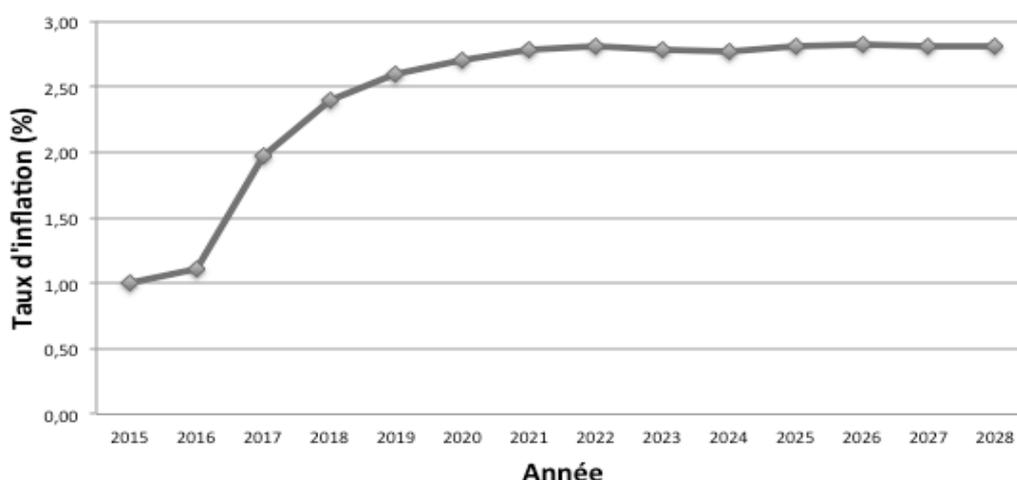


Fig. 47 : Évolution probable de l'inflation sur la période 2016-2028

Sur le graphique, nous pouvons observer que l'inflation ne s'écarte pas de son objectif cible²⁸⁸ sur la période 2016-2028 conditionnellement à l'information disponible²⁸⁹.

²⁸⁷ Un million de trajectoires ont été générées sur un horizon de treize ans.

²⁸⁸ Objectif cible : 2 % +/- 1 %

²⁸⁹ L'information disponible représente des indications formulées par l'autorité monétaire sur la trajectoire future de l'inflation.

En outre, les taux d'intérêt nominaux sont appréhendés par la construction de la courbe des taux nominaux. Cette courbe est croissante²⁹⁰ au 24 /10/ 2016, ce qui est en accord avec la théorie des anticipations (*cf.* HICKS [1946]), et converge naturellement vers 6,2 %. Le graphique ci-dessous illustre l'évolution des taux d'intérêt nominaux :

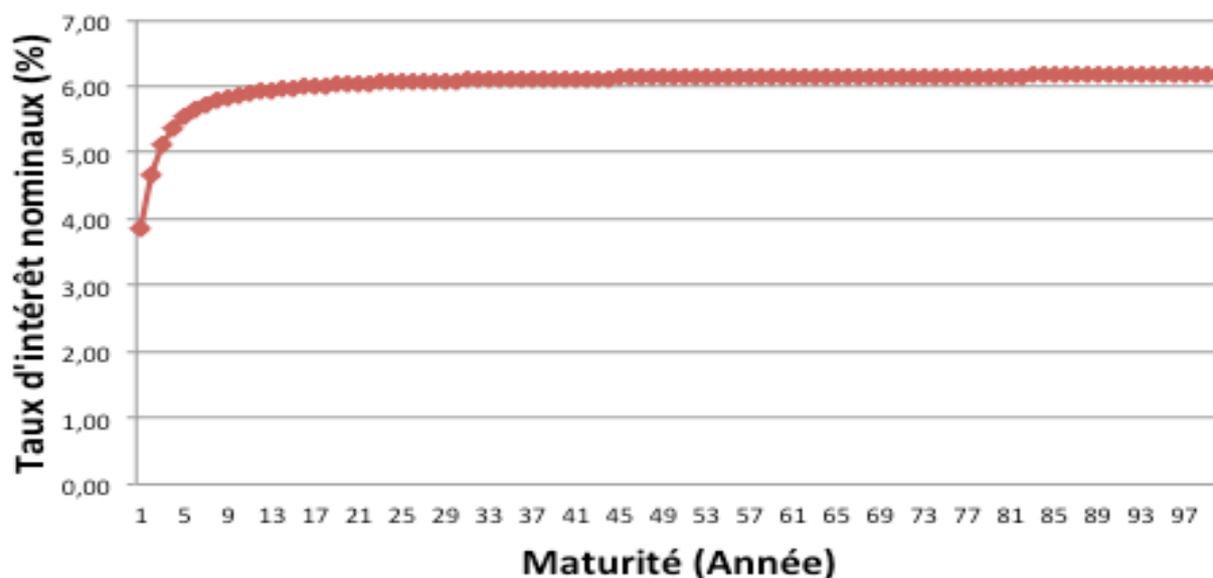


Fig. 48 : Allure de la courbe des taux nominaux au 24 /10/2016.

Les taux d'intérêt réels proviennent de la connaissance des taux d'intérêt nominaux et de l'inflation anticipée. Dans l'hypothèse d'une inflation constante à 2 % au cours de la durée de vie des obligations des États en circulation sur la BRVM, nous aboutissons à la courbe des taux réels qui converge vers 4,2 %. En outre, si l'inflation est supposée non constante sur toute la durée de vie des obligations, nous obtenons aussi une courbe des taux réels convergeant aussi vers 4,2 %. Toutefois, la première courbe (en bleu) est au-dessus de la seconde courbe (en rouge) comme l'illustre le graphique suivant :

²⁹⁰ La pente de la courbe des taux nominaux est positive.

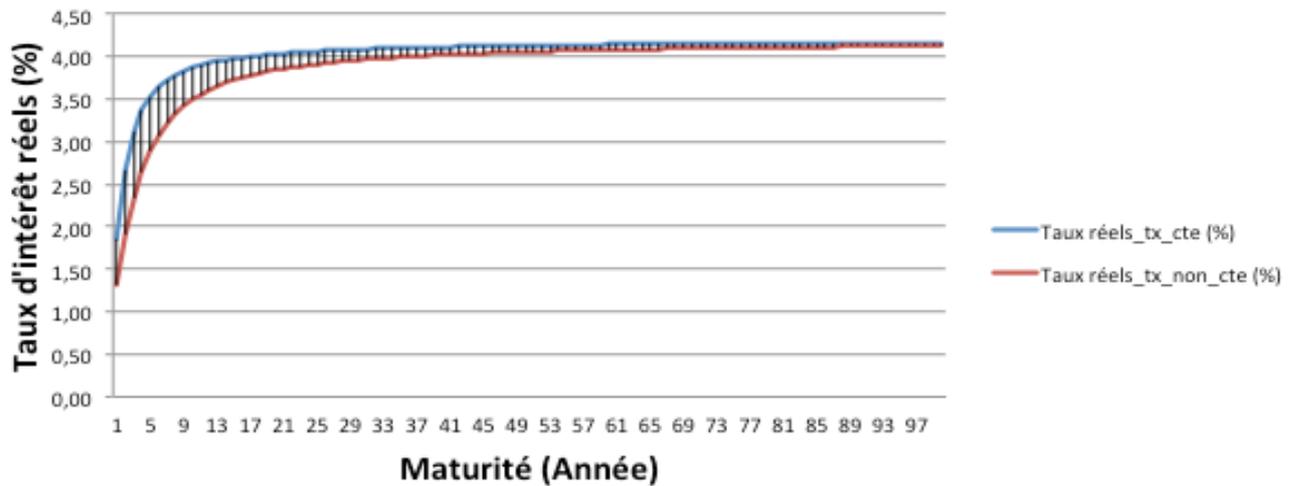


Fig. 49 : Analyse comparative des taux d'intérêt réels dans l'hypothèse d'inflation constante et non constante

Les *écarts* de taux reflètent la prime de risque de l'émetteur. Dans le cadre des entreprises, la courbe des écarts de taux (issue de la méthode indirecte) décroît légèrement entre les maturités 1 à 8 ans. En outre, elle est croissante dès la maturité 9 ans et converge par la suite vers 1,5 %. Le graphique ci-dessous illustre cette assertion :

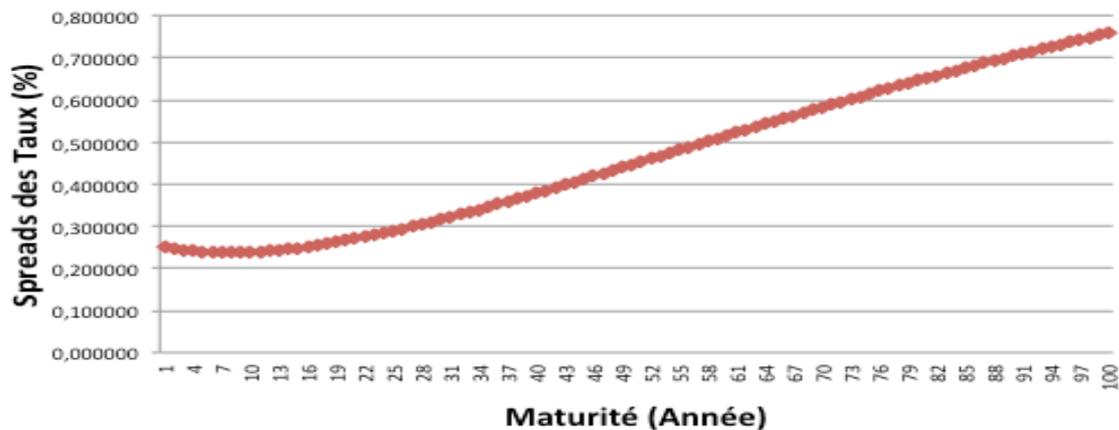


Fig. 50 : Allure de la courbe des écarts de taux issue de la méthode indirecte au 24/10/2016.

En outre, comme nous le soulignons plus haut, les *écarts* de taux peuvent aussi être obtenus par la méthode directe. Pour illustrer simultanément ces deux méthodes, nous les représenterons par le graphique ci-dessous :

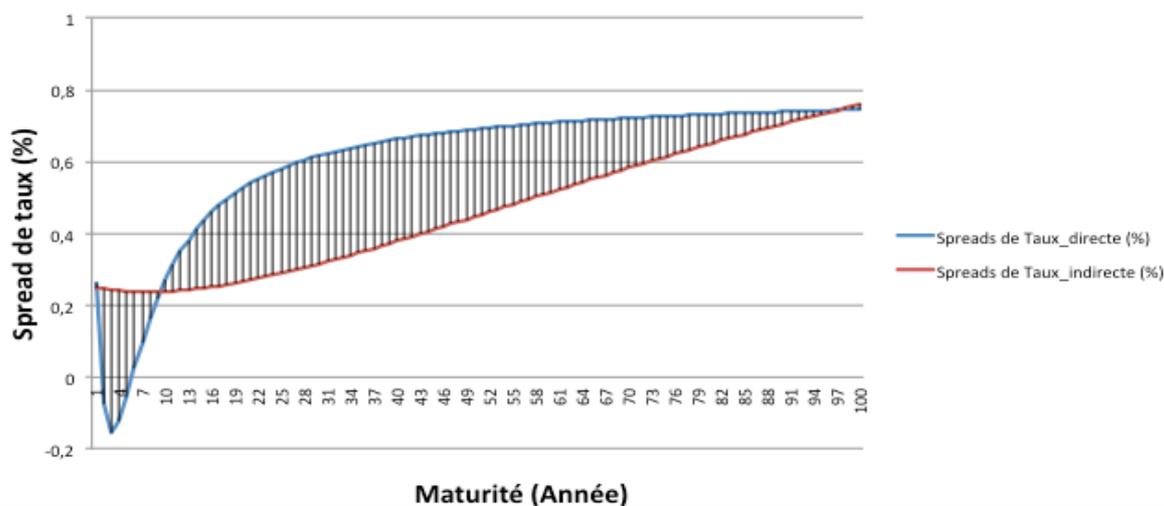


Fig. 51 : Comparaison des écarts de taux issus des méthodes directe et indirecte

Nous observons sur le graphique ci-dessous un comportement différent de la courbe des écarts de taux. Cette différence s'explique naturellement par le choix de la méthode de calcul. En pratique, il est très difficile de déterminer les écarts de taux par la méthode directe. De plus, elle ne répond à aucune logique financière, qui suppose que les taux sans risque sont une composante des rendements des sociétés en ce sens qu'ils participent à sa détermination. Ainsi, nous recommandons fortement l'utilisation de la méthode indirecte dans la détermination des écarts de taux. Dans notre contexte, la courbe des écarts des taux à considérer, est celle représentée en rouge sur le graphique *supra*.

Au regard de ce qui précède, nous pouvons déduire le rendement des obligations des entreprises à partir des méthodes directe et indirecte. Rappelons que ces rendements s'obtiennent, de manière directe ou en sommant par maturité, les taux sans risque et les écarts de taux (méthode indirecte).

Nous pouvons voir qu'ils convergent vers 7%. Si nous représentons l'évolution des rendements des sociétés sous diverses méthodes afin d'appréhender leurs différences, en revanche, la courbe à retenir dans notre cas, est celle de couleur rouge, comme l'illustre le graphique ci-dessous :

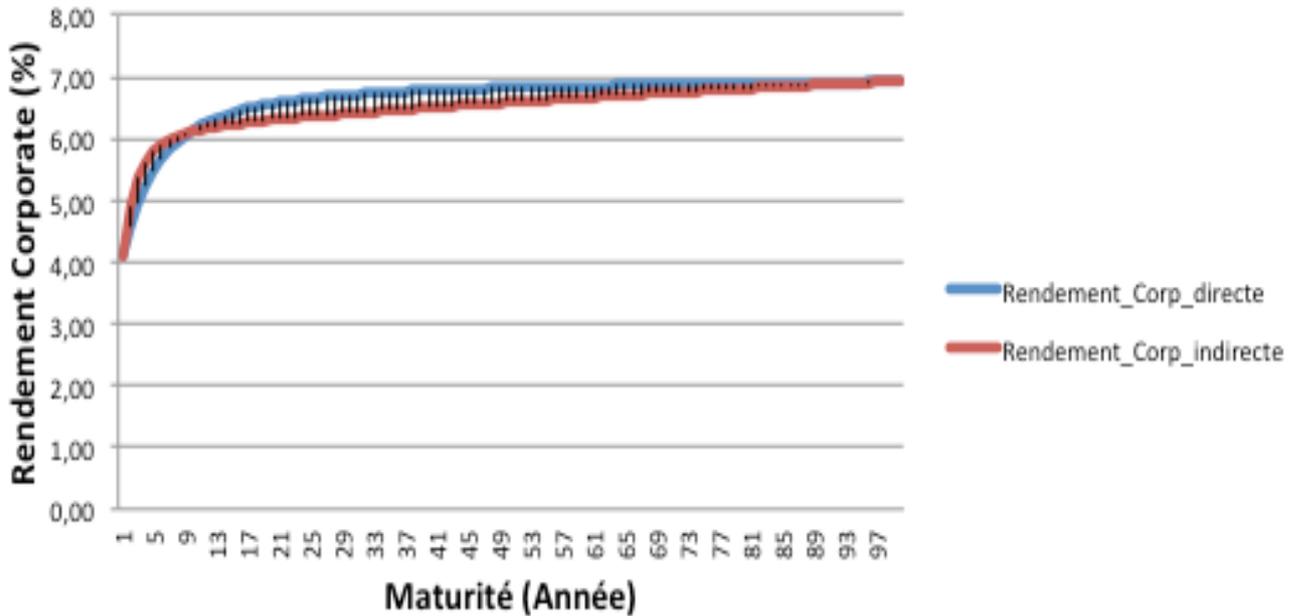


Fig. 52 : Comparaison des rendements des obligations issus des méthodes directe et indirecte

En ce qui concerne l'immobilier, le calibrage a nécessité l'utilisation de la méthode experte. En prenant comme rendement initial $re_0 = 10\%$, nous pouvons simuler la trajectoire du rendement de l'immobilier à partir du modèle OU. Le graphique ci-dessous illustre le résultat moyen obtenu à partir d'un *million* de simulations :

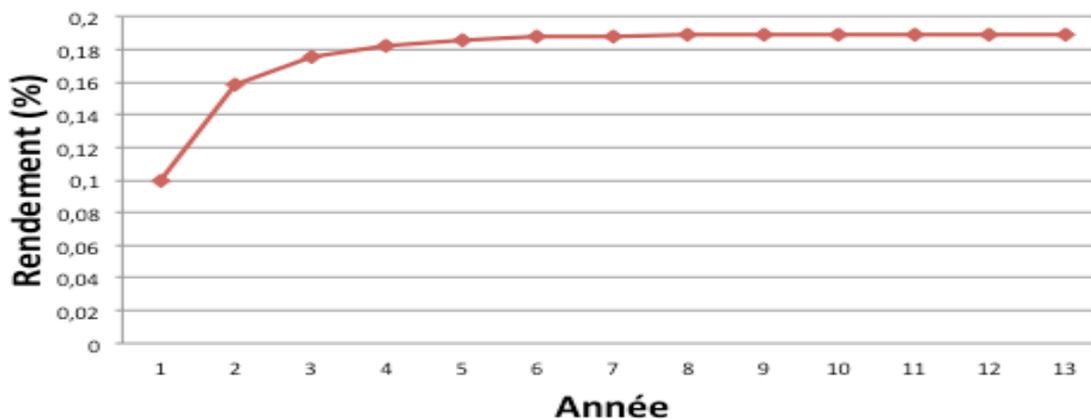


Fig. 53 : Évolution probable du rendement de l'immobilier sur la période 2016-2028

En ce qui concerne la modélisation des actions, nous nous sommes intéressés à la modélisation des deux principaux indices financiers de la BRVM en l'occurrence les indices BRVM 10 et BRVM composite. Au lieu de développer deux modèles stochastiques afin d'appréhender de manière indépendante la dynamique de ces deux indices, nous avons opté

pour la modélisation de l'indice BRVM 10 à partir des modèles de Black et Scholes et stochastique à volatilité. Par la suite, il s'agira de déduire l'indice BRVM composite par la relation existante avec l'indice BRVM 10. Le graphique ci-dessous décrit la dynamique des deux indices sur 100 jours dans le modèle de Black et Scholes :

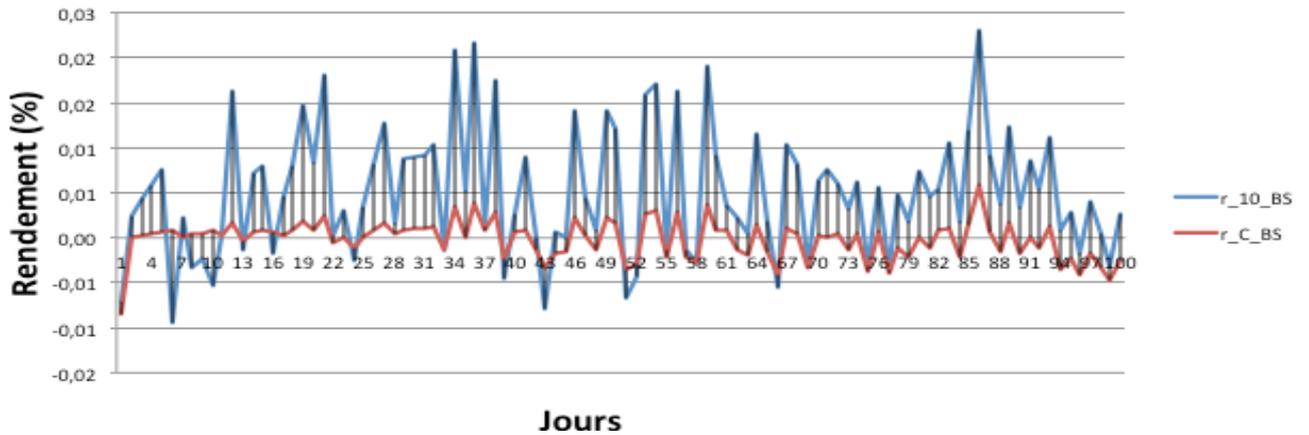


Fig. 54 : Évolution des indices BRVM 10 et composite dans le modèle de Black et Scholes

En outre, nous pouvons déduire de la même manière la dynamique des deux indices dans le modèle stochastique à volatilité présenté plus haut. Le graphique ci-dessous illustre cette évolution :

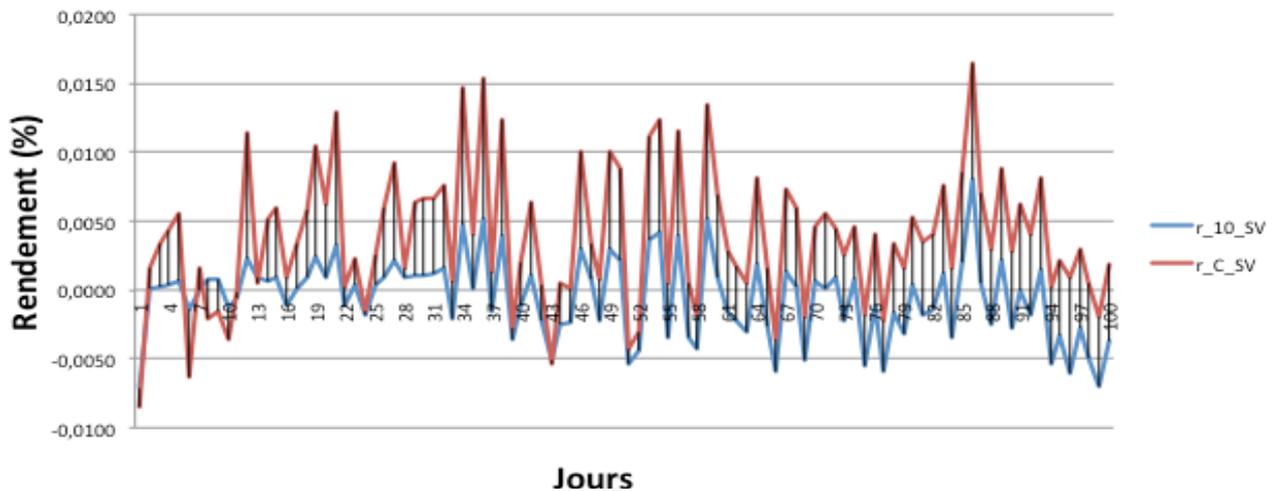


Fig. 55 : Évolution des indices BRVM 10 et composite dans le modèle stochastique à volatilité.

3.2. Proposition d'une extension du GSE

La progression des besoins des professionnels de l'actuariat dans la zone CIPRES entraînera une extension du GSE réellement proposé. Les variables qui pourront principalement être intégrées sont les taux de chômage, de croissance et de change.

3.2.1. Taux de chômage

Le taux de chômage mesure la proportion des chômeurs dans la population active. Il s'agit d'un indicateur important dans l'appréciation de la performance d'une économie. Dans le contexte des régimes de retraite de la zone CIPRES, cet indicateur impacte le ratio de dépendance et donc la stabilité des régimes sur le long terme, basées sur un modèle de retraite à prestations définies financées par répartition (*cf.* GBONGUE et *al.* [2015d]). Par conséquent, le pilotage technique de ces régimes requiert d'appréhender la dynamique de ce facteur de risque. Le constat est que de nombreux régimes de retraite des pays de la zone CIPRES ont été déficitaires avant leurs réformes paramétriques dont l'une des causes est un niveau élevé du chômage.

AHLGRIM et *al.* (2005) proposent de modéliser le taux de chômage u_t en utilisant naturellement la courbe de Philips, qui décrit une relation inverse entre le chômage et l'inflation. Le modèle proposé est une version modifiée du processus OU, soit :

$$du_t = \kappa_u (\mu_u - u_t) dt + \alpha_u dq_t + \sigma_u dB_u \quad (5.39)$$

Les paramètres à estimer dans ce modèle sont : la vitesse de retour (κ_u), le taux moyen (μ_u) et la volatilité (σ_u) du chômage. Le calibrage de ce modèle requiert un historique des taux de chômage et d'inflation. À ce stade, nous ne disposons pas d'un historique profond pour l'utilisation de ce modèle. En outre, ce modèle pourra être testé dans les prochaines années.

3.2.2. Taux de croissance

Une approche naturelle d'appréhender la dynamique du taux de croissance est d'utiliser un modèle stochastique. En premier lieu, il s'agira de disposer d'un historique du produit intérieur brut (PIB) nominal ou réel, selon notre besoin. En second lieu, il s'agira de spécifier la variable suivante :

$$r_t^{PIB} = \log\left(\frac{PIB_t}{PIB_{t-1}}\right) \quad (5.40)$$

Un modèle candidat pour modéliser la variable r_t^{PIB} est le processus d'ORNSTEIN Uhlenbeck (OU) que nous pouvons spécifier sous la forme suivante :

$$dr_t^{PIB} = \kappa_{r^{PIB}} (\mu_{r^{PIB}} - r_t^{PIB}) dt + \sigma_{r^{PIB}} dB_{r^{PIB}} \quad (5.41)$$

Les paramètres à estimer dans ce modèle sont : la vitesse de retour ($\kappa_{r^{PIB}}$), le taux moyen ($\mu_{r^{PIB}}$) et la volatilité ($\sigma_{r^{PIB}}$) du taux de croissance.

Ce modèle peut être amélioré à partir des études précédentes (*cf.* HAMORI [2000], Ho et TSUI [2003], FOUNTAS *et al.* [2004], etc.), qui révèlent la présence d'une forte volatilité parmi les taux de croissance.

Dans ce contexte, la volatilité du processus OU *supra* sera remplacée par une volatilité temporelle $\sigma_t^{r^{PIB}}$. Les paramètres de la dynamique de cette volatilité seront estimés par un modèle provenant de la famille des ARCH/GARCH.

Une seconde approche de modéliser les taux de croissance (r_t^{PIB}) est d'utiliser la loi d'OKUN qui suppose que la dynamique du taux de croissance dépend linéairement de la variation du taux de chômage u_t . En nous inspirant du modèle proposé par AHLGRIM *et al.* (2005), nous pouvons écrire que :

$$dr_t^{PIB} = \kappa_{r^{PIB}} (\mu_{r^{PIB}} - r_t^{PIB}) dt + \alpha_{r^{PIB}} du_t + \sigma_{r^{PIB}} dB_{r^{PIB}} \quad (5.42)$$

3.2.3. Taux de change

Dans quelques années, la modélisation des taux de change deviendra une problématique importante pour les professionnels de la zone CIMA. Par exemple, si la réglementation actuelle régle l'allocation des actifs, alors nous ne serons pas surpris de voir une évolution de cette réglementation afin de maximiser le rendement du portefeuille.

Dans le contexte de l'assurance, des lois sont étudiées afin de permettre aux assureurs de placer leurs liquidités sur tous les marchés financiers de la CIMA pour accroître la rentabilité de leurs portefeuilles.

Afin d'améliorer la solvabilité des compagnies d'assurance de la zone CIMA, le régulateur pourrait, par la suite, leur permettre de placer leurs liquidités à des rendements supérieurs hors de la CIMA. Dans ce contexte, le GSE qui sera développé par ces professionnels, devra tenir compte du risque de change.

Dans la littérature, la modélisation des taux de change se fait au moyen des modèles qui tiennent compte du caractère « *stochastique* » de la volatilité. Par exemple, DUKICH et *al.* [2000] évaluent la performance du modèle GARCH dans la modélisation des taux de change (GBP/USD, JPY/USD, EUR/USD) journaliers.

Dans le contexte de la zone CIPRES, nous proposons d'utiliser le processus d'ORNSTEIN Uhlenbeck, dans lequel la volatilité est temporelle. Si M/CFA désigne la parité entre la devise étrangère M et le FCFA. Nous posons :

$$r_t^{cours^{M/CFA}} = \log \left(\frac{Cours_t^{M/CFA}}{Cours_{t-1}^{M/CFA}} \right) \quad (5.43)$$

Le modèle proposé est simple et les paramètres se déduisent après la discrétisation du processus, soit :

$$dr_t^{cours^{M/CFA}} = \kappa_{r^{cours^{M/CFA}}} \left(\mu_{r^{cours^{M/CFA}}} - r_t^{cours^{M/CFA}} \right) dt + \sigma_t^{cours^{M/CFA}} dB_{cours^{M/CFA}} \quad (5.44)$$

Les paramètres à estimer dans ce modèle sont : la vitesse de retour ($\kappa_{r^{cours^{M/CFA}}}$), le taux moyen ($\mu_{r^{cours^{M/CFA}}}$) et la volatilité temporelle ($\sigma_t^{cours^{M/CFA}}$) du taux de change.

Une panoplie de modèles candidats existe pour la volatilité temporelle $\sigma_t^{cours^{M/CFA}}$. En outre, le modèle souvent utilisé est le modèle de BOLLERSLEV (1986), soit le modèle GARCH (1,1) :

$$\left(\sigma_t^{cours^{M/CFA}} \right)^2 = \omega + \gamma_1 \left(\sigma_{t-1}^{cours^{M/CFA}} \right)^2 + \gamma_2 \left(\varepsilon_{t-1} \sigma_{t-1}^{cours^{M/CFA}} \right)^2 \quad (5.45)$$

4. Application du GSE ²⁹¹

Une application intéressante de la courbe des taux est l'analyse du risque de défaut implicite des États de la zone CIPRES. En effet, nous constatons que ces pays n'arrivent pas très souvent à financer leurs économies à partir des taux sans risque, ce qui pousse leurs gouvernements à aborder très souvent la question du coût de financement élevé des emprunts. Nous pensons que cette situation peut s'expliquer dans un premier temps par l'inexistence d'une courbe des taux de référence. Dans un second temps, elle peut traduire la présence d'un risque de défaut implicite des investisseurs, qui influence la détermination du taux d'émission dans le processus de structuration de la dette.

Nous pensons que la présence d'un risque de défaut implicite des investisseurs est réelle au regard de l'avis des experts²⁹². Pour preuve, le constat est que des émetteurs, autres que les États, comme la Banque Ouest Africaine de Développement et la Caisse Régionale de Refinancement Hypothécaire de l'UEMOA parviennent à lever des ressources au taux sans risque sur le marché financier régional.

Dans cette section, nous présenterons la méthodologie utilisée pour quantifier ce risque de défaut implicite. L'application numérique se fera sur les obligations des États en circulation sur la bourse régionale des valeurs mobilières au 24/10/2016.

4.1. Méthodologie

Notre objectif est de construire une structure par terme des probabilités de défaut implicite. De manière intuitive, il s'agira de modéliser les probabilités de défaut implicite par un modèle paramétrique.

MERRICK (2001) estime le taux de recouvrement implicite de la Russie et constate qu'il chute de 27 % à 10 % en 1998. En outre, celui de l'Argentine est relativement stable et se situe autour de 50 % chaque période.

Pour construire la courbe des probabilités de défaut implicite, nous pouvons distinguer deux approches. La première approche (naturelle) de construction de cette courbe est de supposer le taux de recouvrement connu et d'estimer par la suite les probabilités de défaut (*cf.* ELTON et *al.* [2003]). En outre, la seconde approche consiste à traiter le taux de recouvrement et les

²⁹¹ Cette section utilise les notations introduites par VRUGT (2010).

²⁹² Certains investisseurs interrogés disent préférer les obligations de la banque ouest africaine de développement que celles des États. Ces choix prouvent l'existence d'un risque de défaut implicite des pays de la zone CIPRES.

paramètres du modèle (des probabilités de défaut) comme des variables inconnues. Cette dernière hypothèse se situe dans la lignée des travaux de MERRICK (2001,2005), que nous avons retenus dans ce chapitre.

Notons par $\pi_t(m)$, la structure par terme des probabilités de défaut implicite (pour les maturités m). Dans la lignée de MERRICK (2005), VRUGT (2010) suggère une *paramétrisation* flexible de $\pi_t(m)$ et propose la forme suivante :

$$\pi_t(m) = \alpha + \beta \frac{(1 - e^{-m})}{m} \quad (5.46)$$

Le paramètre α représente la probabilité de défaut à l'infini. En outre, $\alpha + \beta$ correspond à la probabilité de défaut instantanée, ce qui implique que ce modèle doit respecter les contraintes suivantes : $\alpha > 0$ et $\alpha + \beta > 0$. Dans le contexte de la zone CIPRES, ce modèle est sous-paramétré et ne permet pas un meilleur ajustement des prix des obligations des États. Dans ce contexte, nous décidons d'accroître le nombre de paramètres de notre modèle en suggérant l'utilisation du modèle de Nelson Siegel (1987). Ainsi, nous pourrions écrire la fonction $\pi_t(m)$ comme suit :

$$\pi_t(m) = \beta_0^\pi + (\beta_1^\pi + \beta_2^\pi) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^\pi}\right)}{\frac{m}{\tau_1^\pi}} \right] - \beta_2^\pi \exp\left(-\frac{m}{\tau_1^\pi}\right) \quad (5.47)$$

Nous déduisons la formulation mathématique de la fonction de survie $S_t(m)$:

$$S_t(m) = \prod_{j=1}^m (1 - \pi_t(j)) \quad (5.48)$$

que nous pouvons naturellement simplifier par :

$$S_t(m) = (1 - \pi_t(m))^m \quad (5.49)$$

Au regard de ce qui précède, nous pouvons déterminer la fonction prix théorique à minimiser dans l'hypothèse de l'existence d'une probabilité de défaut implicite. Cette fonction s'écrit comme suit :

$$\hat{P}^k(t, \theta) = \sum_{m=1}^{[\theta]+1} \left\{ [CF_t^k(m) \times S_t(m)] + [RV \times S_t(m-1) \times \pi_t(m)] \right\} \times B_t(m) \quad (5.50)$$

Notons que RV représente le taux de recouvrement. La détermination des paramètres de la fonction de probabilité $\pi_t(m)$ et du taux de recouvrement s'obtient en minimisant l'écart au carré entre les prix théorique et observé, soit :

$$\underset{\beta_0^\alpha, \beta_1^\alpha, \beta_2^\alpha, \tau_1^\alpha, RV}{\text{Minimiser}} H_1(\hat{P}) = \underset{\beta_0^\alpha, \beta_1^\alpha, \beta_2^\alpha, \tau_1^\alpha, RV}{\text{Minimiser}} \left(\sum_{k=1}^N (P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta))^2 \right) \quad (5.51)$$

4.2. Application numérique

Avant de présenter les résultats du calibrage du modèle de Nelson Siegel (1987), nous allons présenter les raisons qui nous ont amenés à ne pas utiliser le modèle de VRUGT (2010) pour modéliser $\pi_t(m)$. En effet, le calibrage de ce modèle conduit aux résultats suivants :

Paramètres	α	β	RV
Valeurs	0,93	14,57	63

Tab.39 : Calibrage du modèle de VRUGT (2010)

Le tableau ci-dessous révèle un meilleur ajustement du prix des obligations d'État :

Statistiques	THEIL U-STATISTIC	MAPE
NELSON SIEGEL	0,84 %	1,43 %

Tab.40 : Qualité d'ajustement du modèle de VRUGT (2010)

En outre, la structure par terme des probabilités de défaut obtenue à partir du modèle de VRUGT (2010) est inversée, ce qui signifie que les probabilités de défaut de court terme sont supérieures à celles de long terme. Cette situation ne reflète pas la réalité du contexte de la zone CIPRES, au regard de l'allure de la courbe des taux nominaux.

Ainsi, pour contourner ce problème, nous décidons d'étendre le nombre de paramètres de notre modèle en appliquant le modèle de Nelson Siegel décrit dans la sous-section précédente sur les obligations d'État en circulation sur la bourse régionale des valeurs mobilières au 24/10/2016. Le tableau ci-dessous illustre les résultats du calibrage de $\pi_t(m)$:

Paramètres	β_0^π	β_1^π	β_2^π	τ_1^π	RV
Valeurs	13	-13	-13	30	52

Tab.41 : Calibrage de la version modifiée du modèle de VRUGT dans le contexte des États

Pour évaluer la qualité d'ajustement du modèle de Nelson Siegel, nous calculons aussi deux indicateurs à savoir la Theil-U-Statistic et la MAPE. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Statistiques	THEIL U-STATISTIC	MAPE
NELSON SIEGEL	1,07 %	1,72 %

Tab.42 : Qualité d'ajustement de la version modifiée du modèle de VRUGT dans le contexte des États

4.3. Représentation graphique

Nous pouvons remarquer sur le graphique ci-dessous que les probabilités de défaut implicites issues du modèle de VRUGT (2010) sont décroissantes en fonction de la maturité. En outre, celles issues du modèle de Nelson Siegel sont croissantes, qui à notre avis, est cohérent avec le contexte de la zone CIPRES :

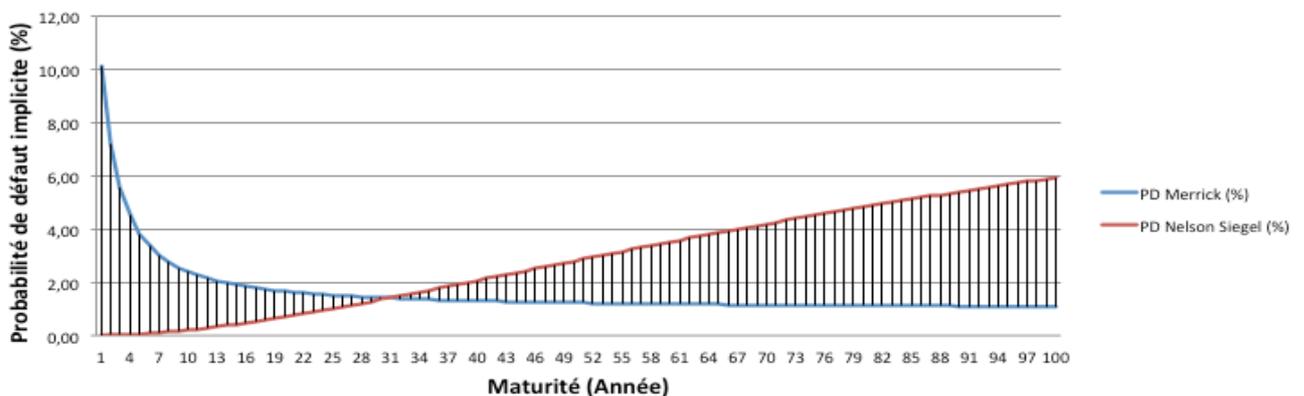


Fig. 56 : Analyse comparative des probabilités de défauts implicites au 24 /10/ 2016.

Cette différence observée sur le graphique ci-dessous peut s'expliquer par le fait que le modèle de VRUGT (2010) est sous-paramétré²⁹³ ce qui rend difficile l'ajustement du modèle sur les données de la zone CIPRES. En pratique, plusieurs tests ont été menés mais les résultats étaient décevants. Pour contourner ce problème, nous avons suggéré le modèle de

²⁹³seulement deux paramètres.

Nelson Siegel, qui contient quatre paramètres, permettant ainsi un meilleur ajustement sur les données de la zone CIPRES. Si ce modèle n'a pas été proposé à ma connaissance pour la détermination des probabilités de défaut implicites, en revanche, nous recommandons l'utilisation de ce modèle dans le contexte de la zone CIPRES.

À partir de ces probabilités de défaut implicites et des taux de recouvrement provenant des deux modèles, nous pouvons déduire l'évolution des *écarts* de taux implicite par la relation suivante :

$$\text{Ecart de taux} = PD \times (1 - RV) \quad (5.52)$$

PD représente la probabilité de défaut. Le graphique ci-dessous illustre le comportement des écarts de taux implicites issus des deux modèles *supra* :

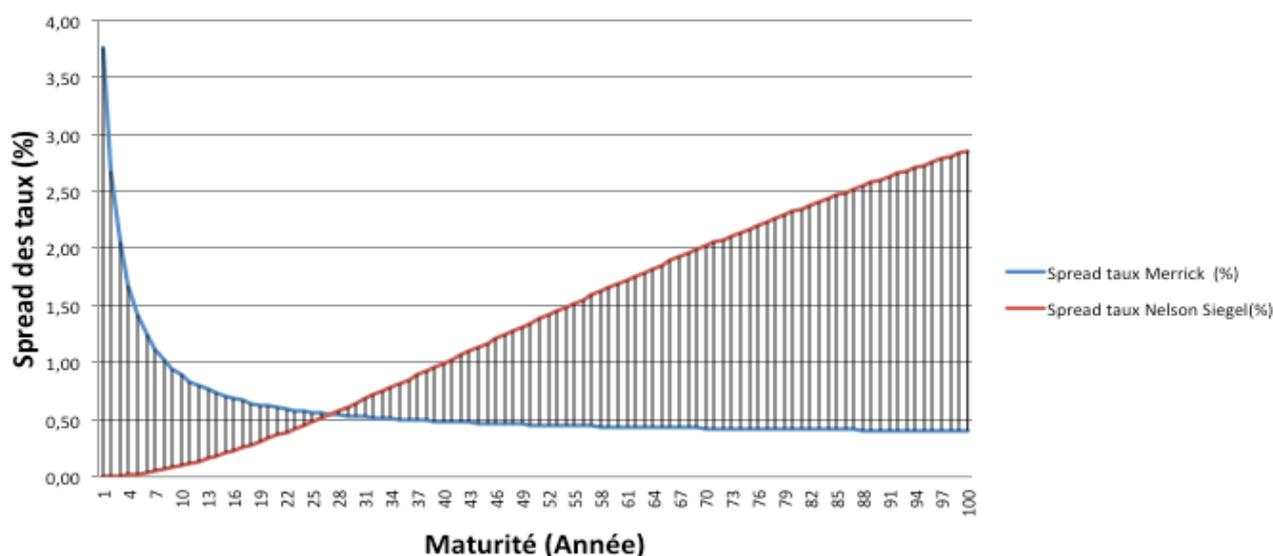


Fig. 57 : Analyse comparative des *écarts* de taux implicites au 24 /10/ 2016.

4.4. Notation en monnaie locale

La notation en monnaie locale des États de la zone CIPRES est un sujet d'actualité. Par définition, elle permet simplement d'apprécier le risque du souverain dans sa devise locale (FCFA). En pratique, cette notation vise à mobiliser des ressources financières à moindre coût sur le marché local. Dans la zone CIPRES, seule la Côte d'ivoire vient d'être notée en monnaie locale par l'agence de notation financière Bloomfield Investment Corporation²⁹⁴.

²⁹⁴ BLOOMFIELD Investment Corporation est une agence de notation locale.

La notation en monnaie locale proposée par cette agence de notation pour l'émetteur de référence²⁹⁵ est de : A2 sur le court terme et A- sur le long terme. En réalité, cette notation reflète le point de vue de l'agence de notation vis-à-vis de la qualité de crédit de la Côte d'Ivoire dans son espace économique (UEMOA). Elle devrait, en principe, influencer les décisions d'investissement des agents privés et réduire, de ce fait, le coût d'emprunt de la Côte d'Ivoire sur le marché financier régional. En outre, elle ne traduit pas la perception du risque des investisseurs vis-à-vis de la qualité de crédit de l'émetteur de référence.

Les modèles développés dans la sous-section précédente permettent de répondre à cette problématique²⁹⁶. En effet, elles permettent de déterminer des probabilités de défauts implicites, ainsi que des *écarts* de taux implicites qui traduisent la vision du risque des investisseurs à la date d'évaluation. Par la suite, elles nous permettront de déterminer la notation *implicite* de l'émetteur de référence à la date d'évaluation, par référence aux grilles de notation des agences de notation internationale en l'occurrence Standard & Poor's, Fitch et Moody's. Ces grilles de notation sont tirées de MOULEY [2013] :

Echelle de notation et probabilité de défaut associée				
Standard & Poor's / Fitch Rating	Moody's	Probabilité de défaut à horizon		
		1 an	5 ans	10 ans
Catégorie Investissement		0,00%	0,67%	1,26%
AAA	Aaa	0,00%	0,00%	0,00%
AA+	Aa1	0,00%	0,00%	0,00%
AA	Aa2	0,00%	0,00%	0,00%
AA-	Aa3	0,00%	0,00%	0,00%
A+	A1	0,00%	0,00%	0,00%
A	A2	0,00%	0,00%	0,00%
A-	A3	0,00%	0,00%	0,00%
BBB+	Baa1	0,00%	0,00%	0,00%
BBB	Baa2	0,00%	1,47%	1,47%
BBB-	Baa3	0,00%	6,70%	12,46%
Catégorie Spéculative		2,06%	8,23%	11,24%
BB+	Ba1	1,07%	3,09%	10,77%
BB	Ba2	0,75%	5,28%	9,28%
BB-	Ba3	0,99%	6,15%	12,44%
B+	B1	0,00%	5,22%	13,16%
B	B2	1,60%	10,79%	19,27%
B-	B3	2,54%	13,15%	16,55%
CCC	Caa	31,11%	40,00%	46,67%
CC	C	100,00%	100,00%	100,00%
Défaut sélectif				
Défaut total				
All		0,70%	3,10%	4,25%
Sources : Sovereign Default and Recovery Rates, 1983-2012H1, Moody's Investors Service Sovereign Defaults And Rating Transition Data, 2011 Update, Standard and Poor's Sovereign 2011 Transition and Default Study, Fitch Ratings				

²⁹⁵ Il s'agit de la Côte d'Ivoire

²⁹⁶ Cette problématique consiste à quantifier la perception du risque des investisseurs vis-à-vis de la Côte d'Ivoire dans l'espace UEMOA.

Fig.58 : Grilles de notation des agences internationales

Le tableau ci-dessous résume les notations en monnaie locale obtenues à partir des modèles de VRUGT (2010) et Nelson Siegel (1987) :

Horizon de défaut	1 an	5 ans	10 ans
VRUGT	B-	BB	BBB-
Nelson Siegel	AAA	A-	BBB+

Tab.43 : Notation en monnaie locale de l'émetteur de référence en fonction de l'horizon de défaut.

À partir de ce tableau, nous pouvons conclure, qu'en l'état, la perception du risque souverain des investisseurs est supérieure à la perception du risque de BLOOMFIELD. Nous espérons que la publication de cette notation permettra à l'émetteur de référence d'emprunter au taux sans risque et par ricochet de réduire le coût de son emprunt.

4.5. Extension

Le modèle *supra*, inspiré du modèle de VRUGT (2010) permet de déterminer le taux de recouvrement et les probabilités de défaut en probabilité risque neutre. Dans l'article original, il est appliqué sur les obligations des États. En outre, rien ne nous empêche d'appliquer ce modèle sur les obligations des entreprises afin de déterminer les probabilités de défaut implicites des entreprises (risque neutre) ainsi que le taux de recouvrement.

Avec l'avènement du dispositif Bâle II dans la zone CIPRES dans le courant de 2018, ces informations sont cruciales pour répondre aux enjeux techniques qui peuvent principalement se résumer à l'estimation des paramètres de risque Bâlois²⁹⁷. À partir de ce modèle, le régulateur pourrait utiliser les données de marché pour fixer les PD et le LGD²⁹⁸ en approche standard ou le LGD en approche IRB-fondation.

En utilisant les données des obligations des entreprises au 24/10/ 2016, le calibrage de $\pi_t(m)$ donne les valeurs suivantes dans le modèle de Nelson Siegel²⁹⁹:

²⁹⁷ Les paramètres de risque sont les probabilités de défaut (PD), la perte en cas de défaut (LGD) et l'exposition au défaut (EAD).

²⁹⁸ $LGD = 1 - RV$; $RV =$ taux de recouvrement.

²⁹⁹ Si nous avons retenu le modèle de Nelson Siegel (1987), en revanche, il est possible de modéliser $\pi_t(m)$ par le modèle proposé par VRUGT (2010). Ce choix découle de la conclusion tirée de la section précédente.

Paramètres	β_0^π	β_1^π	β_2^π	τ_1^π	RV
Valeurs	20	-20	-20	30	55

Tab.44 : Calibrage de la version modifiée du modèle de VRUGT dans le contexte des entreprises

La qualité d'ajustement de ce modèle est :

Statistiques	THEIL U-STATISTIC	MAPE
NELSON SIEGEL	1,7 %	2,9 %

Tab.45 : Qualité d'ajustement du modèle de VRUGT dans le contexte des entreprises

Ainsi, nous pouvons déduire la structure par terme des probabilités de défauts (PD) implicites « risque neutre » des entreprises. Le graphique ci-dessous compare l'évolution des PD implicites des États et des entreprises :

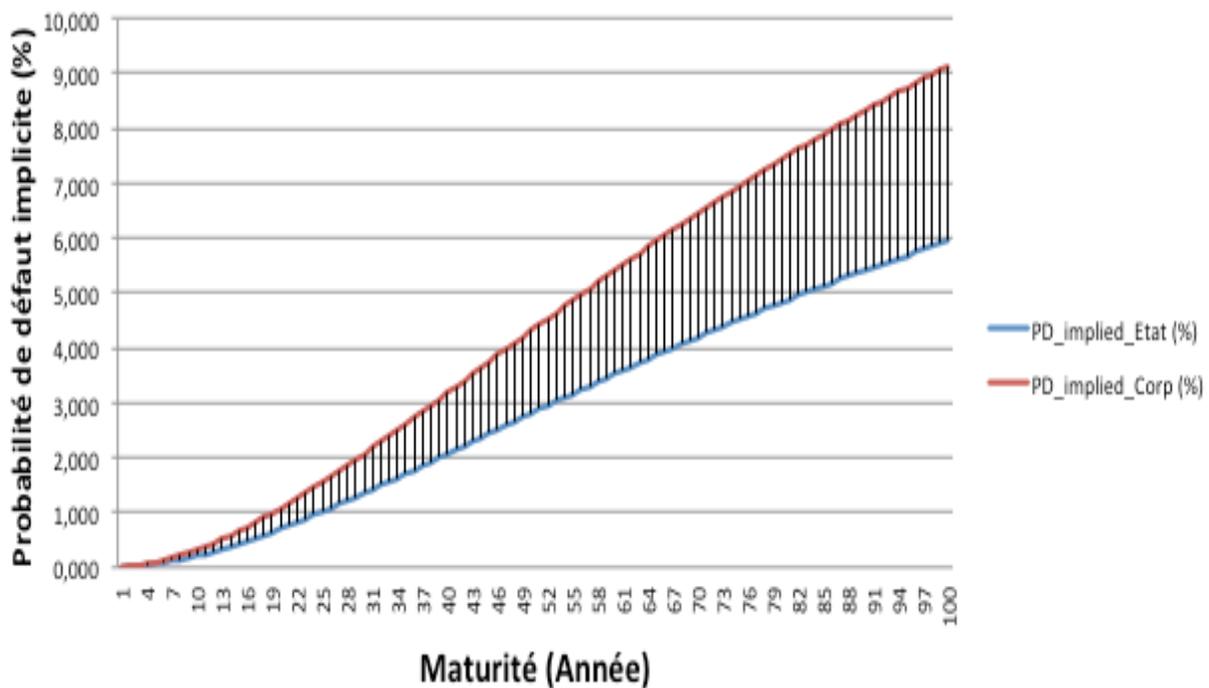


Fig.59 : Analyse comparative des probabilités de défauts implicites des États et des entreprises au 24/10/2016

À partir de la relation (5.52), il est possible de comparer les *écarts* de taux implicites des États et des entreprises au 24/10/2016. Le graphique ci-dessous illustre cette comparaison :

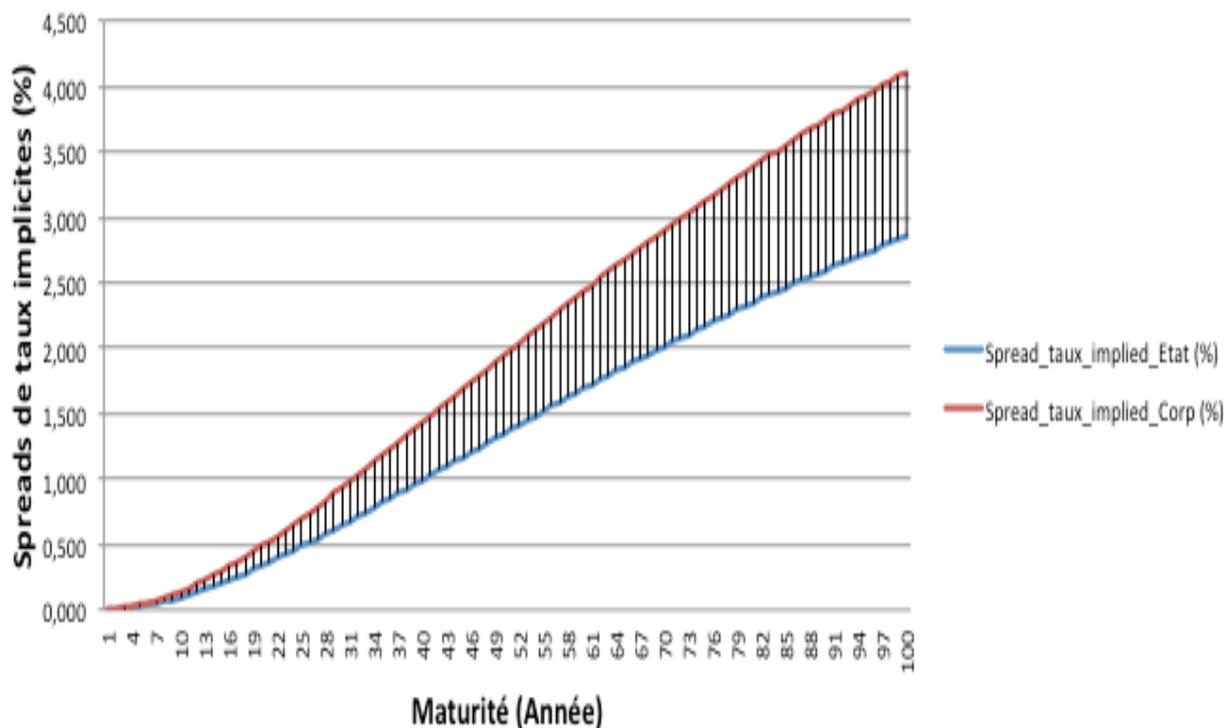


Fig. 60 : Analyse comparative des écarts de taux implicites des États et des entreprises au 24/10/2016

5. Analyse de sensibilité

Dans les chapitres précédents, nous avons mené plusieurs analyses de sensibilité. Le premier a porté sur les paramètres de construction de la courbe des taux sans risque. En outre, le second s'est intéressé à la sensibilité des taux d'intérêt réels et *forwards*, ainsi qu'à l'inflation anticipée suite au changement de la date de cotation.

Au risque de se répéter, cette section va étudier la sensibilité des autres variables en l'occurrence les probabilités de défaut et écarts de taux implicites, suite au changement de la date de cotation.

5.1. Sensibilité des probabilités de défaut implicites à la date de cotation

Nous observons que les probabilités de défaut (PD) implicites ne sont pas *totalem*ent sensibles à la date de cotation. Pour illustrer ces propos, nous avons déterminé les PD implicites aux dates de cotation du 01/06/2016, 24/10/2016 et 20/06/2017, sous les mêmes hypothèses. Le graphique ci-dessous montre un ajustement *quasi-parfait* des trois courbes :

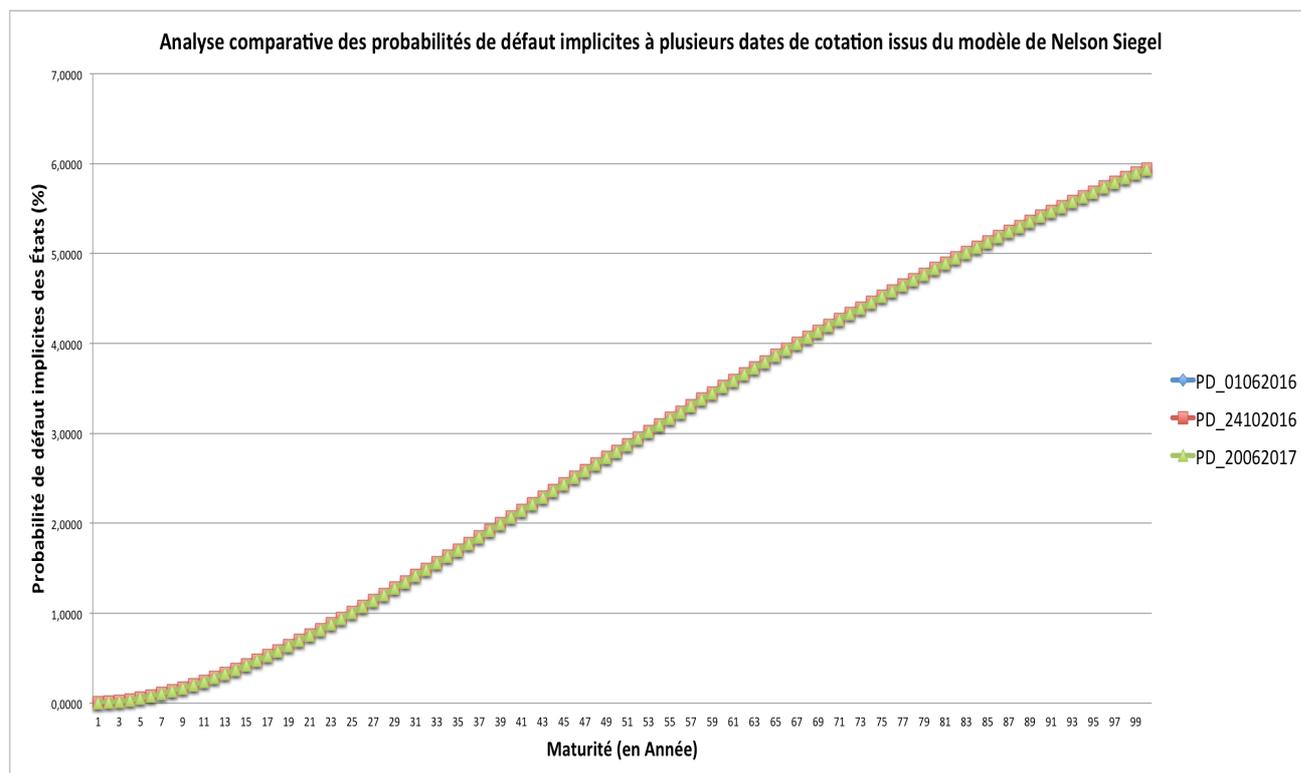


Fig. 61 : Analyse comparative des probabilités de défaut implicites des États à plusieurs dates de cotation issues du modèle de Nelson Siegel

A priori, les PD implicites ne varient pratiquement pas lorsqu'on passe d'une date de cotation à une autre. Toutefois, nous recommandons de déterminer les PD implicites sur une multitude de date de cotation (>10), afin de tirer une conclusion générale.

5.2. Sensibilité des écarts de taux implicites à la date de cotation

L'analyse des écarts de taux à plusieurs dates de cotation révèle que, sous les mêmes hypothèses, nous obtenons une différence au niveau des écarts de taux implicites. Cette situation s'explique naturellement par l'obtention des taux de recouvrement différents à ces dates de cotation. En pratique, ils sont respectivement de 56%, 52% et 52% aux dates de cotation du 01/06/2016, 24/10/2016 et 20/06/2017.

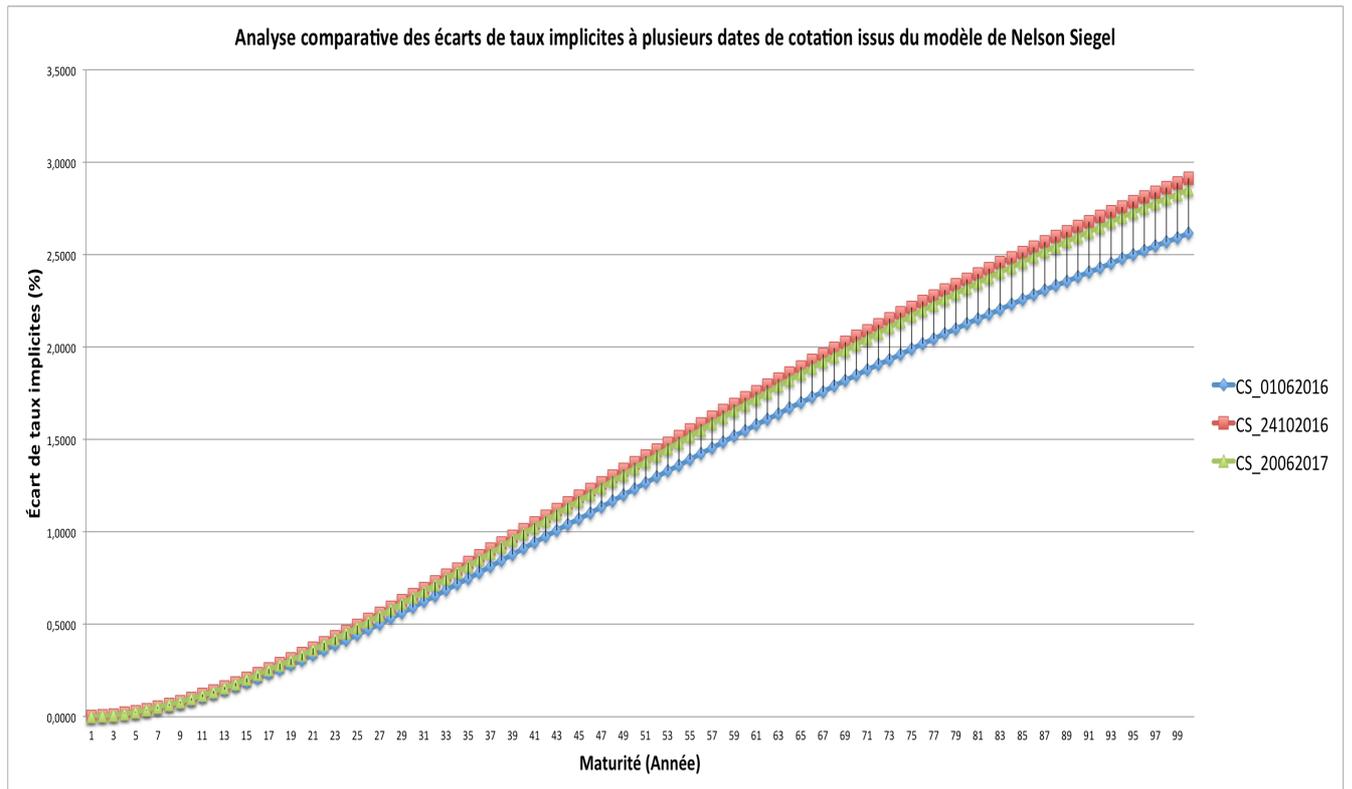


Fig. 62 : Analyse comparative des écarts de taux implicites des États à plusieurs dates de cotation issus du modèle de Nelson Siegel

En lisant ce graphique, nous pouvons déduire une relation *logique* qui peut s'exprimer de la manière suivante: « si le taux de recouvrement des États est important, alors l'écart de taux sera moins élevé ».

6. Conclusion du chapitre 5

Un générateur de scénarios économiques est indispensable pour appréhender la dynamique des facteurs économiques et financiers. Dans ce chapitre, nous avons présenté une boîte à outils capable de soutenir le développement de la finance, de l'actuariat et d'assurer la transparence des marchés financiers de la zone CIPRES. En pratique, elle permet de projeter des scénarios économiques qui pourront être utilisés par les professionnels de l'État, de la finance, de l'assurance, des banques et des marchés financiers. En outre, cette boîte à outils devra être actualisée régulièrement, notamment en ce qui concerne les taux d'intérêt nominaux et réels, les écarts de taux, les probabilités de défaut et les écarts de taux implicites étant donné qu'ils ont été estimés sur des données correspondant à une seule date de cotation (24 /10/ 2016). Toutefois, pour les recherches futures, des versions dynamiques de ces modèles³⁰⁰ peuvent être imaginées si et seulement si des données historiques sont constituées par le régulateur ou l'autorité publique.

Conditionnellement à l'information disponible, nous remarquons que l'inflation se situerait autour de 3 % dans les douze prochaines années. Dans ce contexte, l'objectif cible d'inflation sera respecté au cours de la durée de vie des obligations en circulation au 24 /10/ 2016.

L'analyse des taux d'intérêt nominaux et réels au 24/10/2016 révèle qu'ils convergent respectivement vers 6,2 % et 4,2 %. Nous pouvons conclure que le taux de croissance réel long terme de l'économie dans la zone CIPRES se situe autour de 4,2 %. En l'absence de courbe des taux dans la zone CIPRES, cette valeur (4,2 %) peut être utilisée comme un taux d'actualisation, notamment pour actualiser les engagements des compagnies d'assurance vie et des régimes de retraite, en remplacement du taux en vigueur fixé à 3,5 % par le régulateur (*cf.* GBONGUE [2016d]).

Notons que les écarts de taux au 24 /10/ 2016 sont actuellement positifs, contrairement à ce qui avait été observé dans GBONGUE [2016a]. Cette situation reflète l'amélioration de la perception du risque des investisseurs vis-à-vis des obligations des États³⁰¹. L'estimation des rendements des obligations des entreprises révèle qu'ils convergent vers 7 %, peu importe la méthode utilisée (directe ou indirecte).

³⁰⁰ *Cf.* Diebold et Li (2006).

³⁰¹ En effet, dans le passé, certains investisseurs préféreraient des titres de certaines entreprises par rapport aux titres de certains États.

À partir de la méthode experte, nous concluons que le rendement de l'immobilier se situerait autour de 20 % dans les dix prochaines années. Quant au monétaire, son rendement correspond simplement au taux d'intérêt nominal à un an.

L'évaluation de la perception du risque de crédit de l'émetteur de référence en monnaie locale aboutit aux notations de : AAA, A- et BBB+ respectivement sur les maturités de 1, 5 et 10 ans. Par comparaison à la notation de Bloomfield, nous pouvons conclure que la perception du risque des investisseurs est supérieure.

7. Annexes

Dans cette annexe, nous présentons la structure des GSE les plus répandus dans la littérature ainsi qu'un rappel des outils mathématiques indispensables à la compréhension de ce chapitre.

7.1. Structure des GSE étudiés

7.1.1. Structure du modèle de WILKIE

Cette structure est présentée dans SAHIN *et al.* [2008], voir la figure ci-dessous :

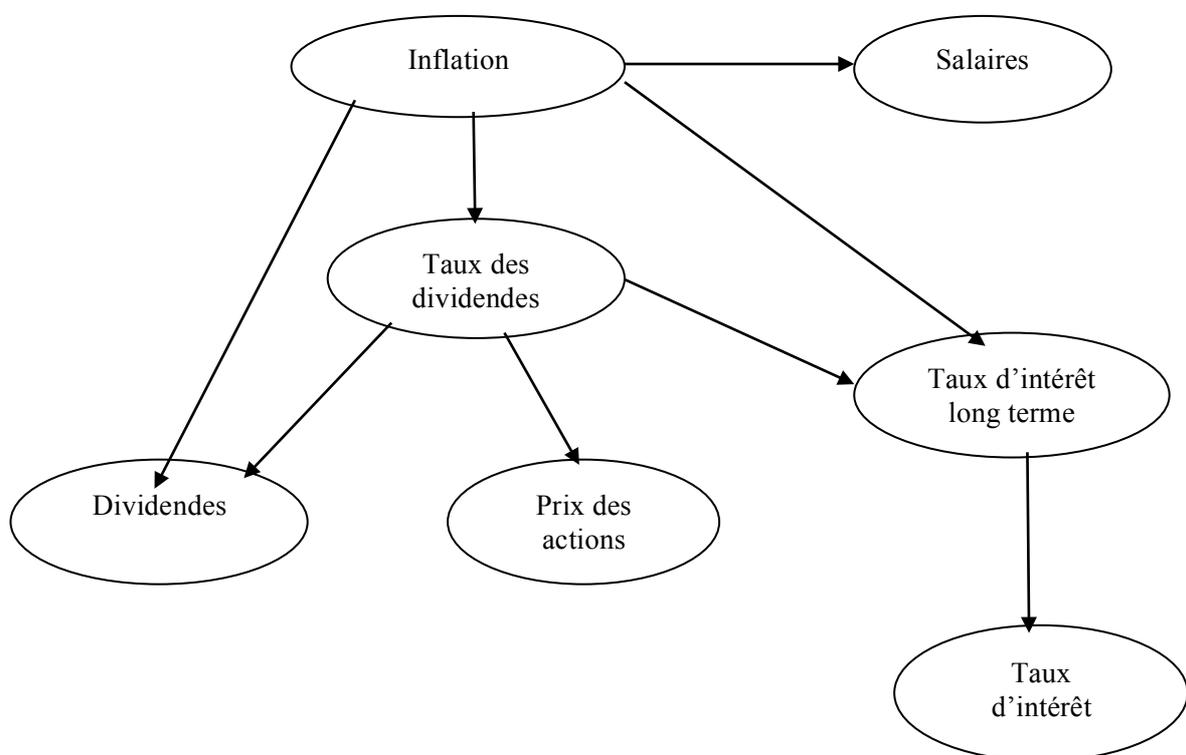


Fig. 63: Structure du modèle de WILKIE

7.1.2. Structure du modèle de HIBBERT

Cette structure est tirée dans *HIBBERT et al. (2001)*, voir la figure ci-dessous :

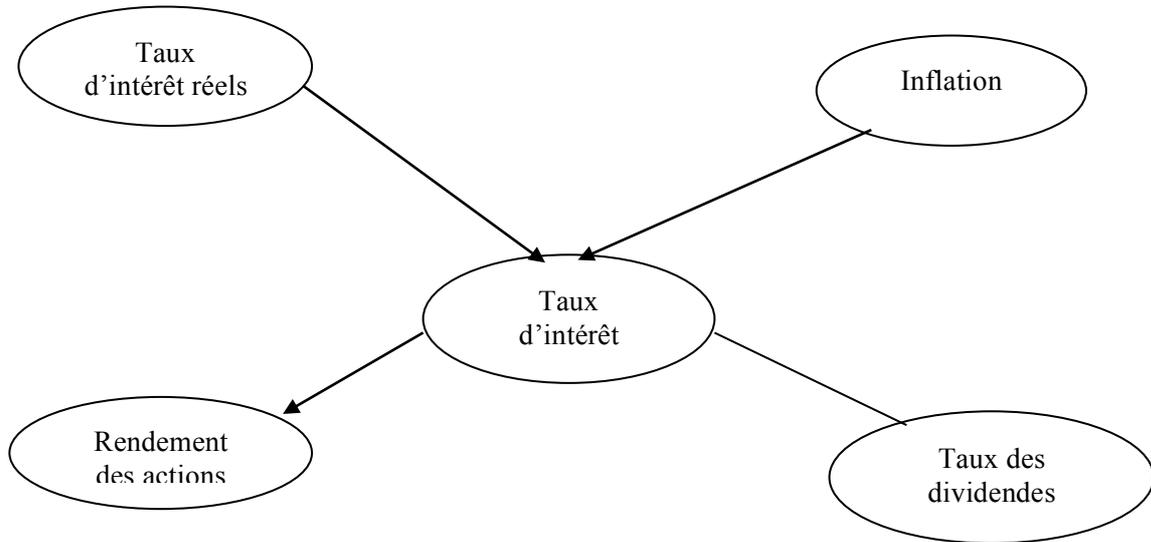


Fig. 64 : Structure du modèle de HIBBERT

7.1.3. Structure du modèle d' AHLGRIM (2005)

Cette structure est tirée d' AHLGRIM et al. (2005), voir la figure ci-dessous :

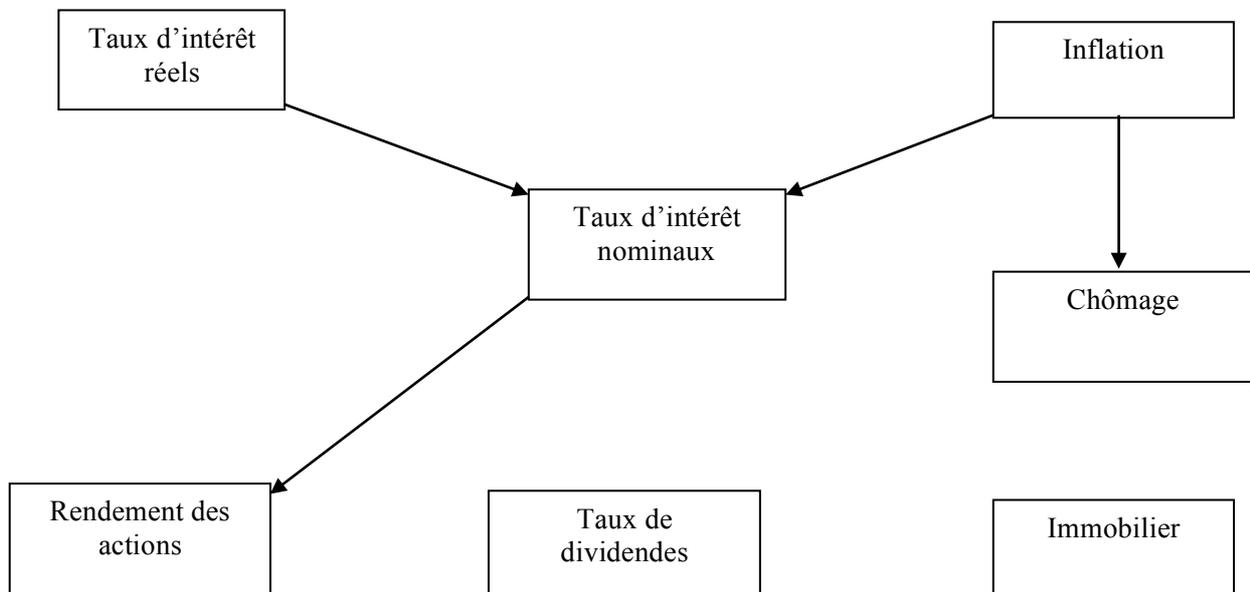


Fig. 65 : Structure du modèle d' AHLGRIM

7.1.4. Structure du modèle de BRENNAN et XIA

Cette structure est tirée de BRENNAN et XIA (2000), voir la figure ci-dessous :

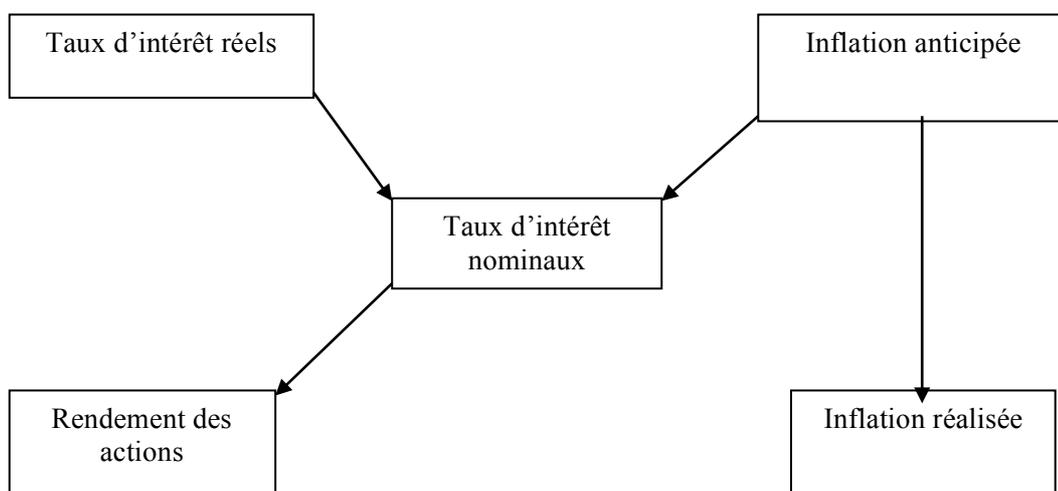


Fig. 66 : Structure du modèle de BRENNAN et XIA

7.2. Rappel des outils mathématiques

Cette sous-section ne prétend pas rappeler tous les outils mathématiques. Notre objectif est de rappeler les notions importantes qui faciliteront la compréhension des méthodes de discrétisation et de calibrage des modèles stochastiques utilisés dans ce chapitre.

7.2.1. Propriétés importantes

L'usage pratique d'un processus stochastique requiert la connaissance de certaines propriétés importantes. Dans cette sous-section, nous allons en présenter l'essentiel.

7.2.1.1. Généralités des processus stochastiques

Soit $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ un espace de probabilité. Un processus stochastique est une famille de variables aléatoires $\{X_\gamma, \gamma \in \Gamma\}$ définie sur $\Omega \times \Gamma$ et prenant ses valeurs dans \mathbb{R} , soit :

$$X(\gamma, \omega) : \Gamma \times \Omega \mapsto \mathbb{R}$$

Pour $\Gamma = \mathbb{N}$ et $\Gamma \subset \mathbb{R}$, le processus est dit respectivement discret et continu. Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux processus stochastiques en temps continu, notamment pour $\Gamma \in [0, +\infty[$, que nous noterons par $\{X_t, t \geq 0\}$. La dynamique de ce processus dans le temps

est représentée par sa trajectoire $\{X(t, \omega), t \geq 0\}$, ω fixe. En outre, pour une date donnée, les états possibles de ce processus sont représentés par : $\{X(t, \omega), \omega \in \Omega\}$, t fixe.

En finance, l'information disponible est représentée très souvent par la filtration \mathfrak{F} . En considérant le même espace probabilisé ci-dessus, la filtration $\{\mathfrak{F}_t, t \geq 0\}$ est une famille croissante de sous-tribus de \mathfrak{A} , indexées par $t \geq 0$, c'est-à-dire pour s et $t \geq 0$ tel que $s < t$, nous avons $\mathfrak{F}_s \subset \mathfrak{F}_t$, avec $\mathfrak{F}_0 = \{\Omega, \emptyset\}$. A chaque date, nous pouvons associer à chaque processus $\{X_t, t \geq 0\}$, une tribu ou σ -algèbre, représentée par $\mathfrak{F}_t = \sigma(X(s), 0 \leq s \leq t)$ générée par ce processus. En réalité, il s'agit de la plus petite tribu de \mathfrak{A} pour laquelle $X(s, \omega)$ est mesurable pour $0 \leq s \leq t$.

Etant donné le processus $\{X_t, t \geq 0\}$ et la filtration $\{\mathfrak{F}_t, t \geq 0\}$ quelconque, le processus X_t est dit adapté à la filtration \mathfrak{F}_t si pour tout $t \geq 0$, X_t est \mathfrak{F}_t -mesurable.

Ces définitions permettent d'aboutir à la notion de martingale. Considérons l'espace de probabilité $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ et une filtration $\{\mathfrak{F}_t, t \geq 0\}$ sur \mathfrak{F} . Nous pouvons définir une martingale comme un processus stochastique $\{X_t, t \geq 0\}$ respectant les conditions suivantes :

- ✓ $E|X_t| < \infty$ pour tout $t \geq 0$.
- ✓ X_t est adapté à la filtration \mathfrak{F}_t pour $0 \leq s \leq t < \infty$.
- ✓ $E(X_t | \mathfrak{F}_s) = X_s$

Sachant l'information disponible à la date s , X_s est le meilleur *prédicteur* du processus X_t . Nous parlerons de sous-martingale ou sur-martingale si dans la définition ci-dessus, nous avons respectivement $E(X_t | \mathfrak{F}_s) \geq X_s$ et $E(X_t | \mathfrak{F}_s) \leq X_s$.

Les martingales ont une moyenne constante pour tout $t \geq 0$, c'est-à-dire : $E(X_t) = E(X_s)$.

7.2.1.2. Le mouvement brownien

Un mouvement brownien ou processus de Wiener $\{W_t, t \geq 0\}$ est le plus basique élément qui permet de décrire l'évolution stochastique du processus. W_t est un processus gaussien tel que pour :

- ✓ $0 \leq s \leq t, W_t - W_s \sim N(0, t-s)$
- ✓ $t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq t_4, W_{t_1} - W_{t_2}$ et $W_{t_3} - W_{t_4}$ sont indépendants.

Cette définition est importante pour ce chapitre car elle permet de simuler le processus de Wiener. En effet, pour un pas fixe $\Delta t = 1/10000$, nous pouvons simuler la trajectoire d'un processus de Wiener sur l'intervalle $[0,1]$ en considérant que :

$$W_{t+\Delta t} - W_t \sim N(0, \Delta t) \sim \sqrt{\Delta t} \times N(0,1) \quad (5.53)$$

Le graphique ci-dessous illustre cette simulation :

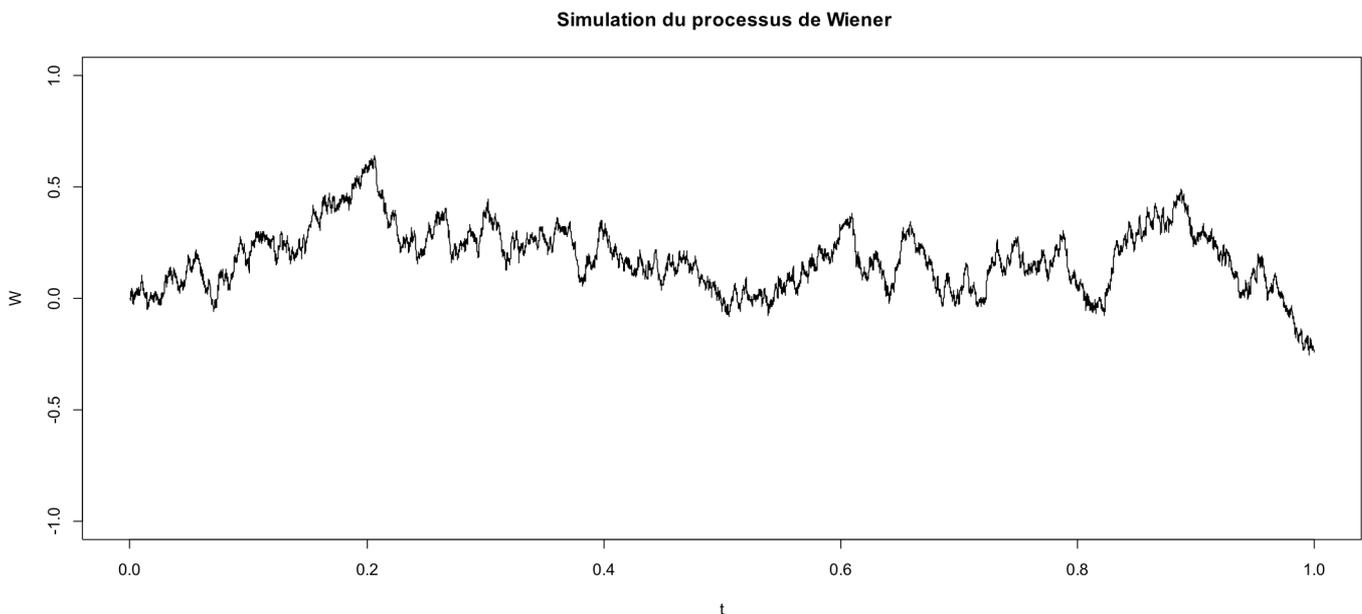


Fig. 67 : Simulation du processus de Wiener

Hormis le processus de Wiener, nous retrouvons dans la littérature d'autres browniens en l'occurrence le mouvement brownien géométrique et le *pont* brownien.

Le mouvement brownien géométrique est utilisé en finance pour modéliser la dynamique du prix des actifs. Il est fonction du mouvement brownien standard suivant :

$$S_t = S_0 \times \exp\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W(t)\right), t \geq 0 \quad (5.54)$$

σ est la volatilité et r est le taux d'intérêt. Pour un pas fixe Δt , nous pouvons simuler la trajectoire du mouvement brownien géométrique en utilisant l'expression suivante :

$$S_{t+\Delta t} = S_t \times \exp\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}Z\right), t \geq 0. \quad (5.55)$$

Avec $Z \sim N(0,1)$.

Une application intéressante du processus de Wiener est le *pont* brownien $W_{t_0,x}^{T,y}(t) = \{W(t), t_0 \leq t \leq T | W(t_0) = x, W(T) = y\}$. En pratique, il s'agit simplement d'un mouvement brownien qui part d'un point x à la date t_0 et arrive au point y à la date T , avec $T > t_0$, soit :

$$W_{t_0,x}^{T,y}(t) = x + W(t-t_0) - \frac{t-t_0}{T-t_0}(W(T-t_0) - y + x) \quad (5.56)$$

Le graphique ci-dessous illustre ce processus :

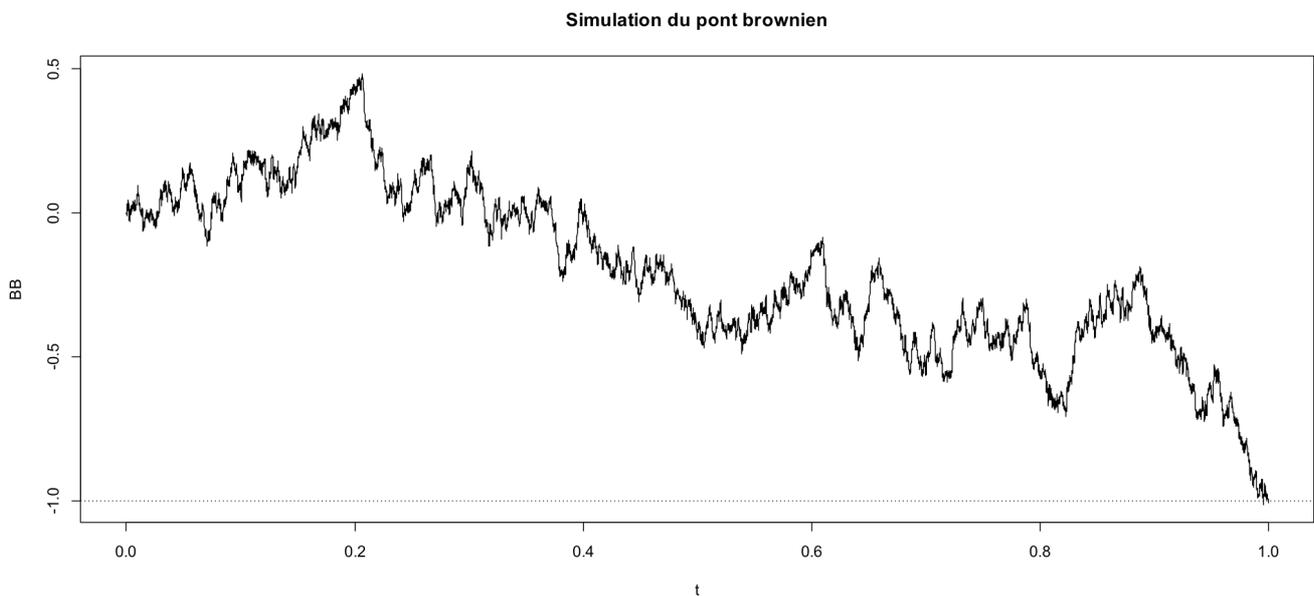


Fig. 68 : Simulation du pont brownien

7.2.1.3. La formule d'Itô

Soit le processus de diffusion $\{X_t, t \geq 0\}$ solution de l'équation différentielle stochastique (EDS) :

$$dX_t = b(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dW_t \quad (5.57)$$

Avec comme valeur initiale X_0 . Une solution de l'EDS au sens d'Itô est donnée par :

$$X_t = X_0 + \int_0^t b(u, X_u)du + \int_0^t \sigma(u, X_u)dW_u \quad (5.58)$$

Notons que la quantité $\int_0^t \sigma(u, X_u)dW_u$ est appelée intégrale stochastique.

La formule d'Itô est très utile pour simuler un processus stochastique car elle permet de retrouver une solution de l'EDS³⁰². Soit $f(t, x)$ une fonction deux fois différentiable sur t et x . Par la formule d'Itô, cette fonction peut s'écrire sous la forme suivante :

$$f(t, X_t) = f(0, X_0) + \int_0^t f_t(u, X_u)du + \int_0^t f_x(u, X_u)dX_u + \frac{1}{2} \int_0^t f_{xx}(u, X_u)(dX_u)^2 \quad (5.59)$$

Avec :

$$\frac{\partial f(t, x)}{\partial t} = f_t(t, x), \quad \frac{\partial f(t, x)}{\partial x} = f_x(t, x), \quad \frac{\partial^2 f(t, x)}{\partial x^2} = f_{xx}(t, x)$$

Si X_t est un mouvement brownien, cette expression peut être réécrite sous la forme suivante :

$$f(t, W_t) = f(0, 0) + \int_0^t \left(f_t(u, W_u) + \frac{1}{2} f_{xx}(u, W_u) \right) du + \int_0^t f_x(u, W_u)dW_u \quad (5.60)$$

Que l'on peut écrire sous la forme différentielle (EDS) suivante :

$$df(t, W_t) = \left(f_t(t, W_t) + \frac{1}{2} f_{xx}(t, W_t) \right) dt + f_x(t, W_t)dW_t \quad (5.61)$$

Une application très intéressante de la formule d'Itô est la résolution des EDS à erreur multiplicative, définie comme suit :

³⁰² Il est aussi possible retrouver l'EDS à partir de sa solution grâce à la formule d'Itô.

$$dS_t = df(t, W_t)$$

En choisissant $f(t, x) = \log x$, la solution de l'EDS est de la forme suivante :

$$X_t = X_0 \exp \left\{ \int_0^t \left(b_1(s) - \frac{1}{2} \sigma_1^2(s) \right) ds + \int_0^t \sigma_1(s) dW_s \right\} \quad (5.62)$$

Si nous posons que $b_1(t) = \mu$ et $\sigma_1(t) = \sigma$ alors nous retrouvons le mouvement brownien

$$\text{géométrique } S_t = S_0 \times \exp \left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W(t) \right), \quad t \geq 0$$

Réciproquement, si nous posons que :

$$f(t, x) = S_0 \times \exp \left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma x \right),$$

Alors, nous avons :

$$f_t(t, x) = \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) f(t, x) ; \quad f_x(t, x) = \sigma f(t, x) ; \quad f_{xx}(t, x) = \sigma^2 f(t, x)$$

Ce qui implique que :

$$\begin{aligned} dS_t &= df(t, W_t) \\ &= \left(f_t(t, W_t) + \frac{1}{2} f_{xx}(t, W_t) \right) dt + f_x(t, W_t) dW_t \\ &= \left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) S_t + \frac{1}{2} \sigma^2 S_t \right) dt + \sigma S_t dW_t \\ &= r S_t dt + \sigma S_t dW_t \end{aligned}$$

7.2.1.4. Le théorème de GIRSANOV

Il indique comment un processus stochastique change si l'on change de mesure. En finance, le théorème de GIRSANOV est très important lorsque nous cherchons à passer de la probabilité historique à la probabilité risque-neutre.

7.2.2. Techniques numériques des modèles stochastiques

Une manière pratique d'utiliser un modèle stochastique est de le discrétiser. Cette étape est incontournable pour l'estimation des paramètres du modèle. Dans la littérature, il existe plusieurs approches pour discrétiser un processus stochastique que l'on peut regrouper en deux catégories que sont la discrétisation exacte et la discrétisation approximative.

7.2.2.1. Discrétisation exacte

Un processus de diffusion $\{X_t, t \geq 0\}$ admet une discrétisation exacte si et seulement si la loi de ce processus est connue. Dans ce contexte, l'EDS admet une solution explicite. Dans la littérature, nous pouvons citer par exemple :

- le processus d'ORNSTEIN Uhlenbeck retenu par VASICEK [1977] pour modéliser le taux d'intérêt instantané.
- le mouvement brownien géométrique retenu par BLACK et SCHOLLES [1973] pour la modélisation du prix des actifs.

Pour appliquer la discrétisation exacte à un processus, il faut connaître sa distribution conditionnelle. Ainsi, si nous voulons établir la relation entre $X_{t+\Delta t}$ et X_t dans le contexte du processus d'ORNSTEIN Uhlenbeck, nous devons savoir que la loi conditionnelle de $X_{t+\Delta t} | X_t$ est gaussienne telle que :

$$\begin{aligned} E_{\theta}(X_{t+\Delta t} | X_t) &= \mu_X + (X_t - \mu_X)e^{-\kappa_X \Delta t} \\ \text{Var}_{\theta}(X_{t+\Delta t} | X_t) &= \frac{\sigma_X^2 (1 - e^{-2\kappa_X \Delta t})}{2\kappa_X} \end{aligned} \quad (5.63)$$

Comme $X_{t+\Delta t} | X_t \sim N\left(\mu_X + (X_t - \mu_X)e^{-\kappa_X \Delta t}, \frac{\sigma_X^2 (1 - e^{-2\kappa_X \Delta t})}{2\kappa_X}\right)$, alors nous pouvons naturellement écrire :

$$\begin{aligned} X_{t+\Delta t} &= \mu_X + (X_t - \mu_X)e^{-\kappa_X \Delta t} + \varepsilon_X \sigma_X \sqrt{\frac{(1 - e^{-2\kappa_X \Delta t})}{2\kappa_X}} \\ &= \mu_X (1 - e^{-\kappa_X \Delta t}) + X_t e^{-\kappa_X \Delta t} + \varepsilon_X \sigma_X \sqrt{\frac{(1 - e^{-2\kappa_X \Delta t})}{2\kappa_X}} \end{aligned} \quad (5.64)$$

Dans ce chapitre, cette méthode de discrétisation sera préférée à la discrétisation approximative, que nous allons toutefois présenter dans la sous-section suivante.

7.2.2.2. Discrétisation approximative

Lorsque le processus $\{X_t, t \geq 0\}$ n'admet pas une discrétisation exacte, il convient naturellement d'utiliser une discrétisation dite approximative, dont l'objectif est d'approximer un processus continu par un processus discret. En pratique, il s'agit de s'assurer que le processus discret $\{\tilde{X}_t, t \geq 0\}$ converge fortement vers le processus continu $\{X_t, t \geq 0\}$ tel que :

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} E[|\tilde{X}_t - X_t|] = 0 \quad (5.65)$$

Une littérature abondante existe sur ce sujet. Toutefois les techniques de discrétisation les plus célèbres sont le schéma d'EULER et MILSEIN.

- **Le schéma d'Euler**

La méthode d'EULER est une technique de discrétisation très populaire dans le monde académique et professionnel. C'est d'ailleurs la méthode choisie par AHLGRIM et *al.* [2005] pour discrétiser les modèles stochastiques du GSE proposés aux actuaires.

Soit le processus d'Ito $\{X_t, 0 \leq t \leq T\}$, solution de l'EDS $dX_t = b(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dW_t$, avec comme valeur initiale $X_{t_0} = X_0$ et une discrétisation $\Pi_N = \Pi_N([0, T])$ sur l'intervalle $[0, T]$, tel que $0 = t_0 < \dots < t_N = T$. L'approximation d'EULER de X est le processus stochastique continu Y satisfaisant la relation suivante :

$$Y_{i+1} = Y_i + b(t, Y_i)(t_{i+1} - t_i) + \sigma(t, Y_i)(W_{i+1} - W_i) \quad (5.66)$$

Avec $i = 0, 1, \dots, N-1$ et $Y_0 = X_0$. Nous pouvons voir une simplification des notations en posant : $Y(t_i) = Y_i$, $W(t_i) = W_i$ et $\Delta t = t_{i+1} - t_i$. Le pas Δt est supposé être constant, c'est-à-dire $\Delta t = 1/N$.

- **Le schéma de MILSEIN**

L'approximation de MILSEIN peut être considérée comme une extension de la méthode d'EULER se traduisant par l'ajout d'une composante de second ordre. Soit σ_x la dérivée partielle de $\sigma(t, x)$ par rapport à x , la méthode de MILSEIN conduit à :

$$Y_{i+1} = Y_i + b(t, Y_i)(t_{i+1} - t_i) + \sigma(t, Y_i)(W_{i+1} - W_i) + \frac{1}{2} \sigma(t, Y_i) \sigma_x(t, Y_i) \left[(W_{i+1} - W_i)^2 - (t_{i+1} - t_i) \right] \quad (5.67)$$

Cette expression peut être mise sous la forme réduite suivante :

$$Y_{i+1} = Y_i + b\Delta t + \sigma\Delta W_t + \frac{1}{2} \sigma\sigma_x \left[(\Delta W_t)^2 - \Delta t \right] \quad (5.68)$$

7.2.3. Calibrage des processus stochastiques

Le calibrage des processus stochastiques est une étape cruciale pour son utilisation. En l'absence des données, il s'agira de recourir à l'avis des experts ou de contraintes exogènes jugées raisonnables dans le processus de calibrage du modèle. Le recours à des avis d'experts permet en outre d'utiliser des logiques de scénarios (pour tester le comportement du modèle et des projections).

En outre, en présence des données suffisamment profondes, nous pouvons distinguer deux méthodes de calibrage : l'une directe et l'autre indirecte.

La méthode directe consiste à calibrer le modèle à travers une inférence statistique. Supposons que le processus est observé en temps discret $t_i = i\Delta_i$, $i = 0, 1, \dots, n$ et $T = n\Delta_n$.

Dans certaines situations, le pas du processus peut être constant, ce qui implique que $\Delta_i = \Delta$.

Dans ce cas, nous pouvons *naturellement* écrire la densité conditionnelle du processus par :

$p_\theta(\Delta, X_i | X_{i-1})$. Ainsi, la fonction du maximum de vraisemblance prend la forme suivante :

$$L_n(\theta) = \prod_{i=1}^n p_\theta(\Delta, X_i | X_{i-1}) p_\theta(X_0) \quad (5.69)$$

Notons par : $l_n(\theta) = \log(L_n(\theta))$, la fonction log-maximum de vraisemblance. On a :

$$l_n(\theta) = \sum_{i=1}^n \log(p_\theta(\Delta, X_i | X_{i-1})) + \log(p_\theta(X_0)) \quad (5.70)$$

Les paramètres $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_i, \dots, \theta_p)$ sont obtenus en minimisant la fonction $l_n(\theta)$. Lorsque la densité conditionnelle est différentiable, nous pouvons définir la fonction *score* suivante :

$$\hat{l}_n(\theta) = \sum_{i=1}^n \hat{l}_i(\theta) = \sum_{i=1}^n \begin{pmatrix} \frac{\partial l_i(\theta)}{\partial \theta_i} \\ \vdots \\ \frac{\partial l_i(\theta)}{\partial \theta_p} \end{pmatrix} \quad (5.71)$$

La matrice d'information de FISHER pour le paramètre θ est :

$$i_n(\theta) = \sum_{i=1}^n E_{\theta} \left(\hat{l}_i(\theta) \hat{l}_i(\theta)^T \right) \quad (5.72)$$

L'opérateur T représente la transposition. Souvent la densité conditionnelle n'est pas connue de manière explicite. Dans ce contexte, il existe d'autres moyens de résoudre ce problème. Cette situation ne sera pas traitée dans cette annexe.

Dans la méthode indirecte, le modèle est transformé de sorte à converger vers un modèle déjà connu. Par exemple, dans le modèle d'ORNSTEIN Uhlenbeck, nous obtenons un modèle de type autorégressif d'ordre 1 (AR1) après convergence. Dans ce contexte, l'estimation des paramètres peut être réalisée à partir de la méthode classique des moindres carrés. En particulier, il conviendra de retenir une estimation par les moindres carrés simples pour les modèles de type VASICEK à un facteur et par les doubles moindres carrés pour les modèles de type VASICEK à deux facteurs (Hull et White).

La pertinence du modèle est appréciée à partir de sa qualité d'ajustement et de sa significativité globale. La qualité d'ajustement est évaluée à partir du coefficient de détermination ajusté et la significativité globale est mesurée à partir d'un test de Fisher. En complément, il convient d'évaluer la significativité individuelle des coefficients à partir du *test de STUDENT*. Une probabilité est associée aux tests de Fisher et de STUDENT, il s'agit de la probabilité de rejeter à tort H_0 ³⁰³. En pratique, lorsque cette probabilité est inférieure à 5 %, on rejettera H_0 .

³⁰³ H_0 est l'hypothèse de nullité des coefficients.

Une attention particulière doit être accordée à l'analyse des résidus. Dans ce contexte, la première étape est de s'assurer que les résidus sont de moyenne nulle. À cet effet, par application du théorème central limite, on peut déterminer un intervalle de confiance, au seuil standard de 95 %, sur la moyenne des résidus.

Dans une seconde étape, il convient de détecter une éventuelle auto-corrélation des erreurs classiques dans les modèles de séries temporelles³⁰⁴. À cet effet, au-delà de l'examen visuel des résidus, on peut utiliser le test de *BREUSCH-GODFREY* pour les auto-corrélations d'ordre $p \geq 1$, plus robuste que le test de *DURBIN-WATSON*. Le principe consiste à régresser les résidus estimés sur les variables explicatives et sur la série des résidus retardés, puis à tester l'hypothèse H_0 de nullité simultanée des p coefficients des résidus retardés.

Dans une troisième étape, on cherche à détecter une éventuelle hétéroscédasticité³⁰⁵, fréquente dans les modèles de séries financières.

Les modèles ARCH (q) permettent de modéliser des séries dont la volatilité dépend du passé d'ordre q , notamment celles présentant de fortes périodes de volatilité suivies de périodes d'accalmies, comme dans les séries financières. À cet effet, le test approprié est le test qui vérifie si le processus est justifiable d'un processus ARCH (Auto Regressive Conditional Heteroscedasticity). Ce test consiste en une régression autorégressive des résidus (au carré) sur q retards. Ici, l'hypothèse nulle H_0 correspond à l'absence d'effet ARCH.

Dans une quatrième étape, on réalise un test de normalité des erreurs. On retient le test de *JARQUE-BERA*, fondé sur la notion d'asymétrie (skewness) et d'aplatissement (kurtosis). Pour ce test, l'hypothèse nulle H_0 est celle de la normalité des résidus. Lorsque la probabilité associée est supérieure à 5 %, on accepte l'hypothèse H_0 de normalité des résidus. Dans le cas d'échantillons de petites tailles (nombre d'observations inférieur à 50), on peut également utiliser le test de *SHAPIRO-WILK*, fondé sur le rapport entre une combinaison linéaire des étendues successives et l'écart-type³⁰⁶.

³⁰⁴Pour mémoire, il y a auto-corrélation des erreurs lorsque les erreurs sont liées par un processus de reproduction, c'est-à-dire un processus à mémoire.

³⁰⁵Pour mémoire, il y a hétéroscédasticité lorsque les variances des erreurs ne sont plus constantes mais sont liées aux valeurs de la variable explicative.

³⁰⁶Cf. PLANCHET [2012].

7.3. Impact du GSE sur la valeur des engagements d'un régime de retraite simplifié

7.3.1. Introduction

L'utilisateur du GSE permet d'améliorer la qualité de l'information financière, conformément aux recommandations du système comptable de l'OHADA. Par exemple, elle oblige les entreprises à déterminer leurs provisions pour retraite.

Dans ce contexte, l'application du GSE permettra d'aboutir à une valeur *économique* des provisions pour retraite, ce qui répond aux objectifs du régulateur.

7.3.2. Valeur économique des provisions pour retraite

Les provisions pour retraite sont en réalité des flux financiers aléatoires. Ainsi, sa valorisation fera intervenir les méthodes d'évaluation financière.

Si nous considérons une série de n flux financiers aux dates $(t_j, j = 1, \dots, n)$. DEVOLDER et al. [2012] proposent de définir la valeur économique de ces flux par la relation suivante:

$$VE = \sum_{j=1}^n P(0, t_j) \times F_j \quad (5.73)$$

Avec :

F_j : le flux financier versé à la date t_j

$P(0, t_j)$: le prix zéro-coupon déterminé à la date d'évaluation ($t=0$)

Cette relation s'applique au contexte des régimes de retraite. Dans la logique de la norme IAS 19, nous pouvons nous référer aux travaux de PLANCHET et MAGNIN [2000]. Si nous considérons la variable aléatoire VA^i , qui désigne la valeur actuelle de l'engagement de retraite de l'individu i , supporté par l'entreprise. Conditionnellement à une courbe des taux sans risque pertinente, nous pouvons écrire que :

$$VA^i = \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1 + R(0, t_j))^j} \times \tilde{F}_{t_j}^i \quad (5.74)$$

$\tilde{F}_{t_j}^i$: représente le flux de prestation aléatoire de l'individu i à verser à la date t_j .

$R(0, t_j)$: le taux sans risque à la maturité t_j

La valeur actuelle **probable** de l'engagement de retraite de l'individu i , supporté par l'entreprise, est *naturellement* l'espérance mathématique de la variable aléatoire VA^i , sachant l'information disponible (\mathfrak{S}_0) à la date d'évaluation $t=0$:

$$\begin{aligned} VAP^i &= E(VA^i | \mathfrak{S}_0) \\ &= \sum_{j=1}^n E \left(\frac{1}{(1 + R(0, t_j))^j} \right) \times E(\tilde{F}_{t_j}^i | \mathfrak{S}_0) \end{aligned} \quad (5.75)$$

La charge financière totale que doit supporter l'entreprise au titre de la retraite est la somme des VAP individuelles de l'ensemble de ses salariés. Si l'entreprise dispose de J employés, alors la charge financière totale L_0 de la compagnie à la date d'évaluation ($t=0$) peut être obtenue comme suit :

$$L_0 = \sum_{i=1}^J VAP^i \quad (5.76)$$

La provision pour retraite est obtenue en répartissant cette charge totale entre les acquis du passé et du futur, comme l'illustré dans l'exemple d'application ci-dessous.

7.3.3. Exemple d'application

Pour illustrer le modèle théorique ci-dessus, nous considérons une entreprise de dix (10) salariés dont les informations sont consignées dans le fichier ci-dessous :

Identifiant	Date de naissance	Date_embauche	Sexe	Profil	Salaire	Statut	Nombre de droit terme
1	19/04/1989	01/07/2013	M	0	200 000	CDI	8,5
2	20/04/1985	02/07/2005	F	1	300 000	CDI	8,5
3	21/04/1975	02/12/2000	M	3	500 000	CDI	8,5
4	22/04/1980	02/12/2002	M	2	400 000	CDI	8,5
5	23/04/1970	02/12/1998	F	4	600 000	CDI	8,5
6	24/04/1965	02/12/1990	F	6	1 000 000	CDI	8,5
7	25/04/1968	02/12/1992	M	5	800 000	CDI	8,5
8	26/04/1963	02/12/1991	F	7	1 200 000	CDI	8,5
9	27/04/1960	02/12/1985	M	9	2 000 000	CDI	8,5
10	28/04/1961	02/12/1987	F	8	1 500 000	CDI	8,5

Fig. 69 : Fichier des salariés de l'entreprise

Afin d'étudier l'impact du GSE, nous allons déterminer la valeur des provisions pour retraite sous diverses hypothèses : Hypothèses constantes et non constantes. Le graphique ci-dessous illustre ces hypothèses :

Libellé	Hypo constantes	Hypo non constantes
Mortalité	CIMA F	CIMA F
Départ	2 %	Table de départ
Taux d'actualisation	3,5 %	Courbe des taux au 20/06/2017
Taux de progression des salaires	2 %	Courbe de progression des salaires
Âge de départ à la retraite	60 ans	60 ans
Rendement des actifs	6 %	6 %

Fig. 70 : Présentation des hypothèses démographiques et financières utilisées dans notre exemple

En utilisant la relation (5.76), nous pouvons déduire la charge financière totale (VAP) et les provisions pour retraite (PBO)³⁰⁷, comme l'illustre le tableau ci-dessous :

	Hypothèses constantes	Hypothèses non constantes (Application du GSE)
Charge financière totale	4 801 068 FCFA	4 461 661 FCFA
Provisions pour retraite	3 730 118 FCFA	3 592 639 FCFA

Tab. 46 : Estimation de la charge financière totale et des provisions pour retraite sous diverses hypothèses.

A partir de cet exemple, nous pouvons remarquer que la valeur des provisions pour retraite dans le cas d'hypothèses constantes est supérieure à la provision de référence (hypothèses non constantes), soit un écart de 137 479 FCFA, qui représente *environ* 4 % de la provision de référence. Nous pouvons déduire que, l'utilisation du GSE permet d'affiner la valeur des provisions pour retraite, dans une logique « best estimate »³⁰⁸, ce qui *in fine* permettra de protéger l'assureur contre le risque de surprovisionnement³⁰⁹.

³⁰⁷ Dans la norme IAS 19, la provision est représentée par PBO, qui signifie Projected Benefit Obligation.

³⁰⁸ Dans Solvabilité 2, la meilleure estimation des engagements de l'assureur est obtenue en actualisant les « free cash-flows » futurs par la courbe des taux sans risque pertinente.

³⁰⁹ Souvent, le surprovisionnement est considéré comme contraire à l'obligation de donner avec les comptes une image fidèle de la situation financière de l'entreprise.

Conclusion de la partie 2

Dans la zone CIPRES, la construction de la courbe des taux requiert nécessairement une approche par les prix des obligations³¹⁰, principalement à cause de l'information disponible. Pour construire cette courbe, il est utile de tester plusieurs modèles³¹¹ de taux d'intérêt afin de retenir le plus pertinent³¹², qui ne s'écarte pas du jugement des experts de la zone CIPRES³¹³.

Tout le long de cette deuxième partie, nous avons tenté de répondre à ce double objectif en proposant un modèle original de construction d'une courbe des taux sans risque qui :

- reproduit des taux d'intérêt nominaux conformes aux avis des experts sur les maturités observables,
- fournit des taux d'intérêt nominaux sur des maturités non observables grâce à l'interpolation et l'extrapolation de cette courbe.

Notons que la courbe des taux est un véritable outil au service du développement des pays de la zone CIPRES en ce sens qu'elle permet de prévoir des grandeurs économiques et financières, qui sont nécessaires au pilotage technique de la politique monétaire, la gestion optimale de la dette publique et à la stabilité des secteurs banque et assurance.

Dans l'espoir d'intéresser nos travaux à un large public, nous avons complété les réflexions sur la courbe des taux sans risque en proposant un générateur de scénarios économiques (GSE), adapté au contexte de la zone CIPRES.

Ce GSE vise à soutenir le développement de la zone CIPRES en fournissant une *panoplie* d'outils économiques et financiers, dans le but de contribuer à l'amélioration des pratiques actuelles des professionnels, notamment en termes de gestion des risques.

Par la suite, notre attention a porté sur la perception du risque de défaut de l'émetteur de référence dans le contexte où la Côte d'Ivoire vient de se faire noter en monnaie locale. Cette étude a le mérite de révéler que le coût de refinancement actuel de la Côte d'Ivoire, ne reflète pas sa notation en monnaie locale car la perception du risque des investisseurs est supérieure à celle de l'agence de notation, ce qui la contraint à renchérir le coût de financement afin de réussir la mobilisation des ressources souhaitées.

³¹⁰ Même si cette approche est encore compliquée que l'approche par le rendement des obligations.

³¹¹ Dans le contexte de la zone CIPRES, nous recommandons aux praticiens de se concentrer sur le modèle de Nelson Siegel et de ses extensions.

³¹² La pertinence du modèle s'obtient par l'analyse du risque d'estimation. Deux indicateurs ont été retenus à savoir le MAPE et le Theil-U-Statistic.

³¹³ Notons que l'avantage de disposer un modèle nous permet d'obtenir des taux d'intérêt à toutes les maturités.

Enfin, l'analyse de sensibilité menée tout le long de cette partie a permis de révéler les difficultés auxquelles l'expert est confronté dans la détermination des taux nominaux, réels, écarts de taux, PD implicites et écarts de taux implicites, etc.

Selon les données observées à une date de cotation *quelconque*, ces difficultés se résument *essentiellement* dans le choix des :

- modèles,
- hypothèses et
- bornes des paramètres des modèles.

Conclusion générale

Les régimes de retraite de la zone CIPRES ont connu des difficultés avant l'ère des réformes. Cette situation défavorable aurait pu être évitée si au moins le pilotage technique était assuré par ces régimes. Ainsi, son absence ne permettait pas une analyse prospective des charges³¹⁴ du régime afin d'en assurer le financement optimal et la stratégie d'investissement³¹⁵.

Dans la zone CIPRES, le modèle³¹⁶ de retraite actuel soumet principalement les régimes aux risques économiques³¹⁷, démographiques³¹⁸. En particulier, la prise en compte du risque de longévité requiert la construction minutieuse d'une table de mortalité prospective³¹⁹ pour la population assurée (*cf.* PLANCHET [2008]). Pour ce faire, nous pouvons recourir, par exemple, à l'approche proposée dans THOMAS et PLANCHET (2014), qui consiste à construire une table de mortalité prospective spécifique à une entité à partir d'une table de mortalité prospective de référence³²⁰. Toutefois, cette approche est difficilement applicable dans le contexte de la zone CIPRES à cause de l'absence de la table de mortalité prospective de référence³²¹ et d'un historique³²² assez profond.

En outre, les réformes des régimes de retraite de la zone CIPRES, incluent la création d'un régime de retraite complémentaire afin de compléter le niveau des pensions des retraités. Généralement, ces régimes sont à contributions définies, financées par capitalisation. Il est naturel que ce type de régime soit confronté aux risques économiques et financiers. Dans ce contexte, le générateur de scénarios économiques (GSE) que nous avons développé méthodiquement dans cette thèse, permettra de répondre aux enjeux techniques, auxquels ces régimes seront confrontés dans le futur.

³¹⁴ Notons que les charges de fonctionnement sont trop élevées, avoisinant souvent les 40 %.

³¹⁵ Nous constatons qu'en l'état actuel, il n'existe pas un lien entre les engagements, le financement et la politique d'investissement. Cette situation ne favorise pas une conduite cohérente des activités de ces régimes.

³¹⁶ A prestations définies, financées par répartition.

³¹⁷ Les des pays de la zone CIPRES ont connu un ralentissement de leurs économies, principalement à cause de l'instabilité politique.

³¹⁸ Pour la première fois dans l'histoire de l'humanité, le monde fait face à la conjonction de 3 phénomènes que sont : une amélioration impressionnante de la longévité, un effondrement du taux de natalité et l'effet du baby boom.

³¹⁹ Les réflexions, sur la construction des tables de mortalité prospectives dans la zone CIMA, peuvent être retrouvées dans KAMEGA et PLANCHET (2012).

³²⁰ L'implémentation de cette méthode se trouve dans le package ELT sous R.

³²¹ Provenant de la population nationale

³²² Provenant de l'entité.

Nous avons aussi montré que les outils financiers développés dans cette thèse, peuvent être utilisés par les autorités publiques, les banques et les compagnies d'assurance pour leurs analyses prospectives.

Notons que la courbe des taux est pertinente pour les deux visions³²³. En effet, cette thèse a permis d'analyser, en premier lieu, la crédibilité de la politique monétaire, par sa capacité à prévoir l'inflation anticipée au sens de Fisher. Ainsi, nous avons pu constater que cette inflation anticipée était conforme à l'objectif cible de l'inflation.

En second lieu, la courbe des taux fournit les taux sans risque, qui interviennent dans la tarification³²⁴ des produits bancaires et des titres publics³²⁵, ainsi que la gestion technique de la dette publique³²⁶.

L'analyse de sensibilité nous a permis de comprendre le risque auquel l'expert est confronté lors de la conception des ces outils. Par conséquent, une attention particulière devra être accordée au choix des paramètres de construction, notamment les modèles, les hypothèses, les bornes des paramètres du modèle et les données disponibles à la date de conception de ces outils. Afin de faire les meilleurs choix, il doit avoir une bonne connaissance du contexte social, économique et financier de cette zone.

Enfin, les modèles proposés pour l'extension du GSE, spécifiquement les taux de croissance, de chômage, permettront dans un premier temps, aux gouvernements de ces pays, d'élaborer leurs budgets. Dans un second temps, ils permettront de dégager une vision prospective du risque souverain³²⁷.

³²³ Double utilisation par d'une part les autorités publiques et les banques et d'autre part par les assureurs et les régimes de retraite gérées par capitalisation.

³²⁴ En règle générale, le prix à appliquer à un client est égal à la somme du taux sans risque et de la prime de risque.

³²⁵ Une tarification optimale des titres publics permettra de mobiliser des ressources au *juste prix*.

³²⁶ Cf. HUBIG (2012)

³²⁷ En réalité, les modèles stochastiques proposés dans cette thèse, permettront de prévoir la dynamique des indicateurs de risque souverain que sont les taux de croissance, de chômage et d'inflation, le solde budgétaire (en % du PIB) et le compte courant (en % du PIB), qui interviennent dans l'analyse prospective du risque souverain.

Perspectives pour les recherches futures

Si dans cette thèse, nous nous sommes intéressés *essentiellement* à la modélisation des risques économiques et financiers, afin d'élargir le périmètre d'analyse³²⁸, en revanche, des perspectives sur les recherches futures peuvent être envisagées.

En premier lieu, nous pourrions songer à une **version dynamique** de la courbe des taux en s'inspirant principalement des travaux de DIEBOLD et LI (2006), dans l'espoir de disposer d'une base de données³²⁹ historique dans les prochaines années.

En second lieu, nous pourrions analyser l'impact de la courbe des taux et des tables de mortalité prospectives et d'expérience, sur la valeur des engagements des compagnies d'assurance et des régimes de retraite³³⁰ de la zone CIPRES, ce qui permettra de déterminer le financement réel de ces régimes³³¹.

Enfin, il s'agira d'améliorer la politique d'investissement³³² des régimes de retraite en réfléchissant à un modèle de gestion actif-passif adapté au contexte de la zone CIPRES, incluant le GSE construit dans le dernier chapitre de cette thèse.

³²⁸ Comme proposé dans la thèse de KAMEGA A. (2011).

³²⁹ Pour l'heure, nous constituons manuellement cette base de données en espérant que cette base soit construite par le régulateur.

³³⁰ En ce qui concerne les régimes de retraite, il serait intéressant d'apprécier le poids de ces engagements dans l'économie de ces pays.

³³¹ Connaître le financement réel du régime est important pour le manager de l'institut de retraite.

³³² En l'état actuel, le résultat financier est nécessaire pour assurer la stabilité de ces régimes sur le long terme.

Bibliographie

1. Acharya V. V., et al. (2013): Liquidity Risk of Corporate Bond Returns - Conditional Approach. *Journal of Financial Economics* 110(2): 358–386.
2. Adeosun M. E., Edeki S. O., Ugbebor O. O. (2015): Stochastic Analysis of Stock Market Price Models: A Case Study of the Nigerian Stock Exchange (NSE), *WSEAS Transactions on Systems*, Vol. 14, pp.353-363.
3. Ahlgrim K.C., D’Arcy S.P., Gorvett R.W. (2005): Modeling Financial Scenarios - A Framework for the Actuarial Profession. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, 177-238. <http://www.casact.org/pubs/proceed/proceed05/05187.pdf>
4. Ahlgrim K.C., D’Arcy S.P., Gorvett R.W. (2008): A Comparison of Actuarial Financial Scenario Generators. *Variance*, 2:1, 2008, pp. 111-134.
5. Aljinović Z., Poklepović T., Katalinić K. (2012): Best fit model for yield curve estimation. *Croatian Operational Research Review (CRORR)*, Vol. 3, 2012.
6. Allouche J. (2013): La courbe des taux. *BSI Economics*.
7. Amaral L. A. N., et al. (2000): The Distribution of Returns of Stock Prices. *International Journal of Theoretical and Applied Finance* 3(3): 365–369.
8. Anderson N., Sleath J. (2001): New estimates of the UK real and nominal yield curves. Bank of England, ISSN 1368-5562.
9. ANNYCKE P (2008): Sénégal, L'analyse des prestations et des indicateurs de résultats de la protection sociale. Bureau international du Travail, Département de la Sécurité Sociale – Genève: BIT, 2008 xvii, 159 p.
10. ANTOINE P, (2007): Les relations intergénérationnelles en Afrique, Approche plurielle. CEPED, collection Rencontres, Paris, 255 p.
11. Antonio D., Roseburgh D. (2010): Fitting the Yield Curve Cubic spline interpolation and smooth extrapolation. *Barrie + Hilbert Calibration*.
12. BAILEY C, (2004) : Extension de la couverture de la sécurité sociale en Afrique. Bureau international du Travail, Département de la Sécurité sociale, - Genève: BIT,
13. Bank for International Settlements (2005): Zero-coupon yield curves: technical documentation. *BIS Papers n°25*.
14. Banque Africaine de Développement (2010): Guide des marchés obligataires africains et des produits dérivés.
15. Björk, T., Christensen, B. (1999); Interest Rate Dynamics and Consistent Forward Rate Curves. *Mathematical Finance*, 9, 323-348.
16. Black F. (1995): Interest Rates as Options. *Journal of Finance* 50(5): 1371–1376.
17. Black F., Karasinski P. (1991): Bond and Option Pricing When Short Rates Are Lognormal. *Financial Analysts Journal* 47 (July): 52–59.
18. Black F., Scholes M. (1973): The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 1973, pp. 637-654.

19. Bolder D., Stréliski D. (1999): Yield Curve Modeling at the Bank of Canada. Rapport technique no 84.
20. Bollerslev T., Chou R. Y, Kroner K. F. (1992): ARCH modeling in finance - A review of the theory and empirical evidence. *Journal of Econometrics*, 52, 5-39.
21. Bollerslev T., et al. (2013): Jump Tails, Extreme Dependencies, and the Distribution of Stock Returns. *Journal of Econometrics* 172: 307–324.
22. Bollerslev, T. (1986): Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics* 31: 307.327.
23. BOZIO A., PIKETTY T., (2008) : Pour un nouveau système de retraite, des comptes individuels de cotisations financés par répartition. Centre pour la Recherche Économique et ses Applications (C E P R EMAP), 101 p.
24. Brennan J. M., Xia Y. (2000): Dynamic Asset Allocation under Inflation. University of California.
25. Brennan M. J., Schwartz E. S. (1979): A Continuous-Time Approach to the Pricing of Bonds. *Journal of Banking and Finance* 3: 133–155.
26. Brousseau V. (2002): The functional form of yield curves. European Central Bank, Working Paper n°80.
27. Bureau international du Travail (2005). NIGER, Rapport au gouvernement: Évaluation actuarielle de la Caisse nationale de sécurité sociale au 31 décembre 2002. Département de la Sécurité sociale, Genève, 129 p.
28. Bureau International du Travail (2008) : Sénégal, L'analyse des prestations et des indicateurs de résultats de la protection sociale. Département de la Sécurité Sociale – Genève, 159 p.
29. BURKINA FASO : revue des dépenses et de la performance de la protection sociale / Améliorer la protection sociale et promouvoir l'emploi, un projet BIT/UE. Bureau international du Travail, - Genève: BIT, 2012 xviii, 120 p,
30. Cairns A.J.G. (1997): Descriptive Bond-Yield and Forward-Rate models for the british government securities market. Institute of actuaries.
31. CAMEROUN : rapport à la Caisse nationale de Prévoyance sociale : évaluation actuarielle du régime de sécurité sociale géré par la Caisse nationale de Prévoyance sociale du Cameroun au 31 décembre 2008 / Bureau international du Travail, Département de la Sécurité sociale, - Genève: BIT, 2011 xi, 122 p.
32. CEIOPS (2010): Qis5 risk-free interest rates extrapolation method. Technical report, CEIOPS.
33. Chand, S., Kamal S., Ali I. (2012): Modeling and Volatility Analysis of Share Prices Using Arch and Garch Models. *World Applied Sciences Journal* 19 (1): 77–82.
34. Chauvin K. (2006): An introduction to modeling stock price returns with a view towards option pricing. Research project, University of Kansas.
35. Choudhry M. (2004): Analysing and interpreting yield curve. John Wiley & Sons
36. Christensen J.H.E. (2015): A Regime-Switching Model of the Yield Curve at the Zero Bound. Federal Reserve Bank of San Francisco, Working Paper 2013-34.

37. Christensen J.H.E.; Diebold F.X.; Rudebush G.D. (2010): The Affine Arbitrage-Free Class of Nelson-Siegel Term Structure Models. Federal Reserve Bank of San Francisco, WP n°2007-20.
38. CIPRES (2011) : L'intégration en marche dans la zone CIPRES. Le courrier de la CIPRES N°11.
39. Cox J. C., Ingersoll J. E., Ross S. A. (1985): A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometrica* 53: 385–407.
40. Delbaen F., Shirakawa H. (2002): An Interest Rate Model with Upper and Lower Bounds. *Asia-Pacific Financial Markets* 9(3-4): 191–209.
41. Dhaene J., Tsanakas A., Valdez E.A, Vanduffel S. (2012): Optimal capital allocation principle. *Journal of Risk and Insurance*, 79 (1), P.1-28.
42. Diebold F. X., Li C. (2006): Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields. *Journal of Econometrics* 130: 337–364.
43. Diop A, Y,, (2003) : Gouvernance des régimes de sécurité sociale : tendances au Sénégal. In *Revue Internationale de Sécurité Sociale* », Vol 56, n° 3-4, p, 21-28,
44. Engle R.F. (1982): Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50, 987-1007.
45. Fair R. C., Malkiel B. G. (1971): The Determination of Yield Differentials between Debt Instruments of the Same Maturity. *Journal of Money, Credit and Banking* 3(4): 733–749.
46. Faleh A. (2011) : Allocation stratégique d'actifs et ALM pour les régimes de retraite. Thèse de doctorat, ISFA.
47. FAYE C, (2010) : revue de la protection sociale dans quelques pays d'Afrique de l'ouest.
48. Finanstilsynet (2010): A Technical Note on the Smith-Wilson Method.
49. Finma (2012) : Assouplissements temporaires du test suisse de solvabilité SST. Rapport explicatif.
50. Fisher I. (1930): *The Theory of Interest*. New York: Macmillan.
51. FOUOMENE E, (2013) : Les protections traditionnelles et le développement du système de sécurité social au Cameroun. Thèse de doctorat : Université, Genève, 2013, no, D, 865,
52. GARANKE S, (2006) : Le recouvrement des cotisations de sécurité sociale en Afrique francophone. Association internationale de la sécurité sociale, 15p.
53. Gbongué F. (2015e) : Un modèle de projection des taux sans risque dans la zone CIPRES. *Financial Afrik*.
54. Gbongué F. (2016a) : Quel modèle de taux pour le marché bancaire de l'UEMOA ? *Financial Afrik*.
55. Gbongué F. (2016d) : Apport de la courbe des taux sans risque au développement de l'assurance dans la zone CIMA. *L'assureur Africain*, n°102.
56. Gbongué F., Planchet F. (2015f): Analyse comparative des modèles de construction d'une courbe de taux sans risque dans la zone CIPRES. *Bulletin Français d'Actuariat*, Vol 15 n°30, pp 129-168.

57. Gbongué F., Planchet F., Ahoussi A. (2017): Proposition d'un modèle de projection des scénarios économiques pour le développement de la zone CIPRES. Assurances et gestion des risques, Vol.84 (1-2).
58. Gbongué F., Planchet F., Oulidi A. (2015d) : État des lieux des systèmes de retraite en Afrique subsaharienne francophone. Revue subsaharienne d'économie et de finance, n° 5, pp 37-60.
59. Gbongué, F. (2015a) : Quels outils pour le pilotage technique des risques des banques subsahariennes francophone dans le cadre de Bâle II ? Financial Afrik, Numéro 15.
60. Gbongué, F., Kouakou, A. (2015c) : Quelles solutions au financement des PME dans l'espace UEMOA ? Financial Afrik.
61. Gilli, M., Grosse, S., and Schumann, E. (2010): Calibrating the Nelson-Siegel Svensson model. Available at SSRN 1676747.
62. GILLION C., TURNER J., BAILEY C., LATULIPPE D., (2000): Africa in Social Security Pensions: Development and reform. Édité par Bureau international du Travail, Genève, p 515-531,
63. Goodhart C (1993): La politique monétaire dans les années quatre-vingt-dix – objectifs et moyen d'action. Cahiers économique et monétaire, 41, 5-19.
64. Gourieroux C., Monfort A. (2013): Linear-Price Term Structure Models. Journal of Empirical Finance 24: 24–41.
65. Grundke P., Polle S. (2012): Crisis and Risk Dependencies. European Journal of Operational Research 223(2): 518–528.
66. Guibert Q. Planchet F. (2013) : Quels sont les risques associés à un régime de retraite ?. Lettre de l'Observatoire des Retraites, n°20 du 01/12/2013.
67. Hamori S. (2000): Volatility of real GDP: some evidence from the United States, the United Kingdom and Japan. Japan and the World Economy, 12, 143-152.
68. Hardy M. (2001): A regime switching model of long-term stock returns. North American Actuarial Journal 5 (2).
69. Hartmann P., et al.(2004): Asset Market Linkages in Crisis Periods. Review of Economics and Statistics 86(1): 313–326.
70. Heath D., Jarrow R., Morton A. (1992): Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates - A New Methodology for Contingent Claims Valuation. Econometrica 60: 77–105.
71. Heston S.L. (1993): A closed-form solution for options with stochastic volatility with application to bond and currency options. The Review of Financial Studies.
72. Hibbert J., Mowbray P., Turnbull C. (2001): A Stochastic Asset Model & Calibration for Long-Term Financial Planning Purposes, Rapport Barrie & Hibbert Limited. http://www.actuaries.org.uk/_data/assets/pdf_file/0014/26312/hibbert.pdf
73. Hicks J.R. (1946): Value and capital, Second Edition, Oxford: Clarendon Press. Edition française publiée en 1956, "Valeur et Capital", Dunod.
74. Hilal S., Poon S.H, Tawn J., (2011): Hedging the Black Swan - Conditional Heteroskedasticity and Tail Dependence in S&P500 and VIX. Journal of Banking and Finance 35 (9): 2374–2387.

75. Hladikova H., Radova J. (2012): Term structure modeling by Using Nelson Siegel Model. *European Financial and Accounting Journal*, Vol. 7, n°2, Page 36-55.
76. Ho T. S. Y., Lee S.B. (1986): Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims. *Journal of Finance* 41(5): 1011–1029.<http://www.ressources.actuarielles.net/jwa/documentation/1226.nsf>.
77. HOLZMANN R., PALMER E., ROBALINO D, (2013): Nonfinancial Defined Contribution Pension Schemes in a Changing Pension World. VOLUME 2, World Bank, 535 p.
78. Huber P. (1995): A review of Wilkie's stochastic asset model. *British Actuarial Journal*, 1,181-211.
79. Hull J.C., White A. (1994): Numerical Procedures for Implementing Term Structure Models II: Two-Factor Models. *Journal of Derivatives* (winter), 37-48.
80. Hyndman, R. J., Fan, Y. (1996): Sample quantiles in statistical packages. *American Statistician*, 50, 361–365.
81. Jarque C.M., Bera A.K. (1980): Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters* 6 (3): 255–259.
82. Jarrow R. A., Lando D., Turnbull S. M. (1997): A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads. *Review of Financial Studies* 10(2): 481–523.
83. Jarrow R. A., Turnbull S. M. (1995): Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk. *Journal of Finance* 50(1): 53–85.
84. Jarrow, R., Yildirim, Y. (2003): Pricing treasury inflation protected securities and related derivatives using a HJM model. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 38.
85. Jiang W., (2012): Modeling and predicting of different stock markets with GARCH model. Master Thesis in Statistics, Uppsala University, Sweden.
86. Jondeau E., Ricart R (1998) : Le contenu en information de la pente des taux concernant l'évolution future des taux d'intérêt et de l'inflation en France. *Bulletin de la banque de France* n°54.
87. KAKWANI N., SUBBARAO K., (2005): Ageing and poverty in Africa and the role of social pensions. International Poverty Center, UNDP, Working Paper n°8, 41 p,
88. Kamega A., Planchet F. (2011a) : Hétérogénéité - mesure du risque d'estimation dans le cas d'une modélisation intégrant des facteurs observables. *Bulletin Français d'Actuariat*, Vol. 11, No. 21.
89. Kaut M., Wallace S.W., (2003): Evaluation of scenario-generation methods for stochastic programming. SPEPS, Working Paper, 14 (<http://edoc.hu-berlin.de/series/speps/2003-14/PDF/14.pdf>), 2003.
90. Kovachev Y., Simeonov D. (2014): Yield Curve Fitting with Data from Sovereign Bonds. ISBN 978–954–8579–53–7, Bulgarian National Bank.
91. LA LETTRE DE L'OBSERVATOIRE DES RETRAITES (2013) : État des lieux continent par continent.
92. MAROC (2012) : rapport au gouvernement : Révision d'une série de rapports concernant la réalisation d'une étude sur la réforme des retraites / Bureau international du Travail, Département de la sécurité sociale, - Genève: BIT, xviii, 92 p,

93. Martellini L., Priaulet P., Priaulet S. (2003): Fixed-Income Securities: Valuation, Risk Management and Portfolio Strategies. Wiley.
94. Mc Culloch J.H. (1971): Measuring the term structure of interest rate. The journal of business, 44, 19-31.
95. Mc Culloch J.H. (1975a): The tax-adjusted yield curve. The journal of finance, 30, 811-830.
96. Merton R. C. (1973): Rational Theory of Option Pricing. Bell Journal of Economics and Management Science 4: 141–183.
97. Mishkin F.S. (1990): What does the term structure tell us about future inflation ? Journal of Monetary Economics, 25, 77-95.
98. Mouley S. (2013) : Evolution des notations souveraines et leurs impacts sur l'économie tunisienne. Ecole nationale d'administration, Chaire des Etudes.
99. Mulvey J. M., (1989): A surplus optimization perspective. Investment Management Review 3.
100. Mulvey J. M., (1996): Generating scenarios for the Towers Perrin investment system. Interfaces 26.
101. Mulvey J. M., Thorlacius A., (1998): The Towers Perrin global capital market scenario generation system: CAP:Link. In: Ziemba, W.T., Mulvey, J.M. (Eds.), Worldwide Asset and Liability Modeling. Cambridge University Press.
102. Navas J. F. (2005): Yield Curve Fitting with Term Structure Models: Empirical Evidence from the Euro Market.
103. Nelson C.R., Siegel A.F. (1987): Parsimonious modeling of yield curves. Journal of Business, 60, 473-489.
104. NIANDOU Y, I. (1993) : Analyse comparée du régime général des pensions de retraite au Niger et au Sénégal. Mémoire, ENA Sénégal.
105. NUBUKPO K. (2002) : L'impact de la variation des taux d'intérêt directeurs de la BCEAO sur l'inflation et la croissance dans l'UMOA. Notes d'Information et Statistiques, Série « Etudes et Recherches », N°526, BCEAO, Dakar, juin 2002, 32p.
106. NUBUKPO K. (2011) : L'Economie politique de la réforme des filières cotonnières d'Afrique de l'Ouest et du Centre : Vers la convergence des modes d'organisation ? Mondes en Développement, N°155, Volume 39 – 2011/3, PP.93-110.
107. PALACIOS R., (2004) : La politique des pensions en Afrique, Institut de la Banque Mondiale. Groupe de développement humain, Réforme des pensions.
108. Parnes D. (2007): Time Series Patterns in Credit Ratings. Finance Research Letters 4(4): 217–226.
109. Pilbeam K., Langeland K. (2015): Forecasting Exchange Rate Volatility - GARCH Models Versus Implied Volatility Forecasts. International Economics and Economic Policy 12: 127–142.
110. Planchet F. (2013) : Quel taux de capitalisation des préjudices futurs des victimes. Version 1.2, ISFA.

111. Planchet F., Kamega A. (2012) : Mortalité prospective en cas de petits échantillons : modélisation à partir d'informations externes en utilisant l'approche de Bongaarts. *Assurances et gestion des risques*, Vol.80 (2).
112. Planchet F., Thérond P.E. (2007) : *Pilotage technique d'un régime de rentes viagères*. Paris : Economica.
113. Planchet F., Thérond P.E., Juillard M. (2011) : *Modèles financiers en assurance. Analyses de risques dynamiques. Seconde édition revue et augmentée*, Paris : Economica (première édition : 2005).
114. Planchet F., Thérond P.E., Kamega A. (2009) : *Scénarios économiques en assurance -Modélisation et simulation*. Economica.
115. R Development Core Team (2013): *R, A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, (R Foundation for Statistical Computing), ISBN: 3-900051-07-0.
116. Redington F. M. (1952): *Review of the Principles of Life-Office Valuations*. *Journal of the Institute of Actuaries (1886–1994)* 78(3): 286–340.
117. RICART R., SICSIC P. (1995): *Estimation d'une structure par terme des taux d'intérêt sur données françaises*. *Bulletin de la banque de France* n°22 – Octobre 1995.
118. Rogers L. C. G. (1997): *The Potential Approach to the Term Structure of Interest Rates and Foreign Exchange Rates*. *Mathematical Finance* 7: 157–176.
119. Roncalli T. (1998): *La structure par terme des taux zéro : Modélisation et implémentation numérique*. PhD Thesis.
120. Rosadi D., Nugraha A.Y., Dewi K.R. (2011): *Forecasting The Indonesian Government Securities Yield Curve Using Neural Networks And Vector Autoregressive model*. Bank for International Settlements.
121. Rosspopoff B. (2012) : *Modèles de taux et d'inflation pour Solvabilité 2*. Mémoire d'actuaire, ISFA.
122. Sedillot F. (1999) : *La pente des taux contient-elle de l'information sur l'activité économique*. *Bulletin de la banque de France* n°63.
123. Sen R., (2004): *Modeling the stock price process as a continuous time jump process*. PhD thesis in statistics, chicago, illinois.
124. Sherris M. (1997): *Actuarial Model Assumptions for Inflation, Equity Returns, and Interest Rates*. *Journal of Actuarial Practice*, Vol. 5, No. 2.
125. Smith, A., et Wilson, T. (2001). « *Fitting yield curves with long term constraints* », (Research Notes, Bacon and Woodrow. Referred to in Thomas, M. and Mare, E. (2007))
126. Stewart, F., Yermo J., (2009): *Pensions in Africa* », *OECD Working Papers on Insurance and Private Pensions*, No, 30, OECD publishing, © OECD, doi:10,1787/2274444006716,
127. Svensson. L.E.O (1994a): *Monetary Policy with Flexible Exchange Rates and Forward Interest Rates as Indicators*. National Bureau of Economic Research Working Paper 4633.
128. Svensson. L.E.O (1994b): *Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994*. International monetary fund, IMF Working Paper, 1994/114.

129. Till M C., (2011): Actuarial Inference and of Hidden Markov Models. PhD Thesis in Actuarial Science, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada.
130. Tilley J. A.,(1990): A Stochastic Yield Curve for Asset/Liability Simulation. Actuarial Approach for Financial Risks: First AFIR International Colloquium, Paris, April 23–27, International Actuarial Association.
131. UEMOA, (2004) : L'emploi, le chômage et les conditions d'activité dans les principales agglomérations de sept États membres de l'UEMOA. UEMOA, DIAL, Afristat, 72 p,
132. Vasicek, O., Fong, H.G. (1982): Term structure modeling using exponential splines. *The Journal of Finance*, 37 (2), 339–348.
133. VELKOFF A,, KOWAL P, R, (2007): Population Aging in Sub-Saharan Africa. *Demographic Dimensions 2006*, Washington, National Institute On Aging, U.S, Census Bureau, 39 p,(<http://info.worldbank.org/etools/docs/library/77113/june2004/ppt/palacios.pdf>)
134. Wang Y.C., et al. (2013): A Revisit to the Dependence Structure between the Stock and Foreign Exchange Markets: A Dependence-Switching Copula Approach. *Journal of Banking and Finance* 37(5): 1706–1719.
135. Wilkie D. (1984): Steps towards a comprehensive stochastic model. *Occasional Actuarial Research Discussion Paper*, the Institute of Actuaries, London, 36:1-231.
136. Wilkie D. (1986): A Stochastic Investment Model for Actuarial Use. *Transactions of the Faculty of Actuaries*, 39:341-403.
137. Wilkie D. (1992): Stochastic Investment Model for the 21st Century Actuaries. *Transactions of the 24th International Congress of Actuaries* 5: 119–137.
138. Wilkie D. (1995): More on a Stochastic Model for Actuarial Use. *British Actuarial Journal*, pp. 777-964.
139. Xiang J., Zhu X. (2013): A Regime-Switching Nelson-Siegel Term Structure Model and Interest Rate Forecasts. *Journal of Financial Econometrics* 11(5): 522–555.

LISTE DES FIGURES

Fig. 1 : Évolution des cotisants et des bénéficiaires de la CGRAE. Source : Annuaire statistique 2013.	37
Fig.2 : Évolution des membres affiliés et des cotisants actifs de la CNPS, sources AISS	39
Fig.3 : Évolution des cotisants et des pensionnés du FNR, Source : Étude Actuarielle du FNR sur la période 2010-2050, NDIAYE et DIABATE [2012].	41
Fig. 4 : Effectif des pensionnés de la CNSS du Burkina Faso, Source : Annuaire statistique 2009.	48
Fig. 5 : Les cotisations de la CGRAE sur la période 2010-2013, Source : Annuaire statistique 2013.....	57
Fig. 6 : Décomposition des revenus de la CNPS sur la période, 2000-2006, source AISS.	58
Fig. 7 : Les cotisations du FNR sur la période 1997-2011. Source : Étude Actuarielle du FNR sur la période 2010-2050, NDIAYE et DIABATE [2012].	59
Fig.8: Les cotisations du régime général (RG) et du régime complémentaire des cadres (RCC) de l'IPRES sur la période 2009-2010, Source : Rapport de gestion de l'IPRES [2010].	59
Fig. 9: Les recettes techniques de la CNPS Cameroun sur la période 2009-2013. Source : Annuaire statistique 2013.....	60
Fig.10 : Les cotisations de la CNSS du Burkina sur la période 1999-2009. Source Annuaire statistique [2009]. ...	60
Fig.11: Les cotisations et les revenus de la CNSS Niger avant la réforme de 2002. Source : Niger, rapport au gouvernement [2002].....	61
Fig.12 : Les dépenses et le solde technique de la branche vieillesse de la CGRAE sur la période 2010-2013. Source : Annuaire statistique 2013	64
Fig. 13 : Les dépenses, les recettes et le solde technique de la branche pension de la CNPS sur la période 2000-2006, source AISS.	64
Fig. 14: Les dépenses, les cotisations et le solde technique de la branche pension du FNR sur la période 1997-2011.Source : Étude Actuarielle du FNR sur la période 2010-2050, NDIAYE et DIABATE [2012].	65
Fig.15: Les prestations et les réserves du régime général et du régime complémentaire des cadres de l'IPRES sur la période 1994-2010. Source : Fichiers de l'IPRES, Rapport de gestion 2010.	66
Fig. 16: Les dépenses et le solde technique de la branche pension de la CNPS du Cameroun sur la période 2009-2013.Source : Annuaire statistique 2013.....	67
Fig. 17: Les dépenses et le solde technique de la branche pension de la CNSS du Burkina Faso sur la période 1999-2009.Source : Annuaire statistique 2009.	68
Fig. 18: Les dépenses et le solde technique de la CNSS du Niger sur la période 1999-2002. Source : BIT, Niger Rapport au gouvernement [2002].....	68
Fig. 19: Courbe des taux sans risque de l'UEMOA au 27/02/2015	113
Fig. 20: Courbe des taux sans risque de la CEMAC au 27/02/2015	116
Fig. 21: Représentation simultanée des courbes des taux sans risque de l'UEMOA, la CEMAC et la CIPRES au 27/02/2015	117
Fig.22: Analyse comparative des courbes des taux CIPRES obtenues par les modèles de Nelson Siegel et extension et la méthode par pondération	119
Fig. 23: Evolution temporelle de la courbe des taux de l'UEMOA dans le modèle de Nelson Siegel	121
Fig. 24 : Evolution temporelle de la courbe des taux de l'UEMOA dans le modèle de SVENSSON.....	122
Fig. 25: Evolution temporelle de la courbe des taux de l'UEMOA dans le modèle de BJORK & CHRISTENSEN....	122
Fig. 26 : Evolution temporelle de la courbe des taux CEMAC dans le modèle de Nelson Siegel	122
Fig. 27 : Evolution temporelle de la courbe des taux CEMAC dans le modèle de SVENSSON	123
Fig. 28: Evolution temporelle de la courbe des taux CEMAC dans le modèle de BJORK & CHRISTENSEN	123
Fig. 29 : Evolution temporelle de la courbe des taux CIPRES dans le modèle de Nelson Siegel.....	124
Fig. 30 : Evolution temporelle de la courbe des taux CIPRES dans le modèle de SVENSSON.....	124
Fig. 31 : Evolution temporelle de la courbe des taux CIPRES dans le modèle de BJORK & CHRISTENSEN	125
Fig. 32 : Sensibilité de la courbe des taux UEMOA au changement des taux long et court dans le modèle de BJORK & CHRISTENSEN.....	126
Fig. 33 : Sensibilité de la courbe des taux UEMOA au changement des bornes des paramètres dans le modèle de BJORK & CHRISTENSEN.....	127
Fig. 34 : Evolution des taux forwards et de la courbe des taux nominaux dans le modèle de Nelson Siegel au 01/06/2016	139
Fig. 35 : Evolution des taux forwards et de la courbe des taux nominaux dans le modèle de SVENSSON au 01/06/2016	139
Fig. 36 : Evolution des taux forwards et de la courbe des taux nominaux dans le modèle de BJORK et CHRISTENSEN au 01/06/2016.....	139

Fig. 37 : Evolution de l'inflation anticipée pour tous les modèles de taux candidats au 01 /06/2016	144
Fig. 38 : Evolution de l'inflation anticipée pour tous les modèles de taux candidats au 01 /07/2016	145
Fig. 39 : Courbe des taux des États de l'UEMOA au 10 / 05 / 2012	148
Fig.40 : Courbe des taux des États de l'UEMOA au 08 / 06 / 2012.....	148
Fig. 41 : Evolution des taux à terme de l'UEMOA et de la zone EURO AAA entre les dates du 01/07/2016 et 01/07/2046	151
Fig. 42: Analyse comparative des courbes des taux sans risque de l'UEMOA à plusieurs dates de cotation	152
Fig. 43 : Analyse comparative des courbes des taux forwards à plusieurs dates de cotation	153
Fig. 44 : Analyse comparative des courbes des taux réels de l'UEMOA à plusieurs dates de cotation.....	153
Fig. 45 : Valeur de l'inflation anticipée au 31/12/2017 à partir de plusieurs dates de cotation	154
Fig. 46 : Structure du GSE proposé pour la zone CIPRES.....	164
Fig. 47 : Évolution probable de l'inflation sur la période 2016-2028.....	186
Fig. 48 : Allure de la courbe des taux nominaux au 24 /10/2016.....	187
Fig. 49 : Analyse comparative des taux d'intérêt réels dans l'hypothèse d'inflation constante et non constante	188
Fig. 50 : Allure de la courbe des écarts de taux issue de la méthode indirecte au 24 /10/ 2016.....	188
Fig. 51 : Comparaison des écarts de taux issus des méthodes directe et indirecte	189
Fig. 52 : Comparaison des rendements des obligations issus des méthodes directe et indirecte.....	190
Fig. 53 : Évolution probable du rendement de l'immobilier sur la période 2016-2028.....	190
Fig. 54 : Évolution des indices BRVM 10 et composite dans le modèle de Black et Scholes	191
Fig. 55 : Évolution des indices BRVM 10 et composite dans le modèle stochastique à volatilité.	191
Fig. 56 : Analyse comparative des probabilités de défauts implicites au 24 /10/ 2016.....	198
Fig. 57 : Analyse comparative des écarts de taux implicites au 24 /10/ 2016.....	199
Fig.58 : Grilles de notation des agences internationales.....	201
Fig.59 : Analyse comparative des probabilités de défauts implicites des États et des entreprises au 24/10/2016	202
Fig. 60 : Analyse comparative des écarts de taux implicites des États et des entreprises au 24/10/2016.....	203
Fig. 61 : Analyse comparative des probabilités de défaut implicites des États à plusieurs dates de cotation issues du modèle de Nelson Siegel.....	204
Fig. 62 : Analyse comparative des écarts de taux implicites des États à plusieurs dates de cotation issus du modèle de Nelson Siegel.....	205
Fig. 63: Structure du modèle de WILKIE.....	208
Fig. 64 : Structure du modèle de HIBBERT	209
Fig. 65 : Structure du modèle d' AHLGRIM	209
Fig. 66 : Structure du modèle de BRENNAN et XIA	210
Fig. 67 : Simulation du processus de Wiener	212
Fig. 68 : Simulation du pont brownien.....	213
Fig. 69 : Fichier des salariés de l'entreprise	223
Fig. 70 : Présentation des hypothèses démographiques et financières utilisées dans notre exemple.....	223

LISTE DES TABLEAUX

Tab.1 : Indicateurs socioéconomiques, Sources : Banque mondiale (2012-2013), AISS (2013).....	26
Tab.2 : Indicateurs de l'emploi et du chômage, Sources Banque mondiale (2013).....	27
Tab.3 : Évolution des adhérents, des participants et des allocataires des deux régimes de l'IPRES, Source : Fichiers de l'IPRES, Rapport de gestion 2010.....	44
Tab.4 : Évolution de l'effectif des assurés sociaux de la CNPS Cameroun, Source : Annuaire statistique 2013.....	53
Tab.5 : Taux de cotisation des systèmes de retraite publics en zone CIPRES.....	56
Tab.6: Taux de cotisation des systèmes de retraite privés en zone CIPRES.....	57
Tab.7: Réformes paramétriques de la CGRAE Côte d'Ivoire. Source : Note de présentation CGRAE.....	74
Tab.8: Réformes non paramétriques de la CGRAE Côte d'Ivoire. Source : Note de présentation CGRAE.....	74
Tab.9: Réformes juridiques et institutionnelles de la CGRAE Côte d'Ivoire. Source : Note de présentation CGRAE.....	74
Tab.10: Comparaison des paramètres de la FNR du Sénégal avant la réforme et après la réforme de 2002. Source : Étude Actuarielle du FNR sur la période 2010-2050, NDIAYE et DIABATE [2012].	75
Tab.11 : Les principales notations.....	93
Tab.12 : Les expressions possibles du poids des obligations.....	101
Tab.13 : Les mesures de la qualité de l'ajustement.....	108
Tab.14 : Les obligations de l'UEMOA en circulation au 27/02/2015.....	110
Tab.15 : Estimation des paramètres des modèles de Nelson Siegel et extension au 27/02/2015 (UEMOA).....	112
Tab.16 : Indicateurs de mesure de la qualité de l'ajustement du modèle UEMOA (27/02/2015).....	113
Tab.17: Estimation des paramètres des modèles de Nelson Siegel et extension au 27/02/2015 (CEMAC).....	115
Tab.18 : Indicateurs de mesure de la qualité de l'ajustement du modèle CEMAC (27/02/2015).....	115
Tab.19: Estimation des pondérations du modèle de la courbe des taux CIPRES (27/02/2015).....	116
Tab.20 : Valeurs des taux zéro-coupon sur 15 ans pour les zones UEMOA, CEMAC et CIPRES.....	116
Tab.21: Anticipation de l'inflation au 31 /07/ 2016 et 31 /12/ 2016 à partir des dates de cotation 01/06/2016 et 01/07/2016 dans le modèle de NELSON SIEGEL.....	145
Tab.22 : Anticipation de l'inflation au 31 /07/ 2016 et 31 /12/ 2016 à partir des dates de cotation 01/06/2016 et 01/07/2016 dans le modèle de SVENSSON.....	145
Tab.23 : Anticipation de l'inflation au 31 /07/ 2016 et 31 /12/ 2016 à partir des dates de cotation 01/06/2016 et 01/07/2016 dans le modèle de BJORK et CHRISTENSEN.....	146
Tab.24: Paramètres estimés du modèle de l'inflation.....	167
Tab.25 : Qualité d'ajustement du modèle de l'inflation.....	167
Tab.26 : Paramètres estimés du modèle des taux d'intérêt nominaux (Nelson Siegel).....	169
Tab.27 : Qualité d'ajustement du modèle des taux d'intérêt nominaux.....	169
Tab.28 : Calibrage du modèle des taux d'intérêt réels dans l'hypothèse d'inflation constante.....	173
Tab.29 : Qualité d'ajustement du modèle des taux d'intérêt réels dans l'hypothèse d'inflation constante.....	173
Tab.30 : Calibrage du modèle des taux d'intérêt réels dans l'hypothèse d'inflation non constante.....	173
Tab.31 : Qualité d'ajustement du modèle des taux d'intérêt réels dans l'hypothèse d'inflation non constante.....	173
Tab.32 : Paramètres estimés du modèle des écarts de taux.....	176
Tab.33 : Qualité d'ajustement du modèle des écarts de taux.....	176
Tab.34 : Calibrage du modèle de Black et Scholes sur l'historique de l'indice BRVM 10.....	179
Tab.35 : Calibrage du modèle de stochastique à volatilité sur l'historique de l'indice BRVM 10.....	179
Tab.36 : Calibrage du modèle linéaire entre l'indice BRVM composite et 10.....	180
Tab.37 : Qualité d'ajustement du modèle linéaire entre l'indice BRVM composite et 10.....	181
Tab.38 : Calibrage du modèle de l'immobilier par l'approche experte.....	184
Tab.39 : Calibrage du modèle de VRUGT (2010).....	197
Tab.40 : Qualité d'ajustement du modèle de VRUGT (2010).....	197
Tab.41 : Calibrage de la version modifiée du modèle de VRUGT dans le contexte des États.....	198
Tab.42 : Qualité d'ajustement de la version modifiée du modèle de VRUGT dans le contexte des États.....	198
Tab.43 : Notation en monnaie locale de l'émetteur de référence en fonction de l'horizon de défaut.....	201
Tab.44 : Calibrage de la version modifiée du modèle de VRUGT dans le contexte des entreprises.....	202
Tab.45 : Qualité d'ajustement du modèle de VRUGT dans le contexte des entreprises.....	202
Tab. 46 : Estimation de la charge financière totale et des provisions pour retraite sous diverses hypothèses.....	224